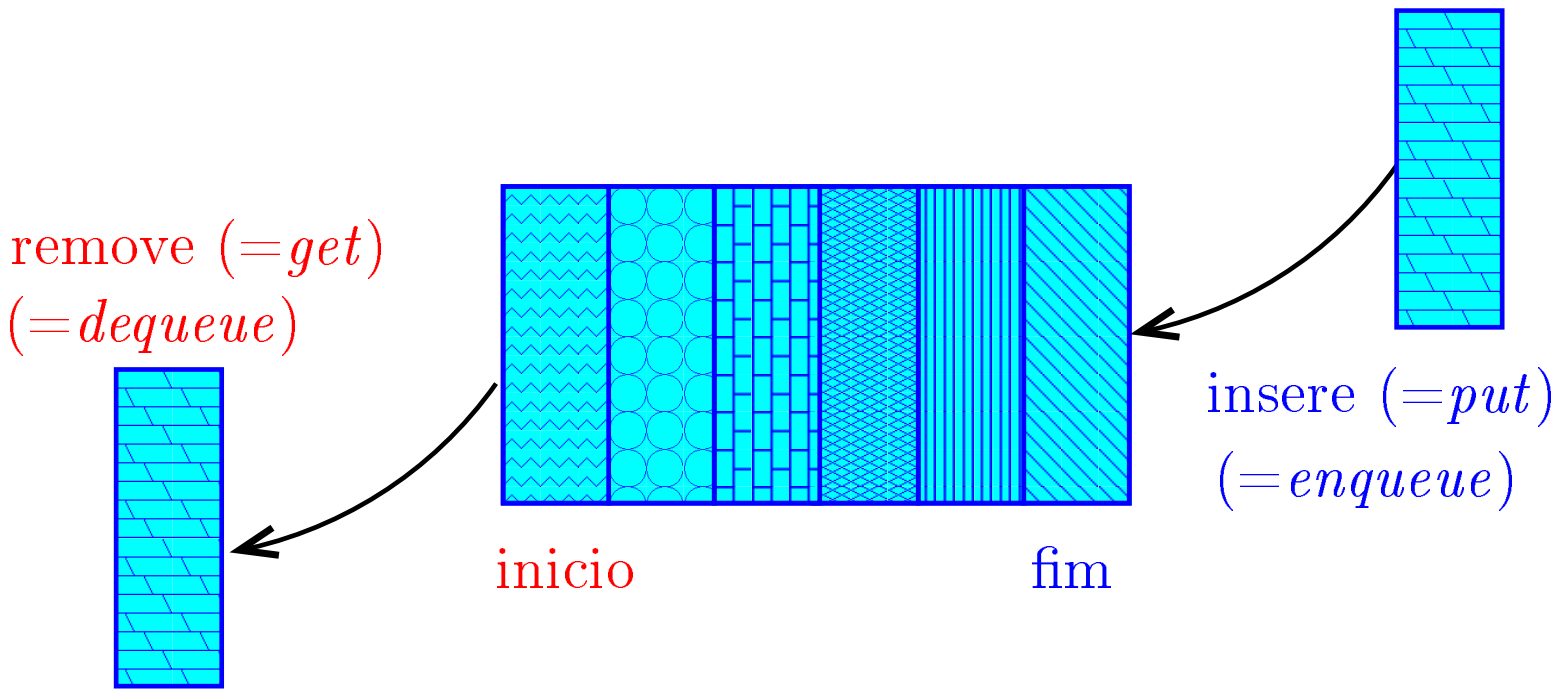
AULA 17

Filas

PF 5.1
http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html

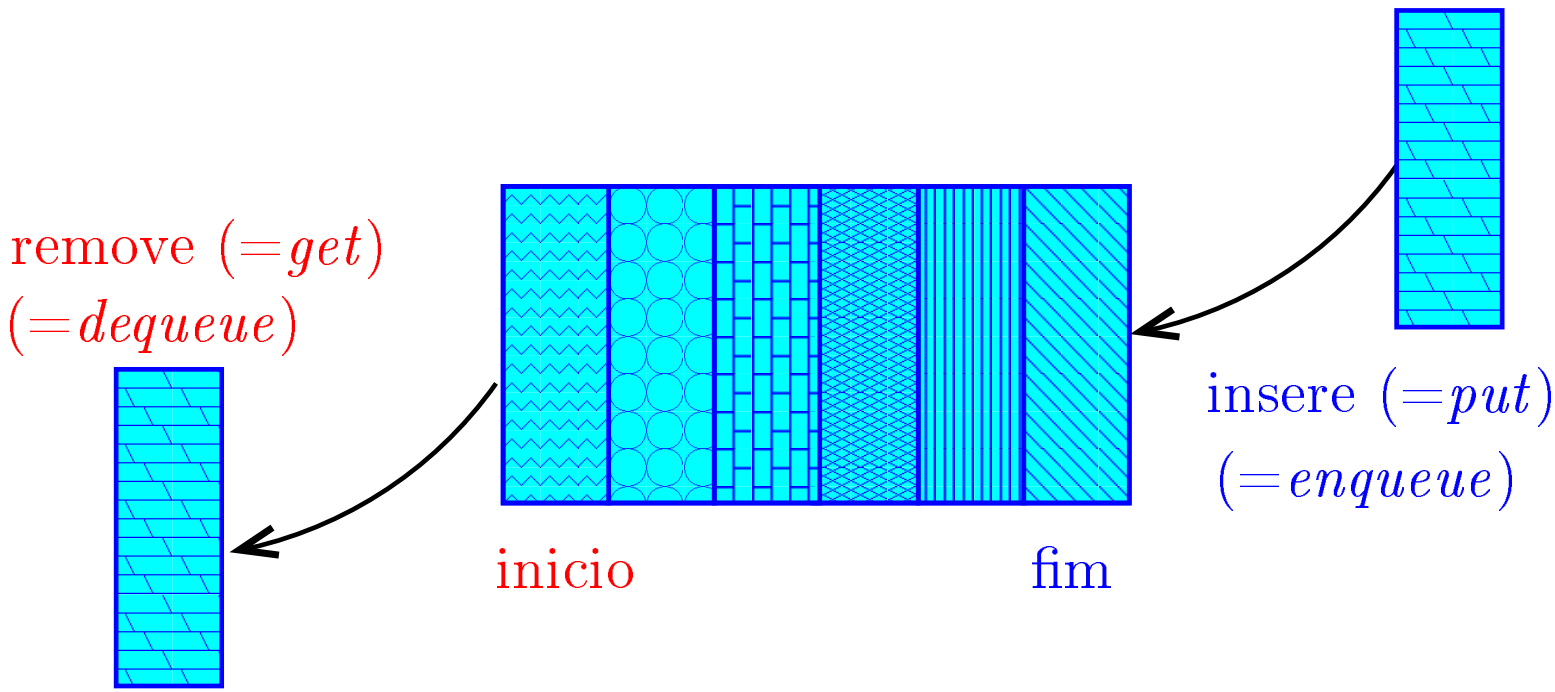
Filas

Uma **fila** (=*queue*) é uma lista dinâmica em que todas as inserções são feitas em uma extremidade chamada de **fim** e todas as remoções são feitas na outra extremidade chamada de **início**.



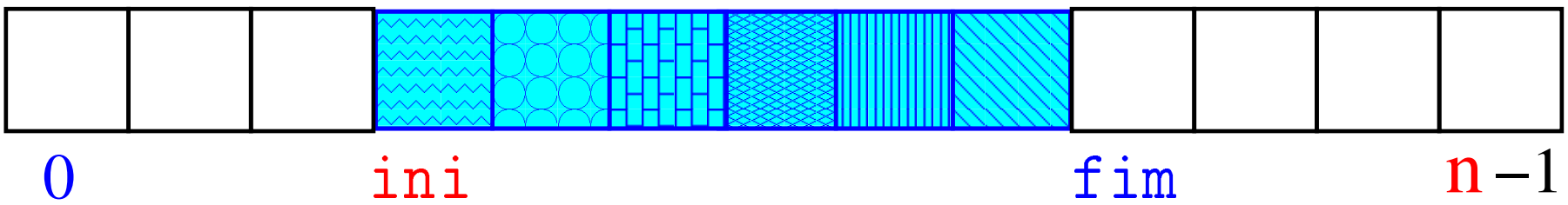
Filas

Assim, o primeiro objeto a ser removido de uma fila é o primeiro que foi inserido. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **FIFO** (=*First In First Out*)



Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor `q[0 . . n-1]`.



O índice `ini` indica o primeiro da fila.

O índice `fim-1` indica o último da fila.

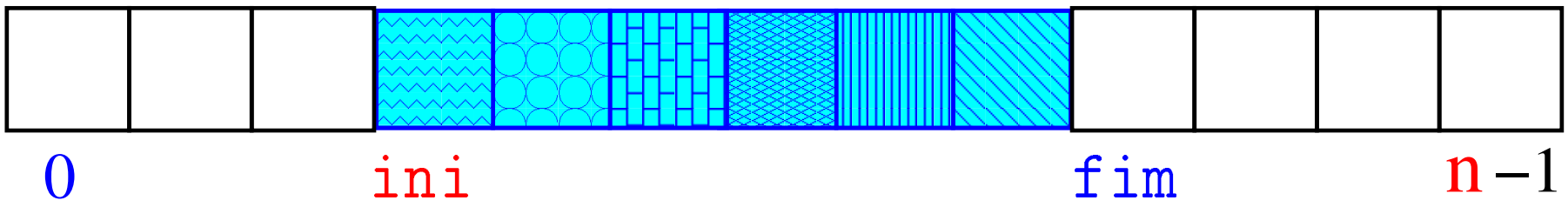
`fim` é a primeira posição vaga da fila.

A fila está vazia se "`ini == fim`"

A fila está cheia se "`fim == n`".

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor `q[0 . . n-1]`.



Para remover (=*dequeue*=*get*) um elemento faça

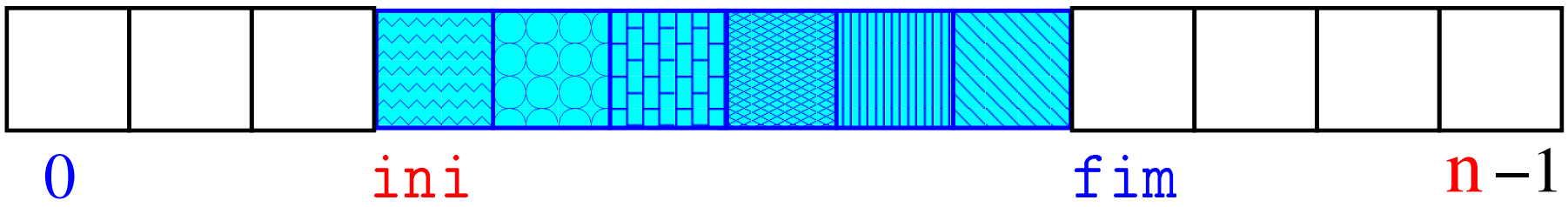
```
x = q[ini++];
```

que é equivalente a

```
x = q[ini];
ini += 1;
```

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor `q[0 . . n-1]`.



