AULA 5

Delimitações inferiores: notação Ω

CLRS 3.1

Definição $T(n) = \Omega(f(n))$ se existem c e n_0 positivos tq

$$0 \leq c\,f(n) \leq T(n)$$

para todo $n \geq n_0$

Mais informal: $T(n) = \Omega(f(n))$ se existe $c > 0$ tq $0 \leq cf(n) \leq T(n)$ para todo n suficientemente grande.

Exemplo: Se $T(n) \geq 0.001n^2$ para todo $n \geq 8$ então $T(n) = \Omega(n^2)$.

Exemplo: INTERCALA é $\mathrm{O}(n)$ e também $\Omega(n)$.

Fácil: $T = \Omega(f) \quad \Leftrightarrow \quad f = \mathrm{O}(T)$

Definição

$T = \Theta(f) \quad \Leftrightarrow \quad T = \mathrm{O}(f)$ e $T = \Omega(f)$

Alguns nomes de classes Θ:

$\Theta(1)$	constante
$\Theta(\log n)$	logarítmica
$\Theta(n)$	linear
$\Theta(n \log n)$	$n \log n$
$\Theta(n^2)$	quadrática
$\Theta(n^3)$	cúbica
$\Theta(2^n)$	exponencial

Exercício 5.A

Já sabemos que ORDENA-POR-INSERÇÃO é $O(n^2)$. Mostre que o algoritmo é $\Omega(n)$.

Exercício 5.B

Mostre que ORDENA-POR-INSERÇÃO é $\Omega(n^2)$ no pior caso.

Exercício 5.C

Mostre que ORDENA-POR-INSERÇÃO é $O(n)$ no melhor caso.

TAREFA (AULA 5)

Exercício 5.D
Prove que $n^2 + 10n + 20 = \Omega(n^2)$. Prove que $n^2 - 10n - 20 = \Theta(n^2)$.

Exercício 5.E
Prove que $n = \Omega(\lg n)$.

Exercício 5.F
Prove que $\lg n = \Theta(\log_{10} n)$.

Exercício 5.G
É verdade que $2^n = \Omega(3^n)$?

Exercício 5.H
É verdade que $2n^3 + 5\sqrt{n} = \Theta(n^3)$?

Exercício 5.I
Suponha que os algoritmos $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ só dependem de um parâmetro n. Suponha ainda que $\mathcal{A}$ consome $S(n)$ unidades de tempo enquanto $\mathcal{B}$ consome $T(n)$ unidades de tempo. Quero provar que algoritmo $\mathcal{A}$ é pelo menos tão eficiente quanto o algoritmo $\mathcal{B}$ (no sentido assintótico). Devo mostrar que existe $f(n)$ tal que

$S(n) = \mathrm{O}(f(n))$ e $T(n) = \mathrm{O}(f(n))$?
$S(n) = \mathrm{O}(f(n))$ e $T(n) = \Omega(f(n))$?
$S(n) = \Omega(f(n))$ e $T(n) = \mathrm{O}(f(n))$?
$S(n) = \Omega(f(n))$ e $T(n)\Omega(f(n))$?

Que devo fazer para mostrar que $\mathcal{A}$ é mais eficiente que $\mathcal{B}$?

Exercício 5.J
Mostre que o consumo de tempo do algoritmo INTERCALA é $\Theta(n)$, sendo n o número de elementos do vetor que o algoritmo recebe.