

# AULA 4

## Análise de algoritmos iterativos

CLRS 2.1–2.2  
AU 3.3, 3.6 (muito bom)

## Análise com notação $O$

ORDENA-POR-INSERÇÃO ( $A, p, r$ )

```
1 para  $j \leftarrow p + 1$  até  $r$  faça
2    $chave \leftarrow A[j]$ 
3    $i \leftarrow j - 1$ 
4   enquanto  $i \geq p$  e  $A[i] > chave$  faça
5      $A[i + 1] \leftarrow A[i]$ 
6      $i \leftarrow i - 1$ 
7    $A[i + 1] \leftarrow chave$ 
```

Quanto tempo o algoritmo consome?

“Tamanho” do problema:  $n := r - p + 1$

linha	consumo de todas as execuções da linha
1	$O(n)$
2	$O(n)$
3	$O(n)$
4	$nO(n) = O(n^2)$
5	$nO(n) = O(n^2)$
6	$nO(n) = O(n^2)$
7	$O(n)$
total	$O(3n^2 + 4n) = O(n^2)$

Explicação:

Bloco de linhas 4–6 é executado  $\leq n$  vezes;  
cada execução consome  $O(n)$ ;  
todas juntas consomem  $nO(n)$ .

Êpa!

Quem garante que  $nO(n) = O(n^2)$ ?

Quem garante que

$O(n^2) + O(n^2) + O(n^2) = O(3n^2)$ ?

Quem garante que  $O(3n^2 + 4n) = O(n^2)$ ?

Veja exercícios na próxima aula.

Conclusão:

<p>O algoritmo consome <math>O(n^2)</math> unidades de tempo</p>
--

Notação  $O$  cai como uma luva!

## Análise da intercalação

Dados  $A[p..q]$  e  $A[q+1..r]$  crescentes, rearranjar  $A[p..r]$  em ordem crescente.

Para que valores de  $q$  o problema faz sentido?

	$p$				$q$				$r$
$A$	11	33	55	77	99	22	44	66	88
$B$									

```
INTERCALA ( $A, p, q, r$ )
00  crie vetor  $B[p..r]$ 
01  para  $i \leftarrow p$  até  $q$  faça
02       $B[i] \leftarrow A[i]$ 
03  para  $j \leftarrow q + 1$  até  $r$  faça
04       $B[r + q + 1 - j] \leftarrow A[j]$ 
05   $i \leftarrow p$ 
06   $j \leftarrow r$ 
07  para  $k \leftarrow p$  até  $r$  faça
08      se  $B[i] \leq B[j]$ 
09          então  $A[k] \leftarrow B[i]$ 
10               $i \leftarrow i + 1$ 
11          senão  $A[k] \leftarrow B[j]$ 
12               $j \leftarrow j - 1$ 
```

```

00  crie vetor  $B[p..r]$ 
01  para  $i \leftarrow p$  até  $q$  faça
02       $B[i] \leftarrow A[i]$ 
03  para  $j \leftarrow q + 1$  até  $r$  faça
04       $B[r + q + 1 - j] \leftarrow A[j]$ 
05   $i \leftarrow p$ 
06   $j \leftarrow r$ 
07  para  $k \leftarrow p$  até  $r$  faça
08      se  $B[i] \leq B[j]$ 
09          então  $A[k] \leftarrow B[i]$ 
10               $i \leftarrow i + 1$ 
11      senão  $A[k] \leftarrow B[j]$ 
12           $j \leftarrow j - 1$ 

```

Quanto tempo consome  
em função de  $n := r - p + 1$ ?

linha	consumo de todas as execuções da linha
00	$O(n)$
01–04	$O(n)$
05–06	$O(1)$
07	$nO(1) = O(n)$
08	$nO(1) = O(n)$
09–12	$nO(1) = O(n)$

Consumo total =  $O(5n + 1) = O(n)$

## TAREFA (AULA 4)

### Exercício 4.A

Problema: rearranjar um vetor  $A[p..r]$  em ordem crescente. Escreva um algoritmo “de seleção” para o problema. Analise a correção do algoritmo (ou seja, encontre e prove as invariantes apropriadas). Analise o consumo de tempo do algoritmo; use notação  $O$ .

### Exercício 4.B

Analise a correção e o consumo de tempo do seguinte algoritmo:

```
EXERC ( $A, p, r$ )
1   $q \leftarrow \lfloor (p + r) / 2 \rfloor$ 
2  ORDENA-POR-INSERÇÃO ( $A, p, q$ )
3  ORDENA-POR-INSERÇÃO ( $A, q + 1, r$ )
4  INTERCALA ( $A, p, q, r$ )
```