Para inserir (=*queue*=*put*) um elemento faça

```
q[fim++] = x;
```

que é equivalente a

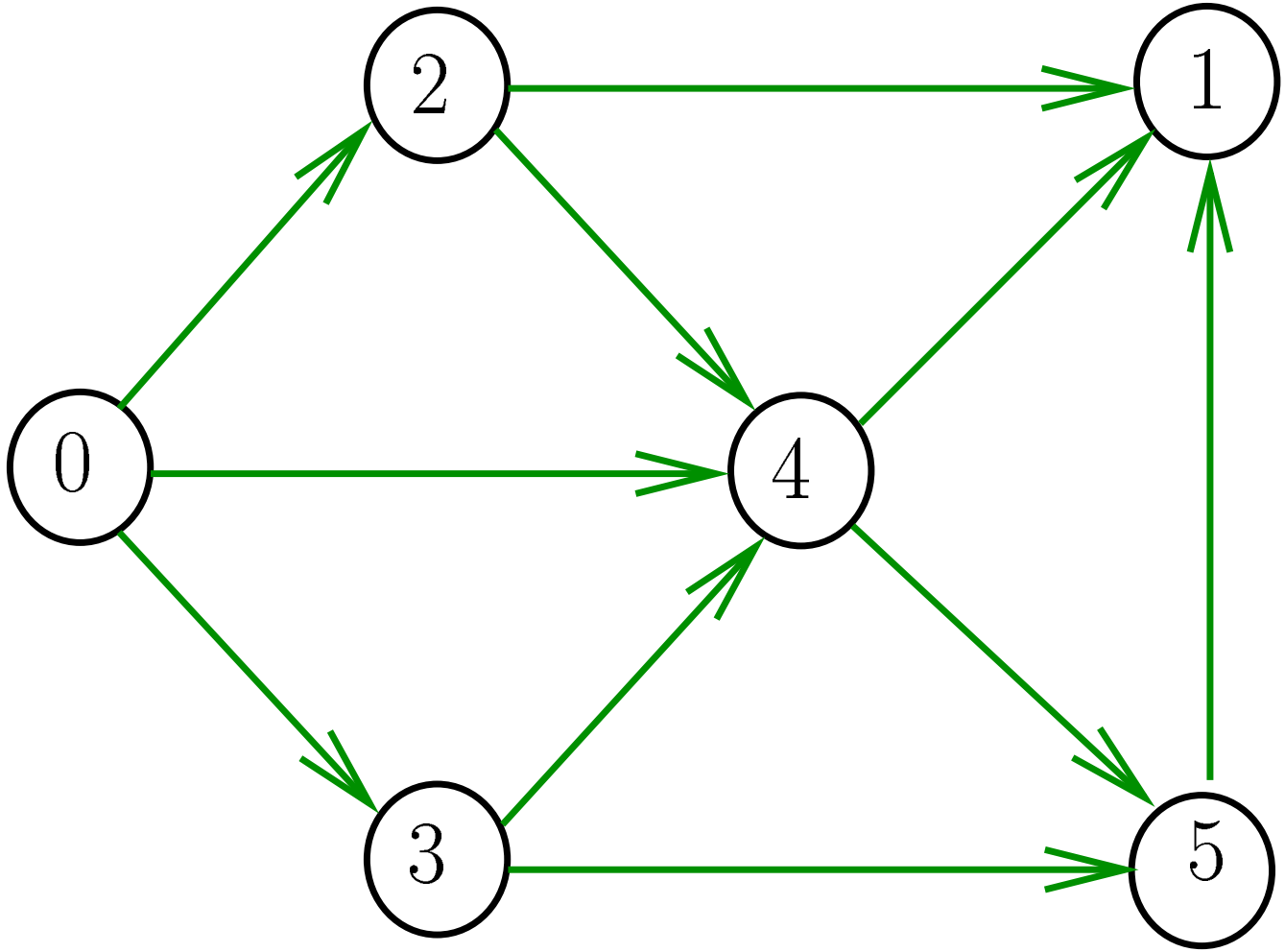
```
q[fim] = x;
fim += 1;
```

Distâncias

PF 5.2
http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html

Rede de estradas

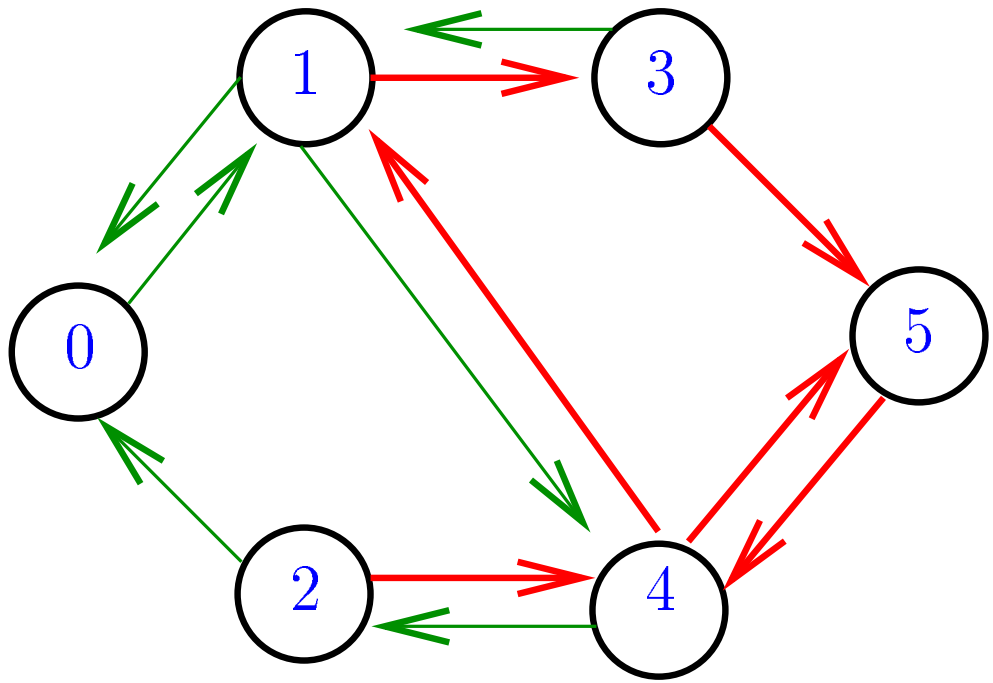
Considere um `n` cidades numeradas de 0 a `n`–1 interligadas por estradas de mão única.



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contanto-se as repetições

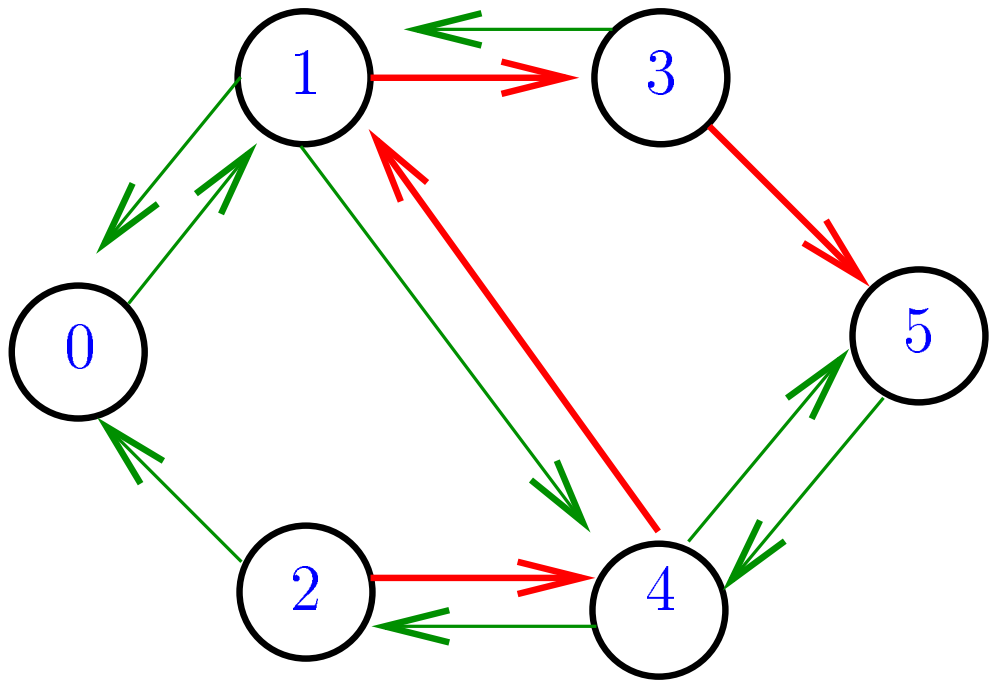
Exemplo: 2-4-1-3-5-4-5 tem comprimento 6



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contanto-se as repetições.

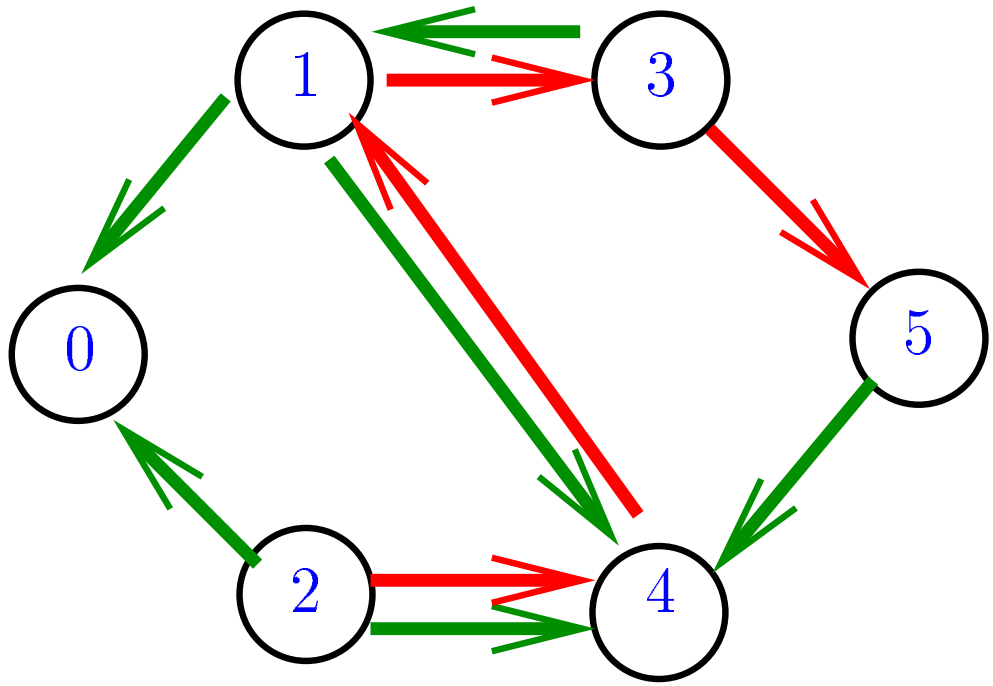
Exemplo: 2-4-1-3-5 tem comprimento 4



Distância

A **distância** de uma cidade `c` a uma cidade `i` é o menor comprimento de um caminho de `c` a `i`. Se não existe caminho de `c` a `i` a distância é "**infinita**"

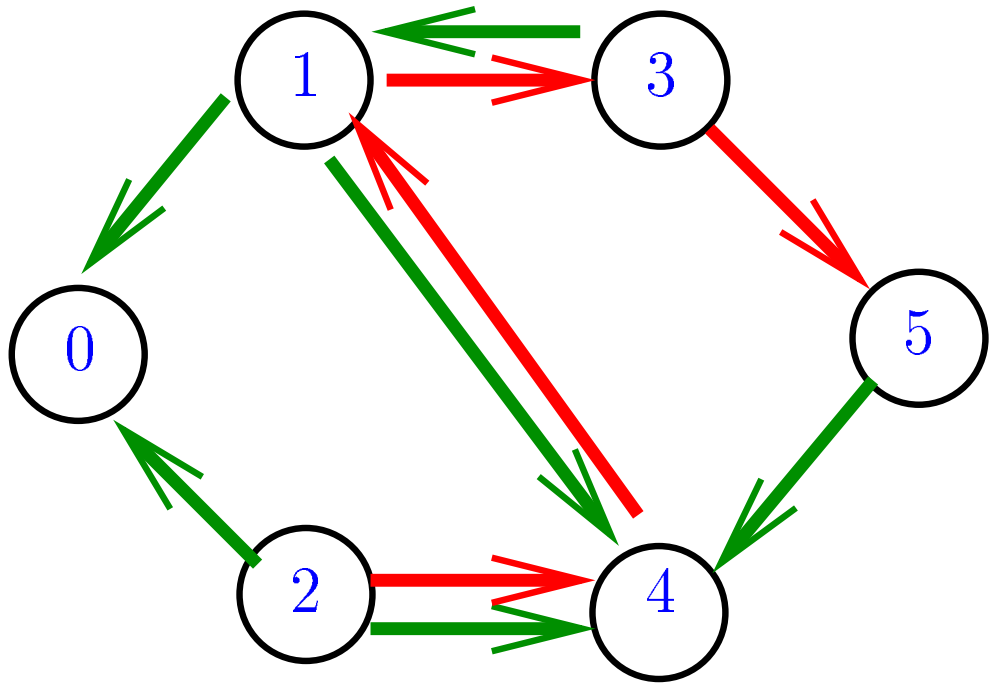
Exemplo: a distância de 2 a 5 é 4



Distância

A **distância** de uma cidade `c` a uma cidade `i` é o menor comprimento de um caminho de `c` a `i`. Se não existe caminho de `c` a `i` a distância é "**infinita**"

Exemplo: a distância de 0 a 2 é infinita

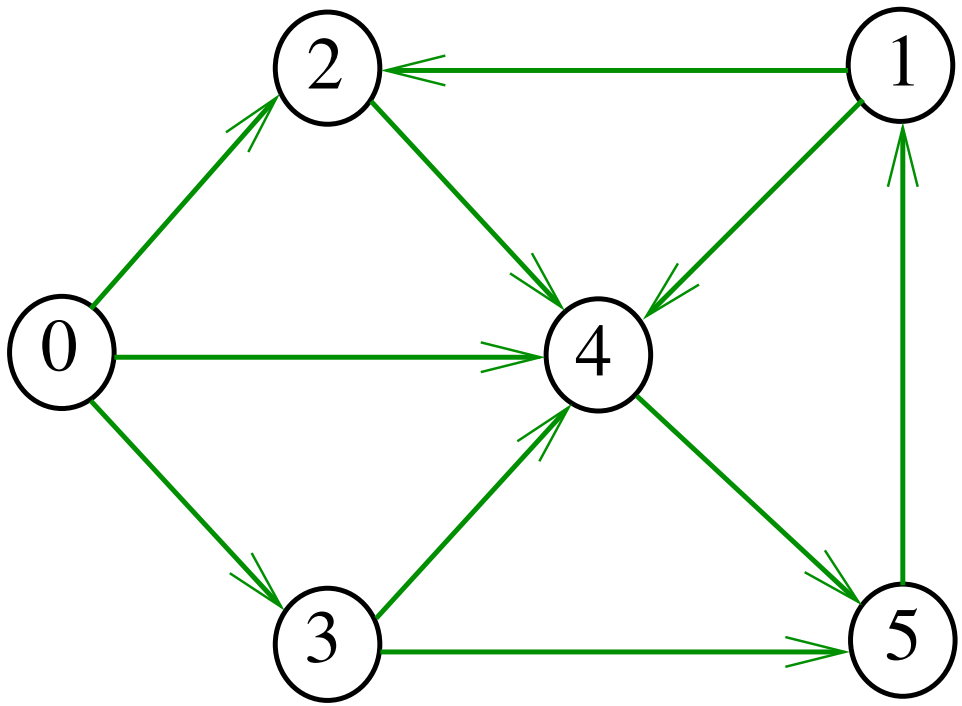


Calculando distâncias

Problema: dada um rede de estradas e uma cidade c, determinar a distância de c a cada uma das demais cidades

Exemplo: para c = 0

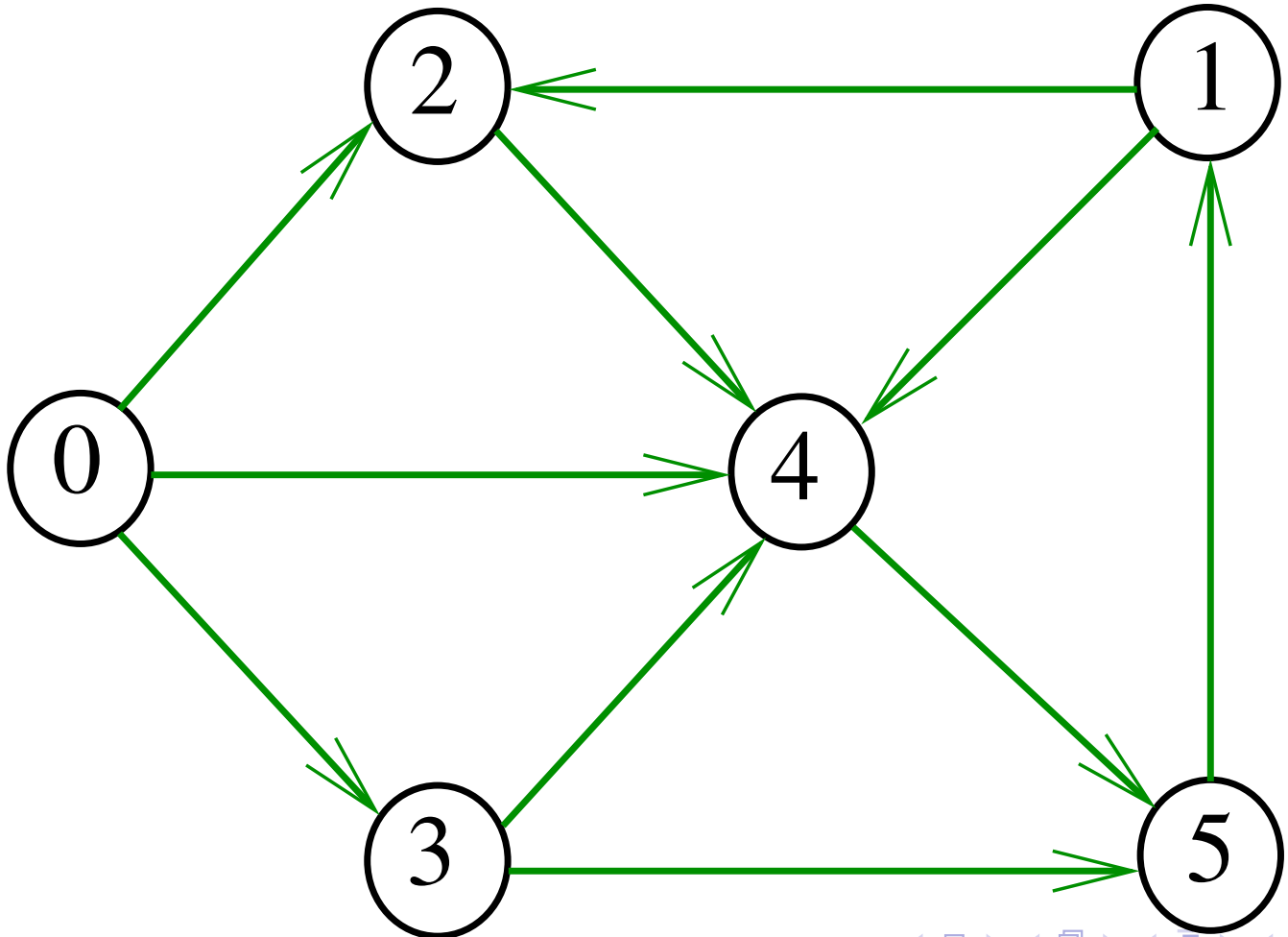
i	**0**	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]						

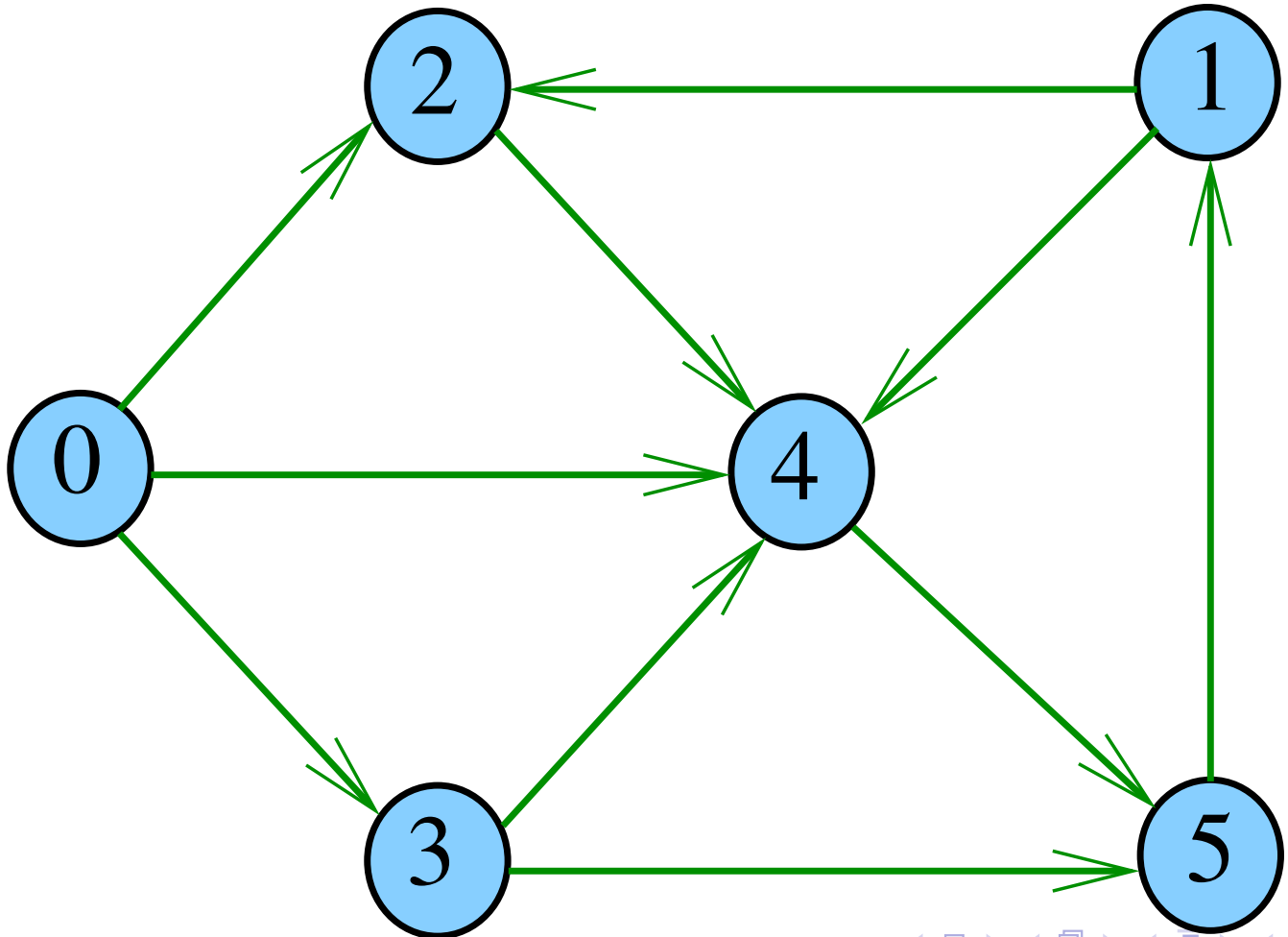
i	0	1	2	3	4	5
d[i]						



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]						

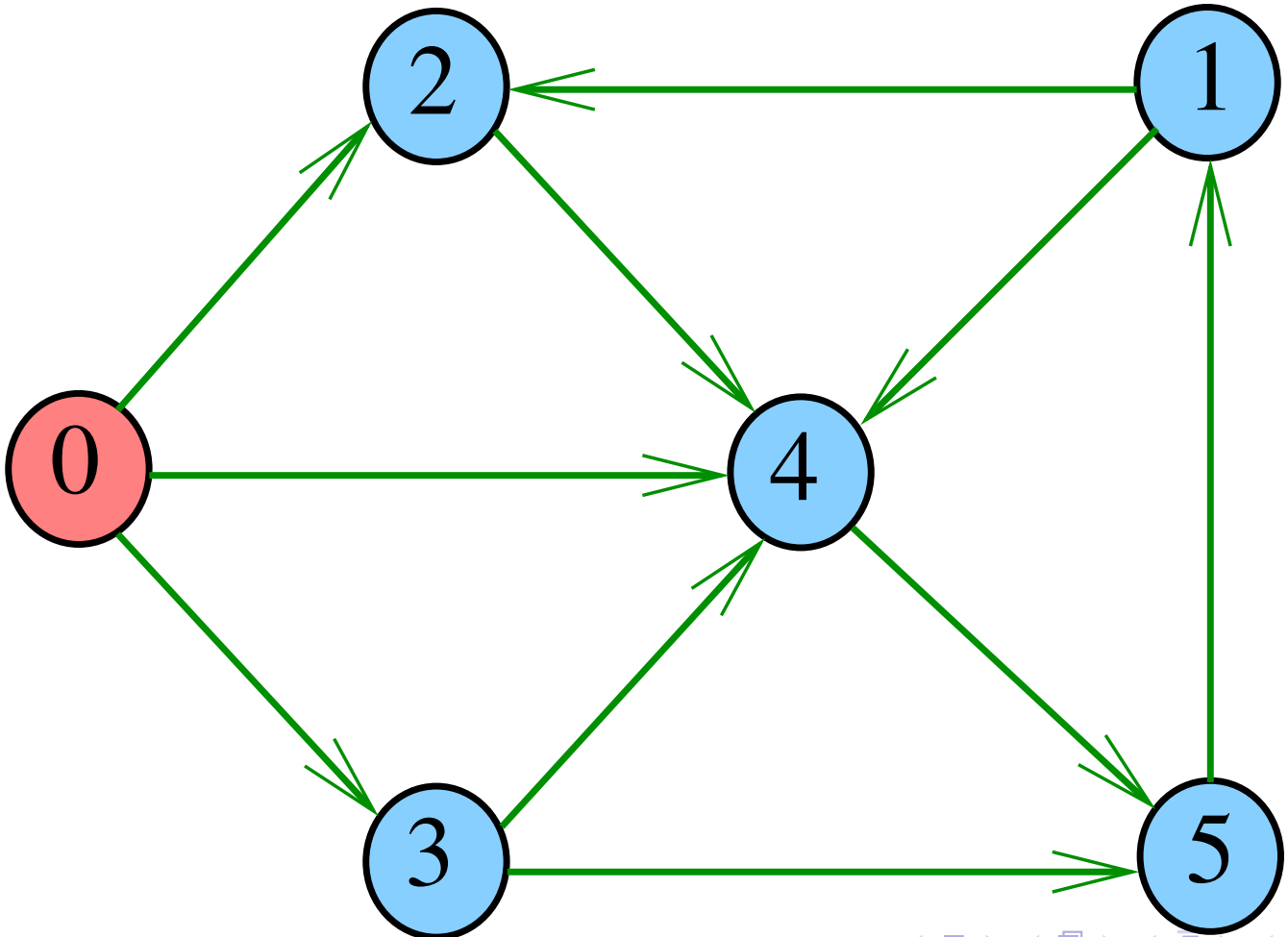
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0					

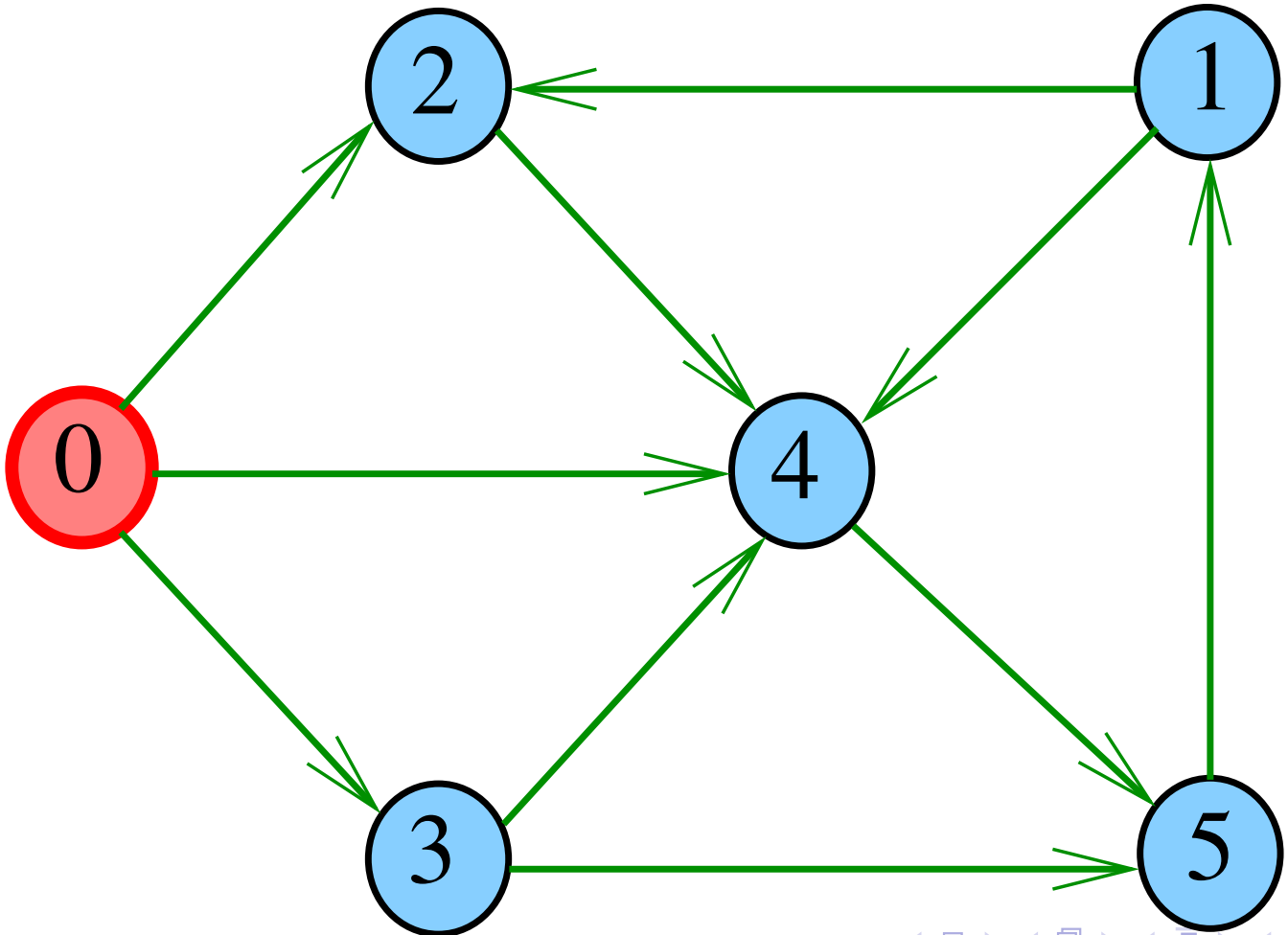
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	**0**					

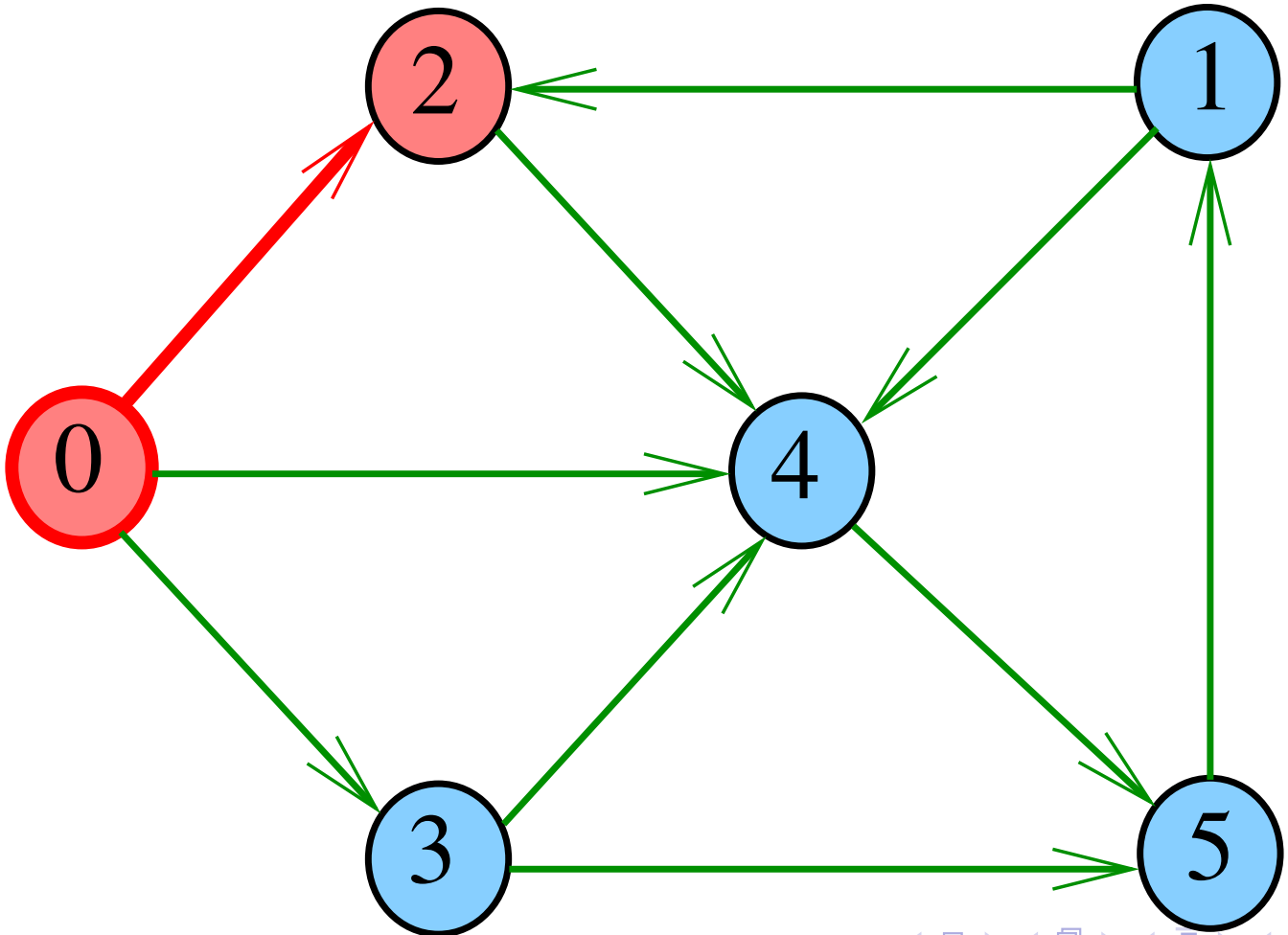
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	**0**	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	**0**	2				

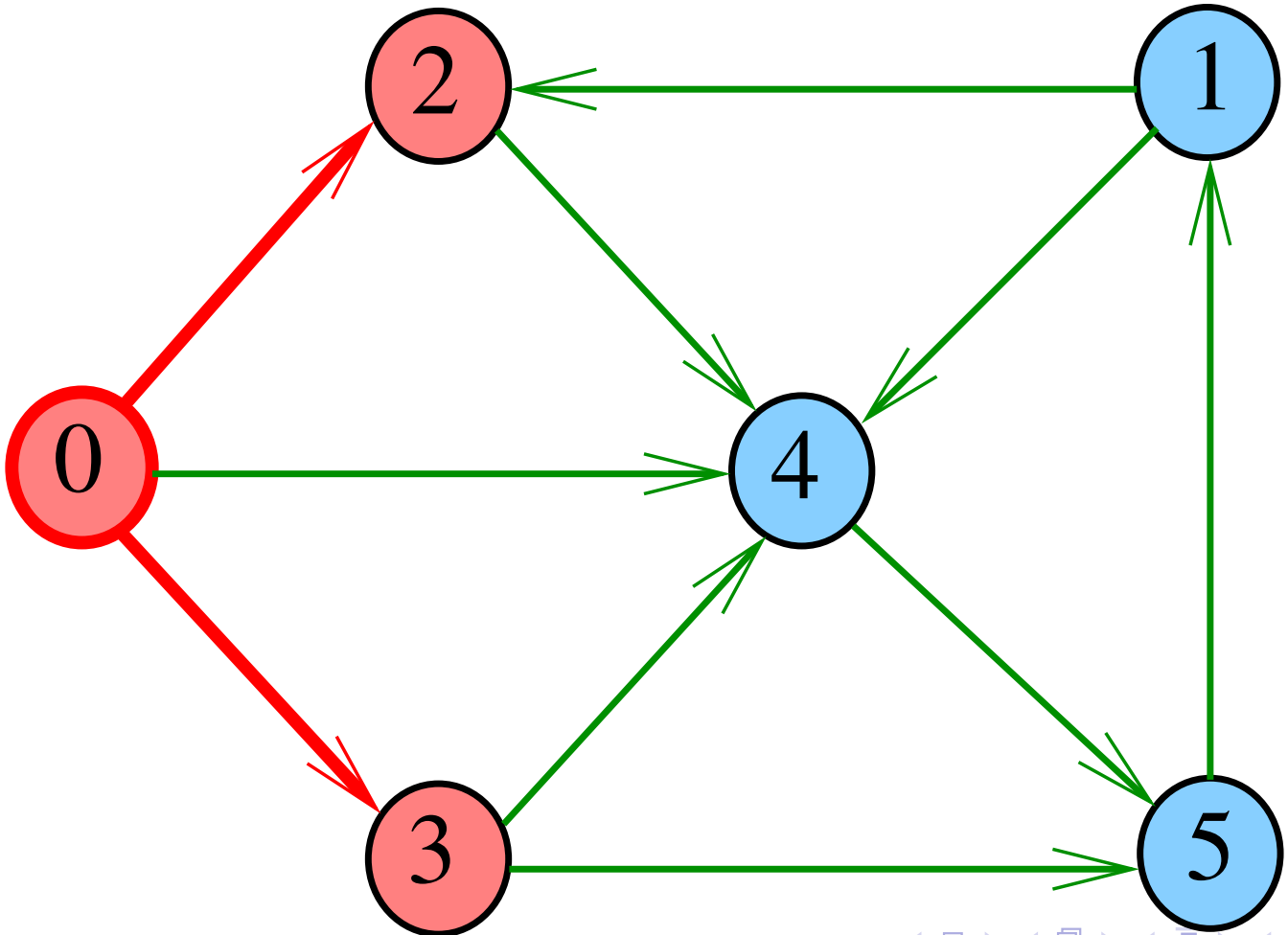
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	**1**	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	**0**	2	3			

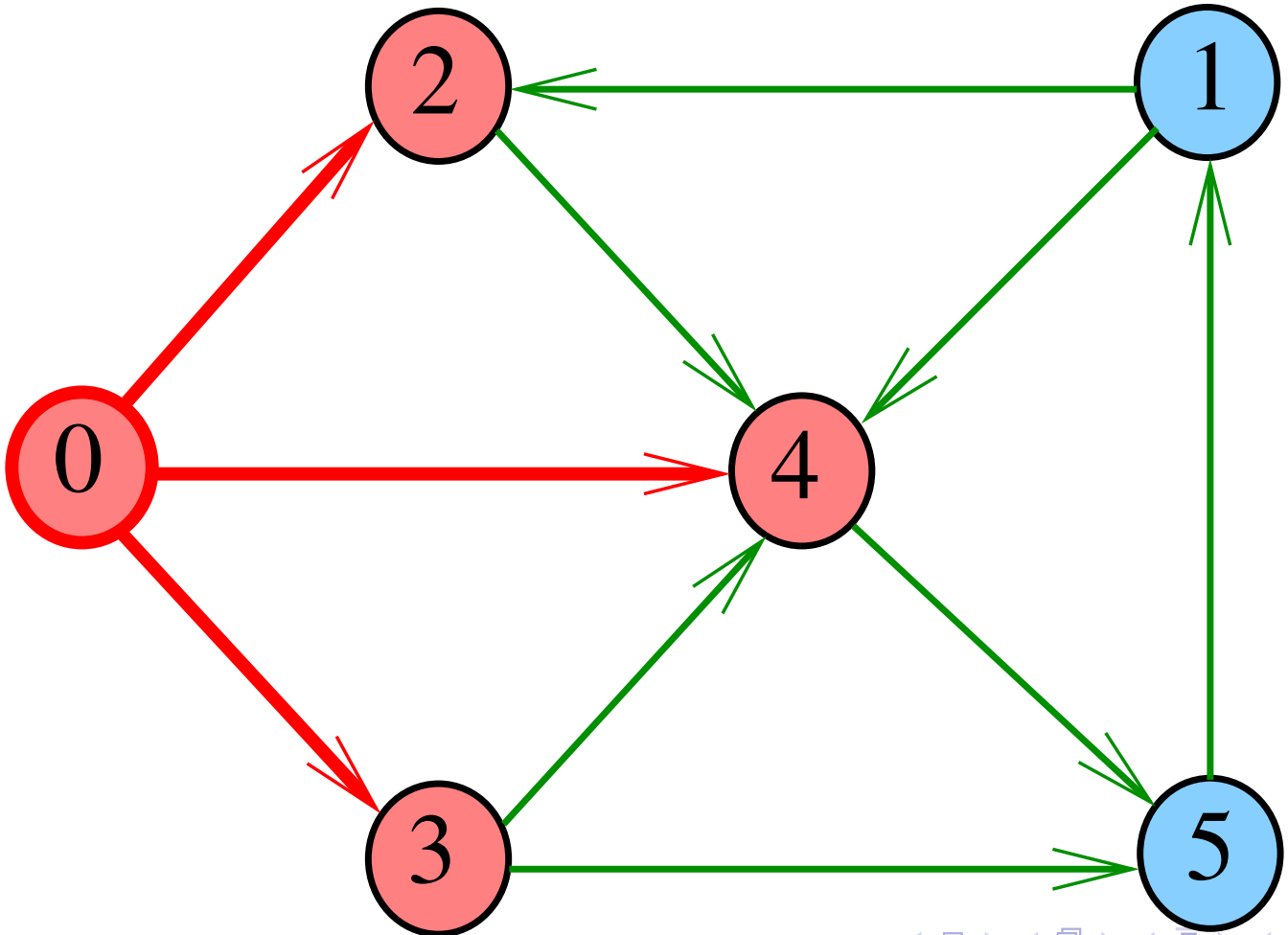
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	**1**	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	**0**	**2**	**3**	**4**		

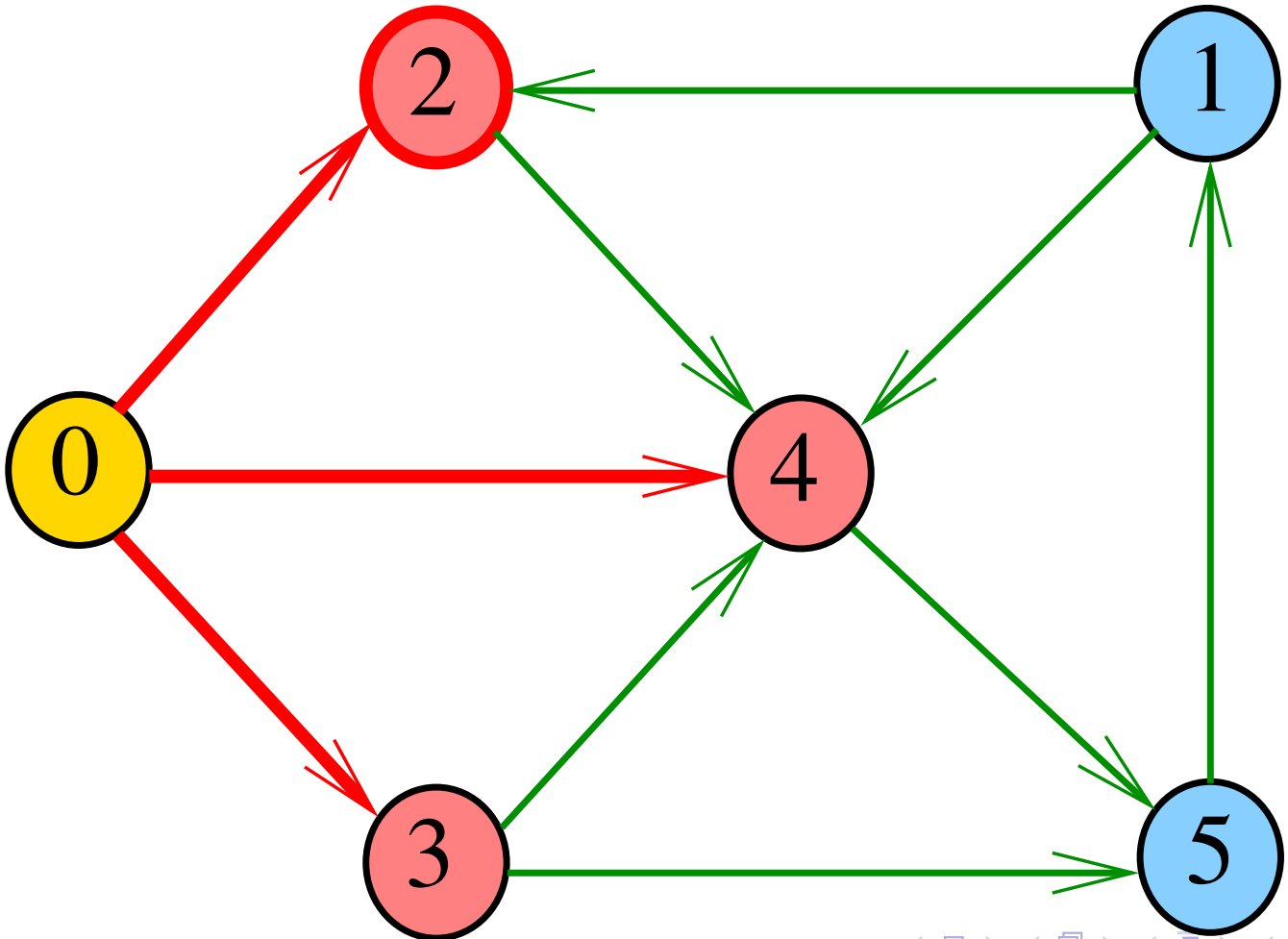
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	**1**	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4		

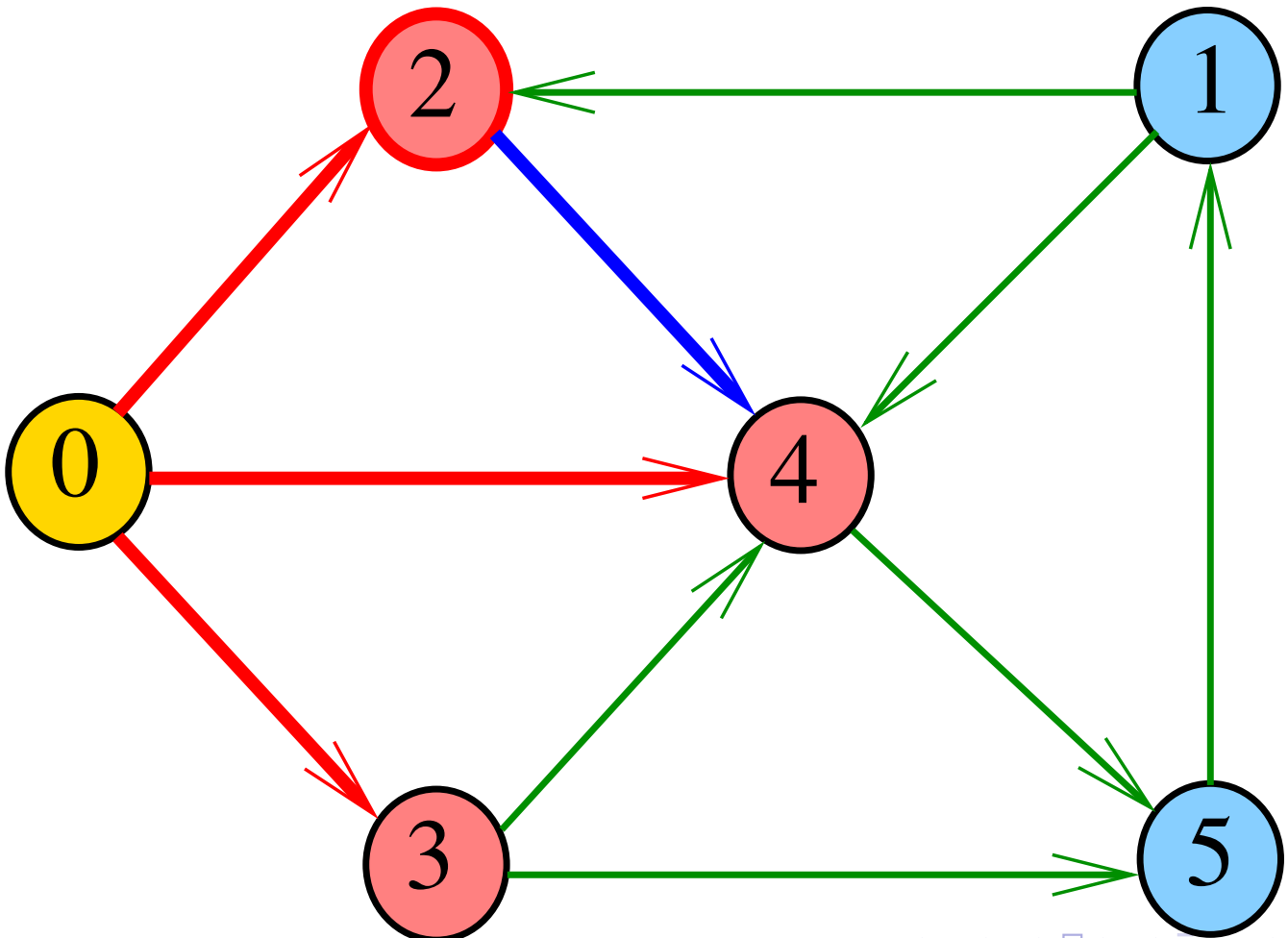
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4		

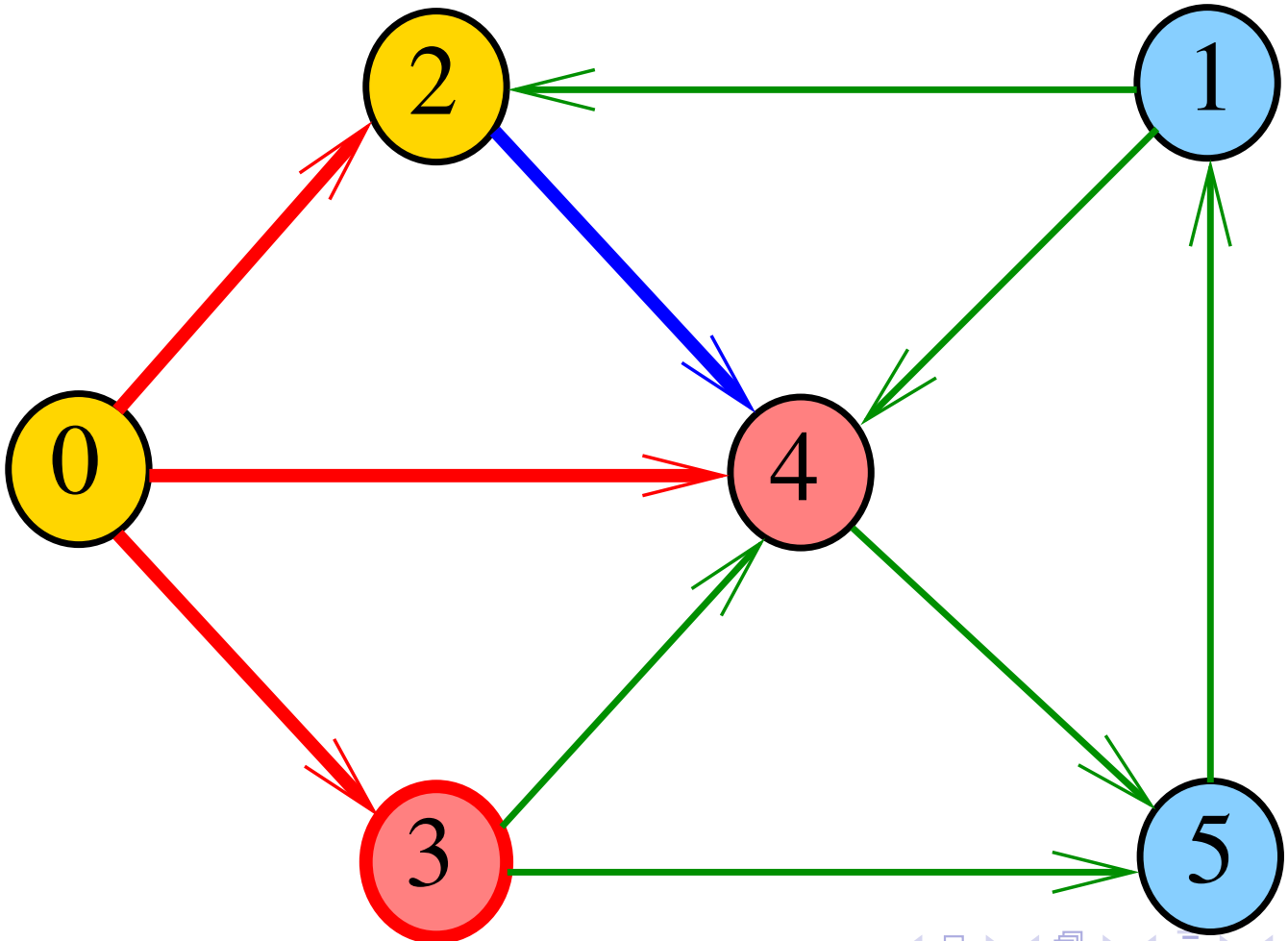
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4		

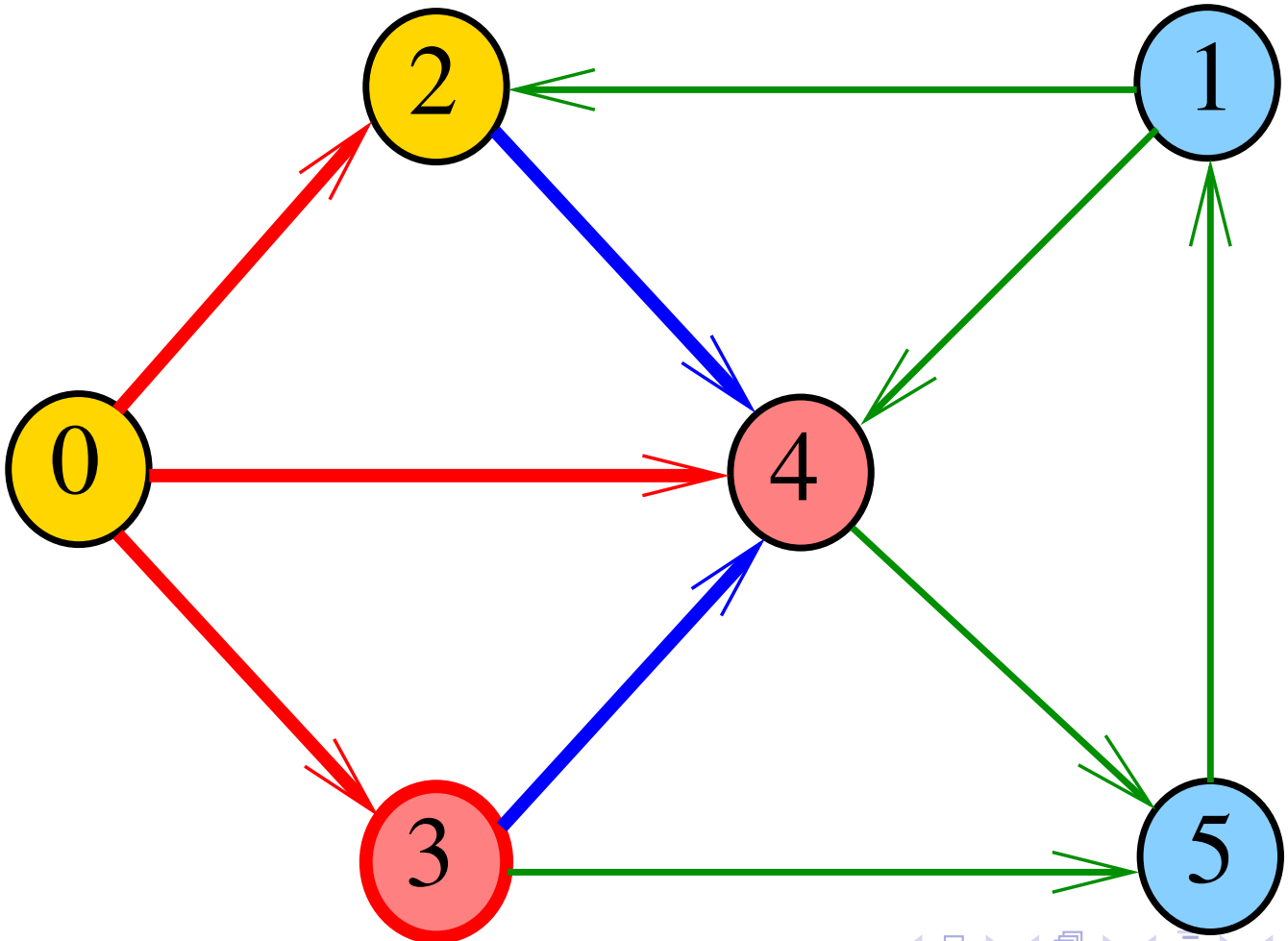
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4		

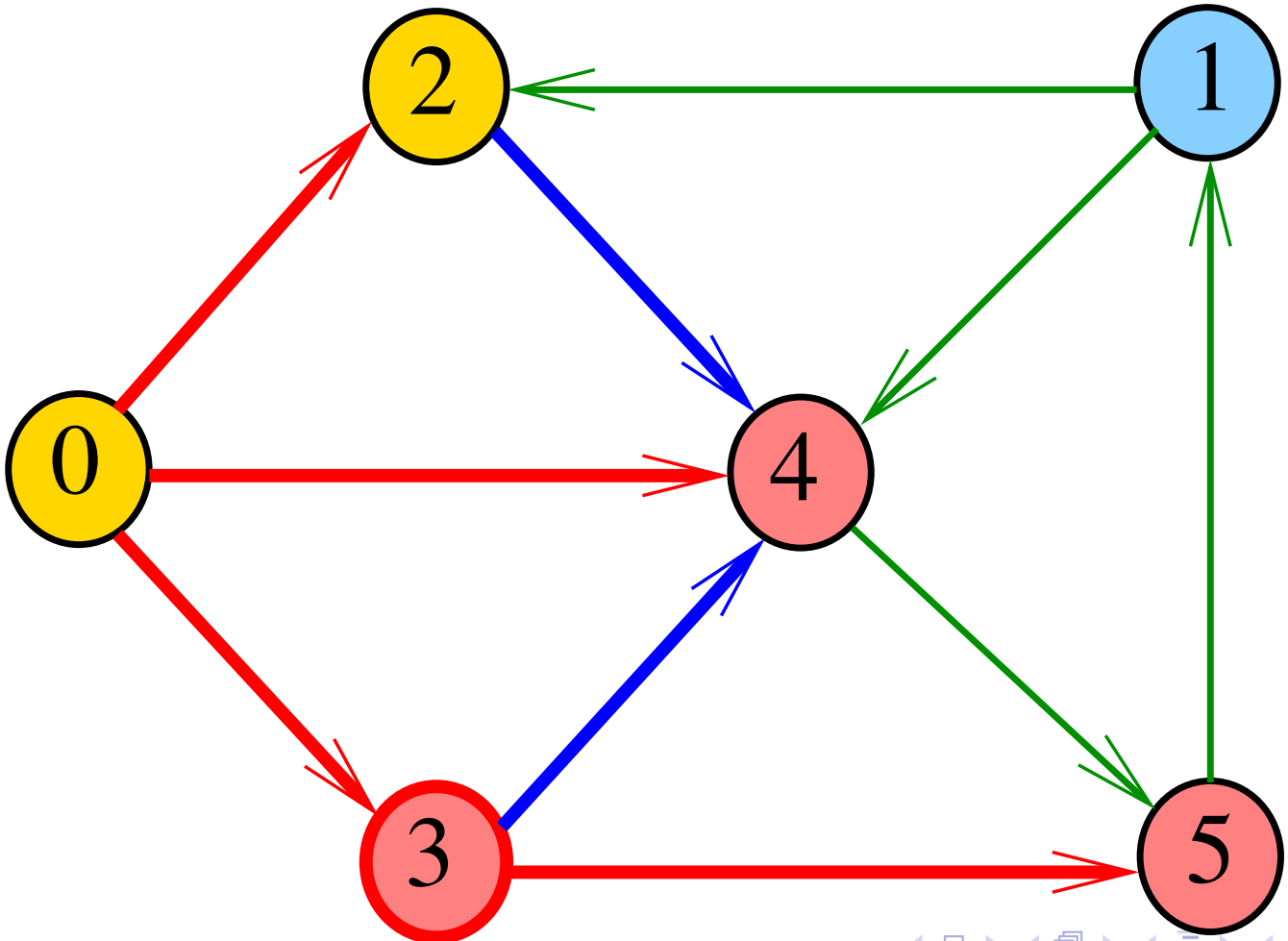
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	

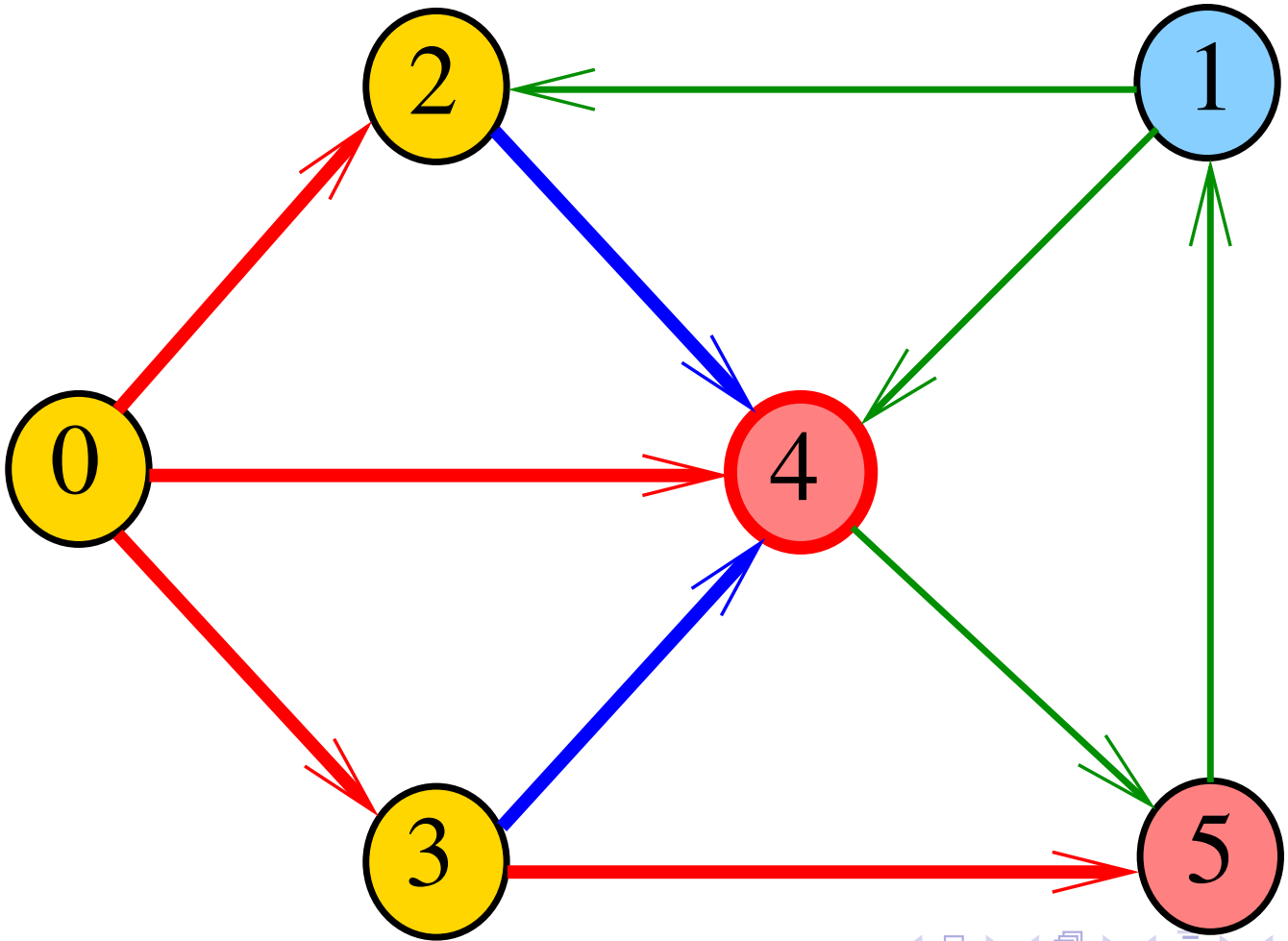
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	

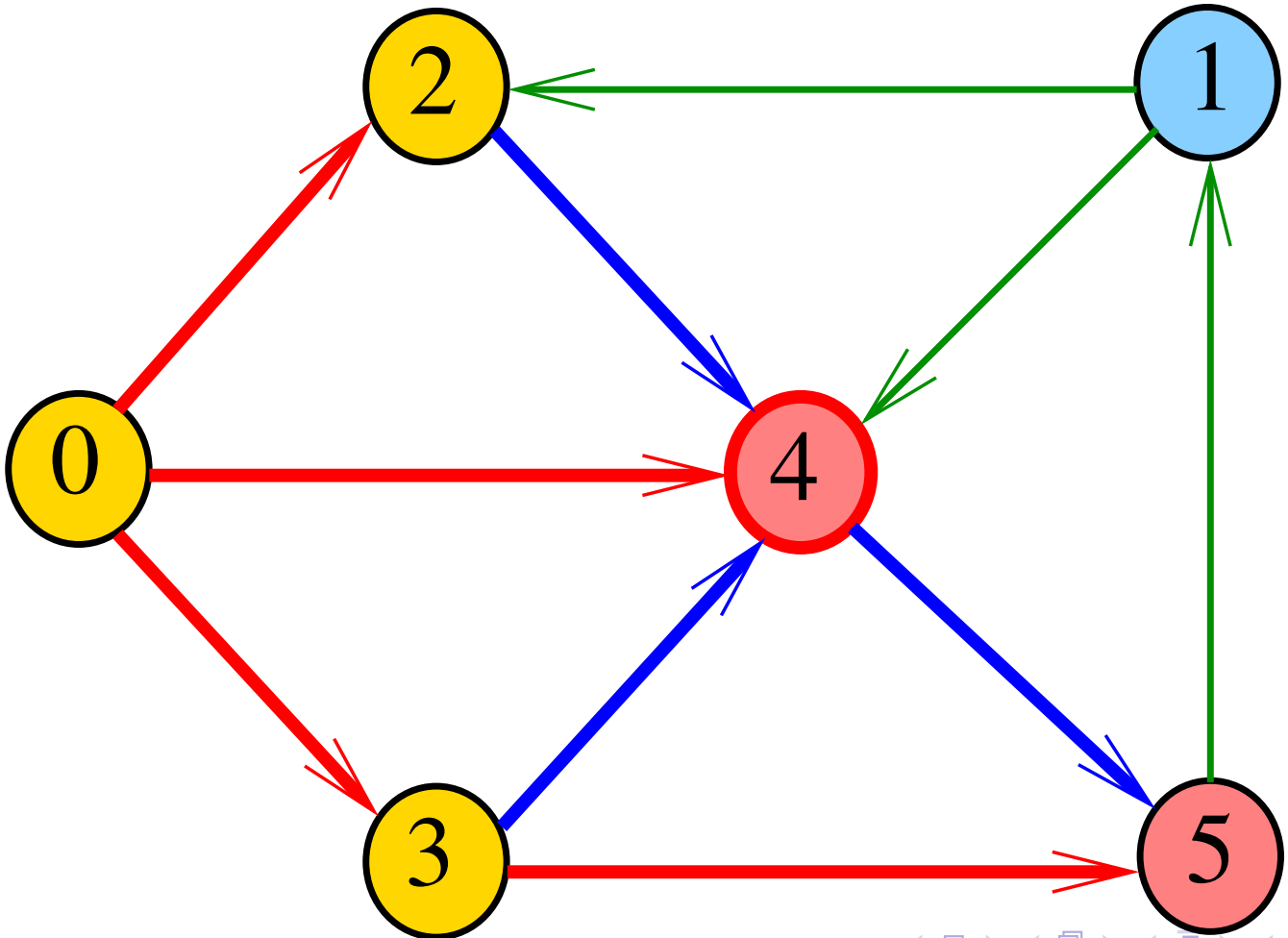
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	

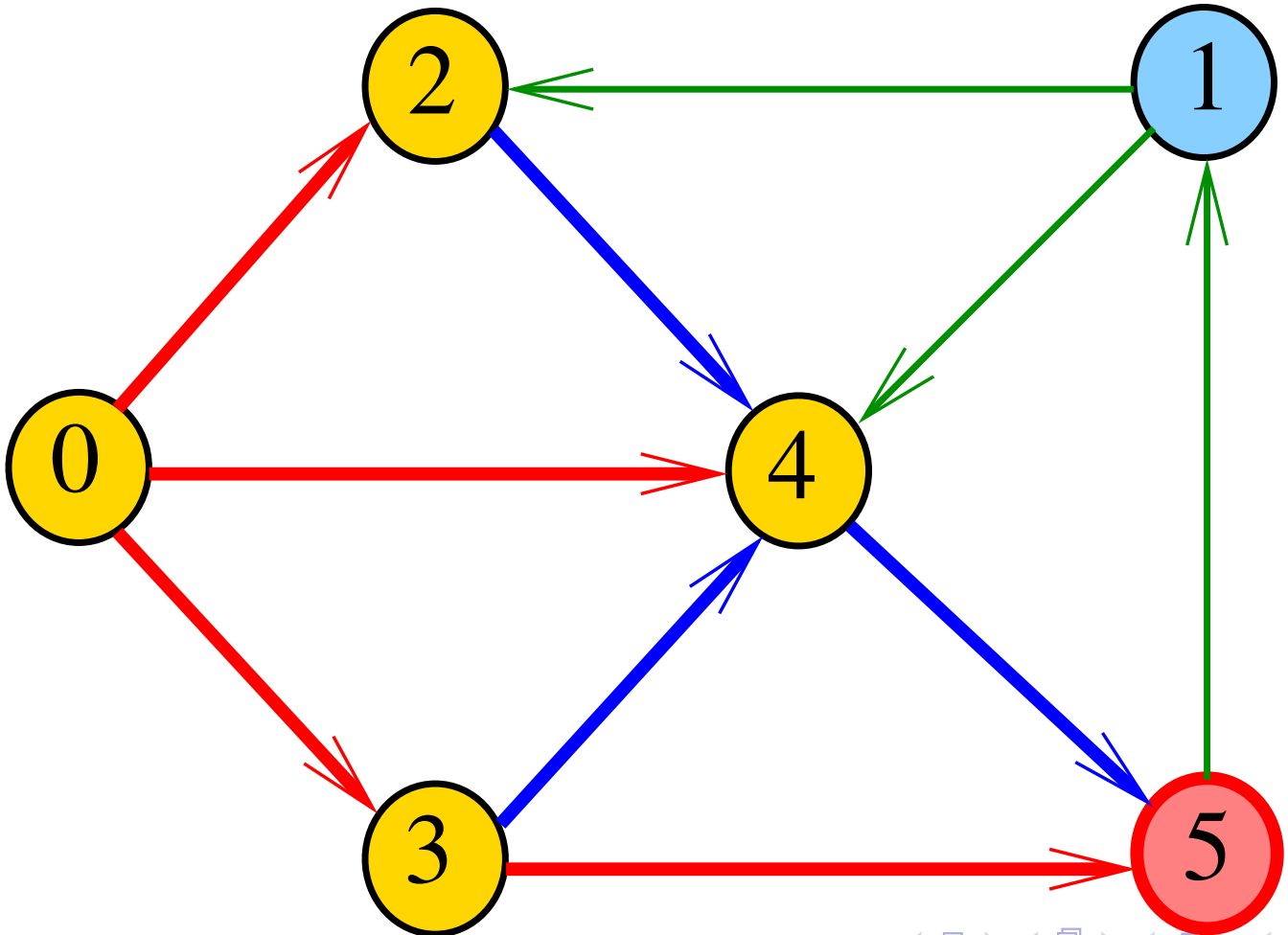
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	

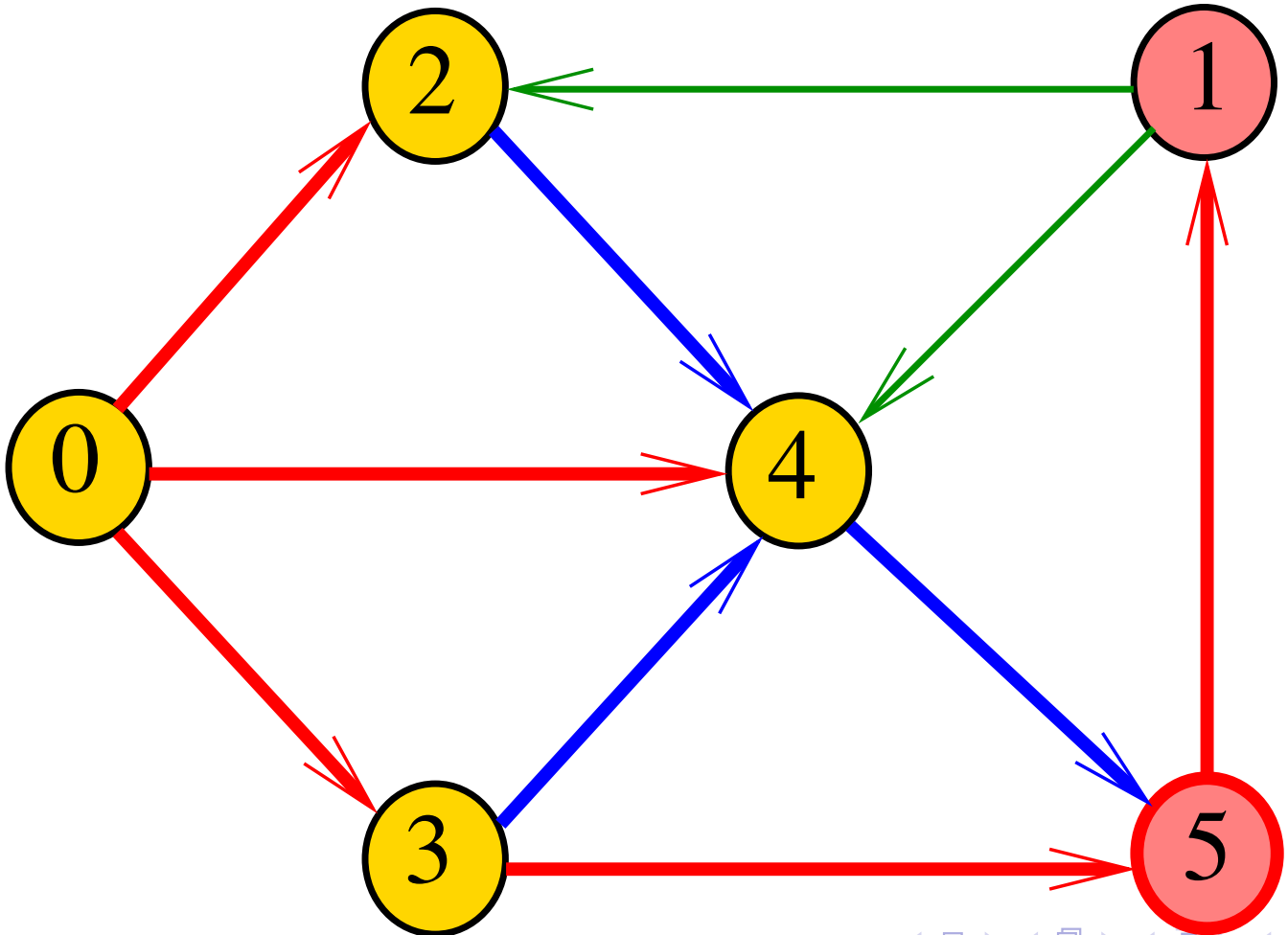
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1

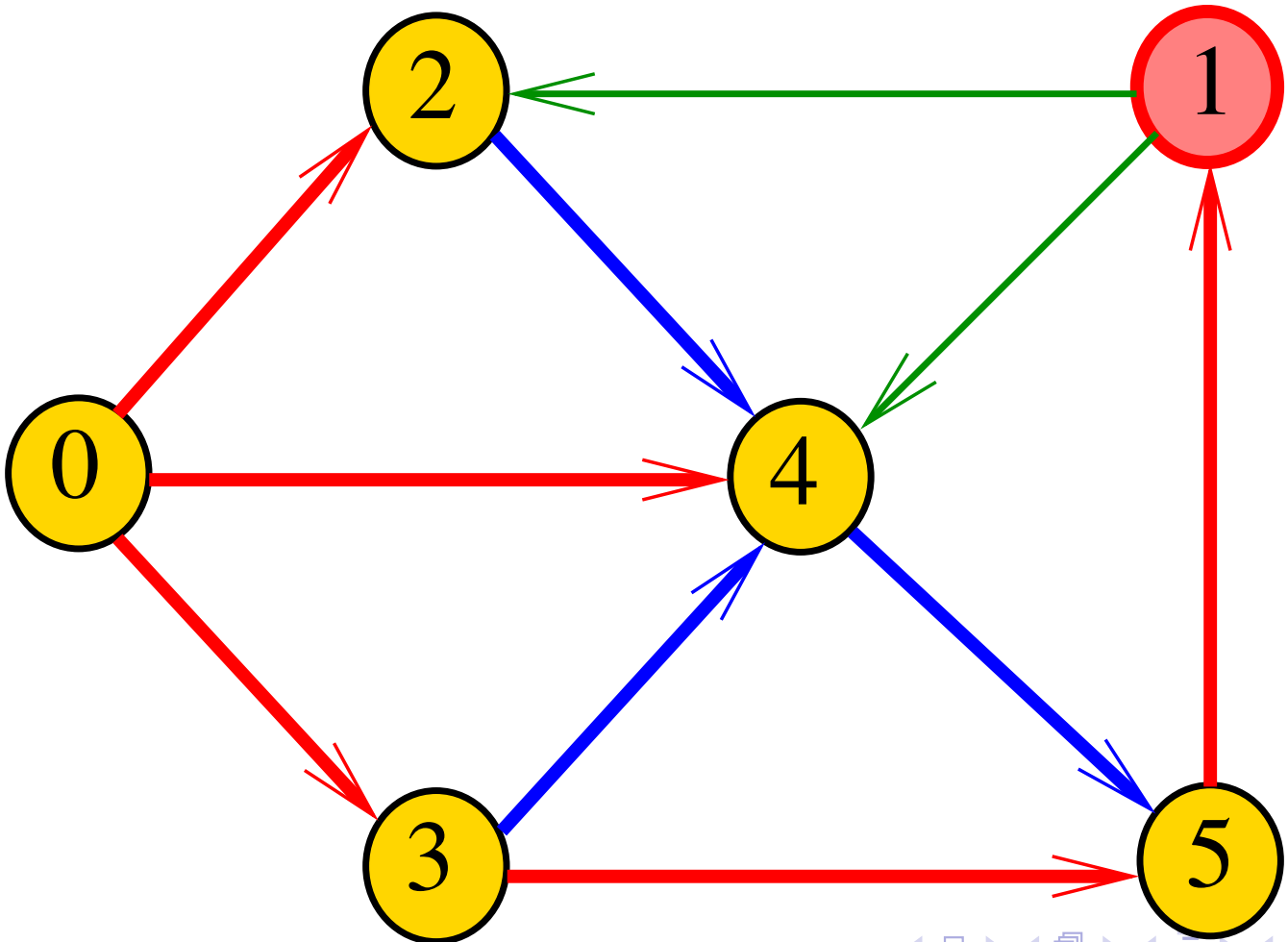
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1

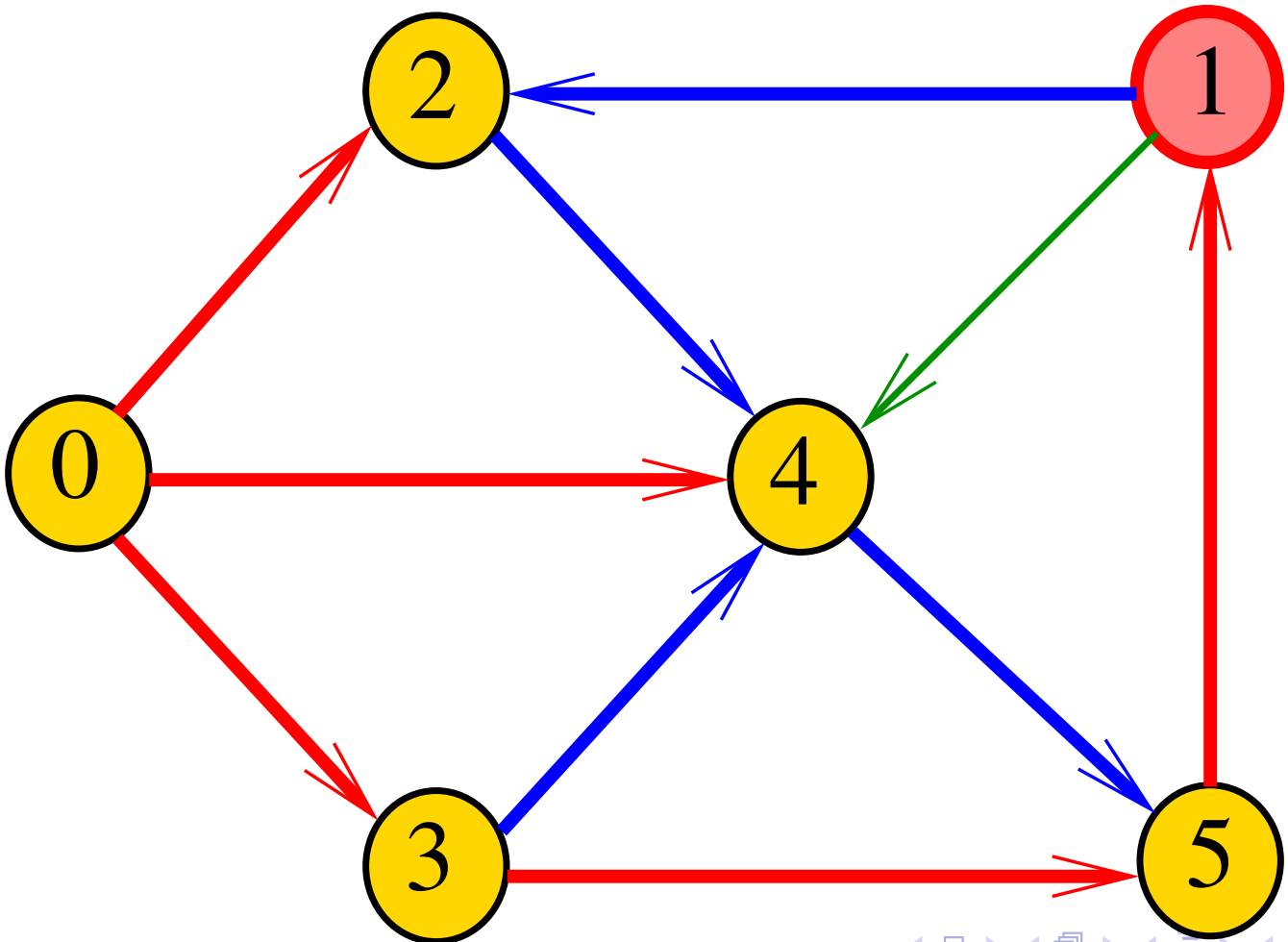
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1

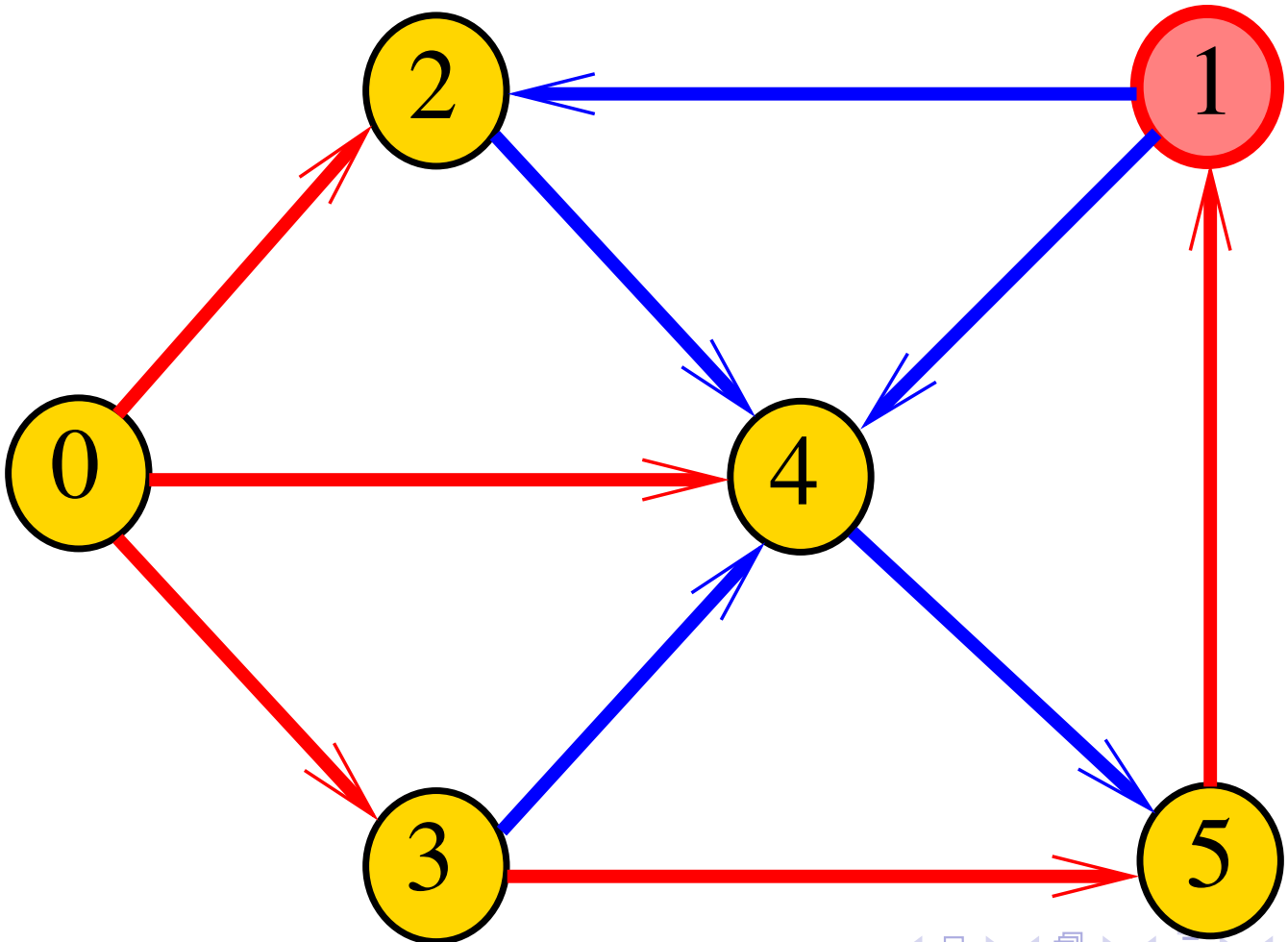
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1

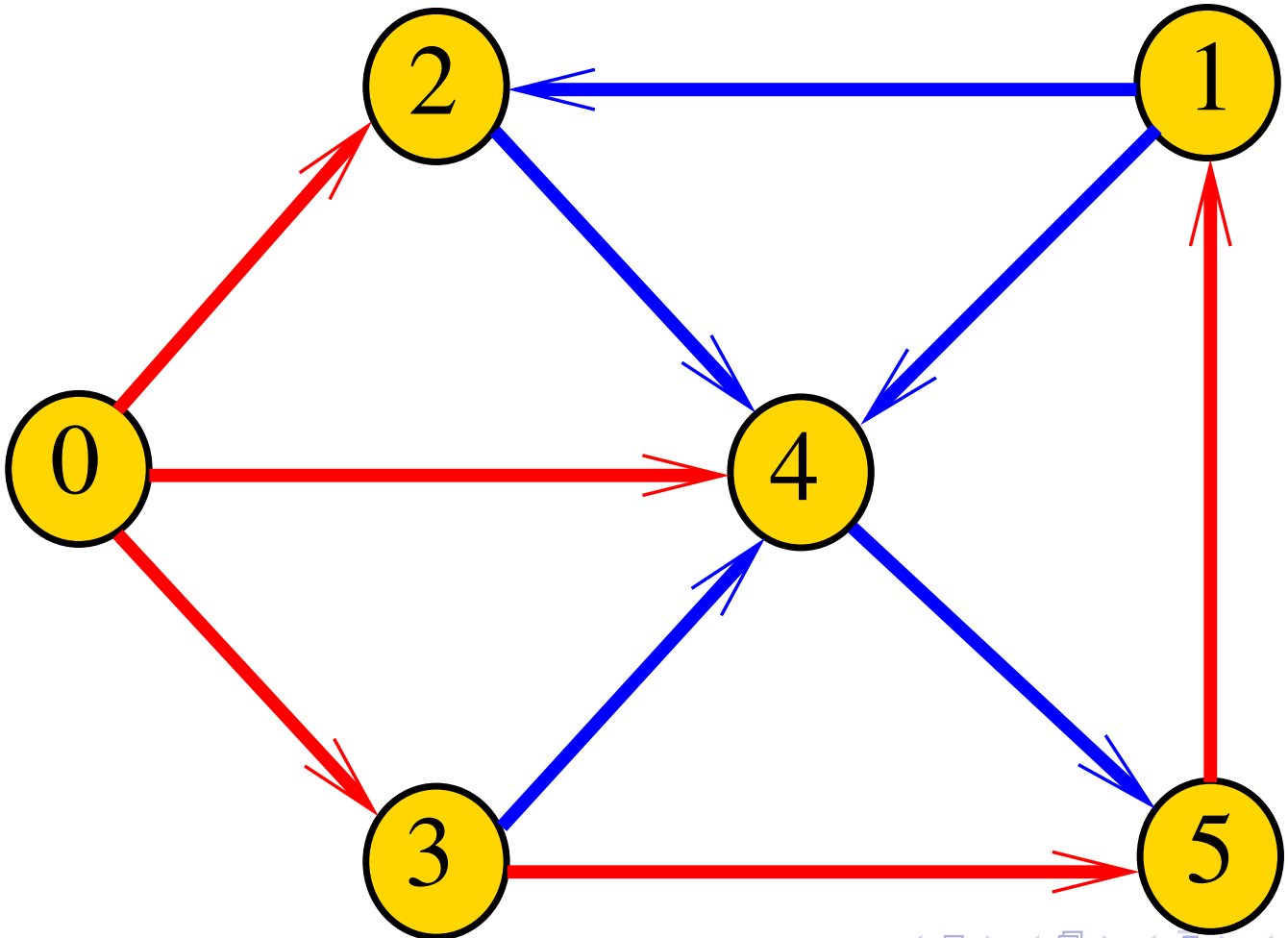
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1

i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	3	1	1	1	2



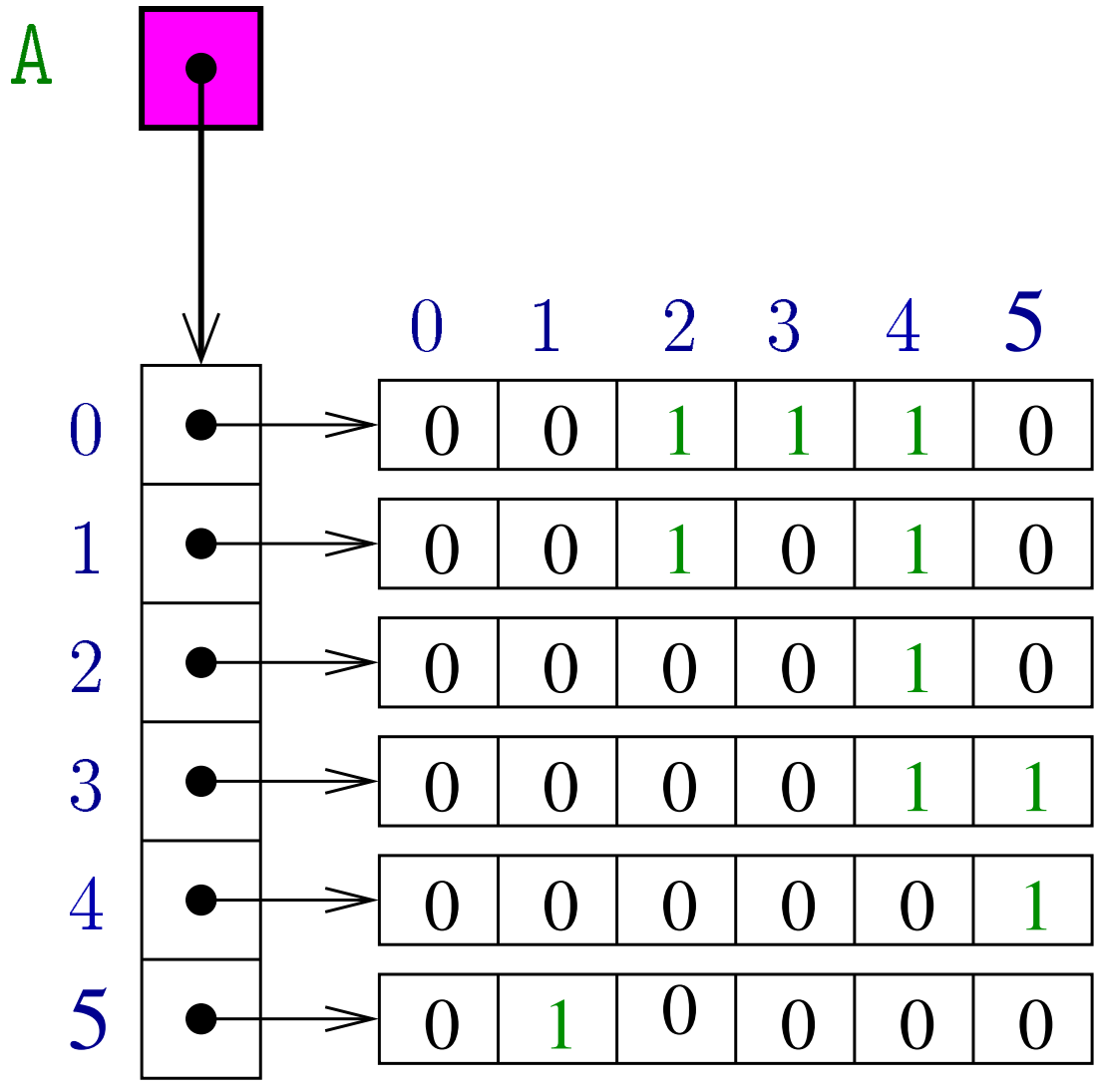
Representação da rede

As ligações entre as cidades são representadas por uma matriz `A`.

`A[i][j]` = 1 se existe estrada da cidade `i` para a cidade `j`

`A[i][j]` = 0 em caso contrário

Representação da rede



distancias

A função distancias recebe um um inteiro n, uma matriz A representado um rede de estradas entre n cidades e uma cidade c e devolve um vetor d que registra a distancia da cidade c a cada uma das outras: d[i] é a distância de c a i.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
   int *q; /* guarda a fila */
   int ini; /* q[ini] = 1o.  */
   int fim; /* q[fim-1] = ultimo */
   int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
   int j;
```

distancias

```
/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n* sizeof(int));

/* queueInit(n):  inicialize a fila */
q = mallocSafe(n*sizeof(int));

ini = 0; fim = 0; /* fila vazia */

/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
   d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;

/* queuePut(c):  coloque c na fila */
q[fim++] = c;
```

distancias

```
  while (ini != fim) { /*!queueEmpty()*/
     int i = q[ini++]; /* i = queueGet() */
     int di = d[i];
     for (j = 0; j< n; j++)
         if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
             d[j] = di + 1;
             q[fim++] = j; /* queuePut(j) */
         }
  }
  free(q); /* queueFree() */
  return d;
}
```

Relações invariantes

No início de cada iteração do `while` a fila consiste em

> *zero ou mais cidades à distância `k` de `c`, seguidos de zero ou mais cidades à distância `k+1` de `c`,*

para algum `k`

Isto permite concluir que, no início de cada iteração, para toda cidade `i`, se `d[i] != n` então `d[i]` é a distância de `c` a `i`

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a n^2

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a $O(n^2)$

Condição de inexistência

Se `d[i] == n` para alguma cidade `i`, então

$$S = \{v : \texttt{dist}[v] < n\}$$
$$T = \{v : \texttt{dist}[v] == n\}$$

são tais que toda estrada entre cidades em S e cidades em T tem seu início em T e fim em S

Interface para filas

S 4.6, 4.8

Interface item.h

```
/*
 * item.h
 */
typedef int Item;
```

Interface queue.h

```
/*
 * queue.h
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma
 * fila
 */
void queueInit(int);
int queueEmpty();
void queuePut(Item);
Item queueGet();
void queueFree();
```

distancias

A função distancias recebe um um inteiro n, uma matriz A representado um rede de estradas entre n cidades e uma cidade c e devolve um vetor d que registra a distancia da cidade c a cada uma das outras: d[i] é a distância de c a i.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
   int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
   int j;
```

distancias

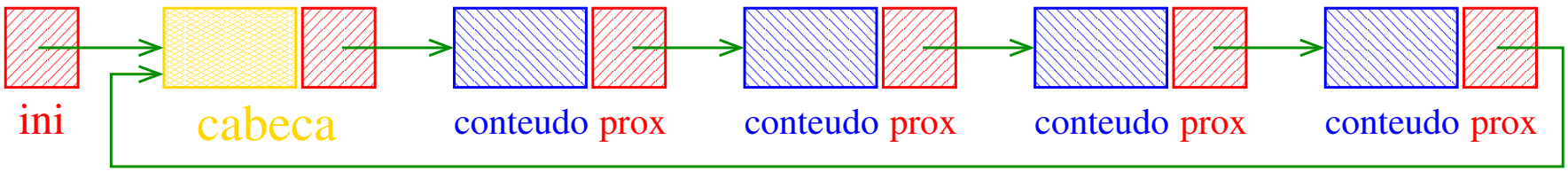
```
/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n* sizeof(int));

queueInit(n); /* inicialize a fila */

/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
   d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;


queuePut(c); /* coloque c na fila */
```

distancias

```
  while (!queueEmpty()) {
     int i = queueGet();
     int di = d[i];
     for (j = 0; j < n; j++)
         if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
             d[j] = di + 1;
             queuePut(j);
         }
  }
  queueFree();
  return d;
}
```

Fila implementada em uma lista encadeada

A fila será armazenada em uma lista encadeada **circular** com **cabeça**.



O ponteiro `ini` aponta para a `cabeca` da lista.

`ini->prox->conteudo` é primeiro elemento da fila.

A fila está vazia se "`ini->prox == ini`".

Implementação queue.c

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include "item.h"
/*
 * FILA: uma implementacao em lista
 * encadeada circular com cabeca
 */
typedef struct queueNode* Link;
struct queueNode {
   Item conteudo;
   Link prox;
};
static Link ini;
```

Implementação queue.c

```
void
queueInit(int n)
{
   ini = mallocSafe(sizeof *ini);
   ini->prox = ini;
}

int
queueEmpty()
{
   return ini->prox == ini;
}
```

Implementação queue.c

```
void
queuePut(Item item)
{
   Link nova = mallocSafe(sizeof *nova);

   nova->prox = ini->prox;
   ini->prox = nova;

   /* insira item na celula cabeca (!) */
   ini->conteudo = item;

   /* mude a cabeca para nova (!) */
   ini = nova;
}
```

Implementação queue.c

```
Item
queueGet()
{
   Link p = ini->prox;
   Item conteudo = p->conteudo;

   ini->prox = p->prox;
   free(p);
   return conteudo;
}
```

Implementação queue.c

```
void
queueFree()
{
   Link p = ini->prox;

   while (p != ini)
   {
       Link t = p->prox;
       free(p);
       p = t;
   }
   free(ini);
}
```

Compilação

cria o obj `queue.o`

```
> gcc -Wall -O2 -ansi -pedantic -Wno-unused-result -c queue.c
```

cria o obj `distancias.o`

```
> gcc -Wall -O2 -ansi -pedantic -Wno-unused-result \
    -c distancias.c
```

cria o executável `polonesa`

```
> gcc -o distancia queue.o distancia.o
```

Makefile

Hmmm. Ler o tópico `Makefile` no fórum.

```
distancia: distancia.o queue.o
        gcc distancia.o queue.o -o distancia

distancia.o: distancia.c
        gcc -Wall -O2 -ansi -pedantic \
        -Wno-unused-result -c distancia.c

queue.o: queue.c item.h
        gcc -Wall -O2 -ansi -pedantic \
        -Wno-unused-result -c queue.c
```