

MAC0122 Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos

Edição 2012

AULA 1

Administração

Página da disciplina: aulas, cadastro, eps . . .

<http://paca.ime.usp.br/>

Chave de inscrição: grauna

Exercício programa 1: disponível na página

Livros

Nossa referência básica é o livro

PF = Paulo Feofiloff,
Algoritmos em linguagem C,



Este livro é baseado no material do sítio

Projeto de Algoritmos em C.

Outros livros são

S = Robert Sedgwick,
Algorithms in C, vol. 1

CLRS = Cormen-Leiserson-Rivest-Stein,
Introductions to Algorithms

MAC0122

MAC0122 Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos é uma disciplina introdutória em:

- ▶ projeto, correção e eficiência de algoritmos e
- ▶ estruturas de dados

MAC0122

MAC0122 combina técnicas de

- ▶ programação
- ▶ correção de algoritmos (relações invariantes)
- ▶ análise da eficiência de algoritmos e
- ▶ estruturas de dados elementares

que nasceram de aplicações cotidianas em ciência da computação.

Pré-requisitos

O pré-requisito oficial de **MAC0122** é

- ▶ **MAC0110** Introdução à Computação.

Costuma ser conveniente ter cursado

- ▶ **MAT0138** Álgebra I para Computação

Principais tópicos

Alguns dos tópicos de **MAC0122** são:

- ▶ recursão;
- ▶ busca em um vetor;
- ▶ busca (binária) em vetor ordenado;
- ▶ listas encadeadas;
- ▶ listas lineares: filas e pilhas;
- ▶ algoritmos de enumeração;
- ▶ busca de palavras em um texto;
- ▶ algoritmos de ordenação: bubblesort, heapsort, mergesort,...; e

Tudo isso regado a muita **análise de eficiência de algoritmos e invariantes**.

Localização

MAC0122 é um primeiro passo para

- ▶ MAC0323 Estruturas de Dados
- ▶ MAC0328 Algoritmos de Grafos
- ▶ MAC0338 Análise de Algoritmos

Entretanto, várias outras disciplinas se apoiam em MAC0122.

Pausa para nossos comerciais

- ▶ **Encontro do BCC**: 06, 07, 08, 09 e 11 de agosto
Bio-Informática, Ferramentas Livres para Teste de Invasão, Alan Turing e suas principais contribuições e muito mais.

<http://www.ime.usp.br/~encontrobcc/2012/>

- ▶ **XVI Maratona de Programação**: 18 de agosto

<http://www.ime.usp.br/~cef/XVI maratona/>

- ▶ **Página do BCC**:

<http://bcc.ime.usp.br/>

Recursão

PF 2.1, 2.2, 2.3 S 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/recu.html>

Recursão

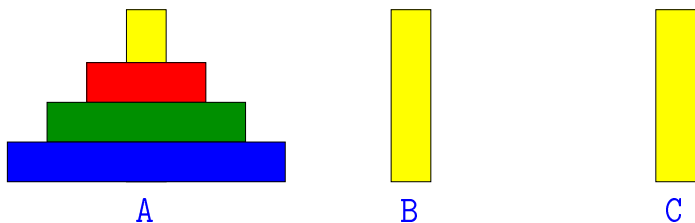
“To understand recursion, we must first understand recursion.”

–folclore

“Para fazer uma função recursivo é preciso ter fé.”

–Siang Wu Song

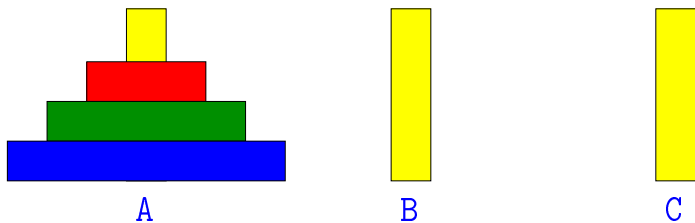
Torres de Hanoi



Desejamos transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar e repetando as regras:

- ▶ podemos mover apenas um disco por vez;
- ▶ nunca um disco de diâmetro maior poderá ser colocado sobre um disco de diâmetro menor.

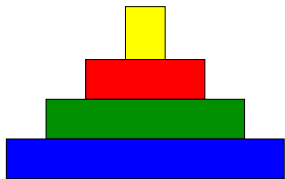
Torres de Hanoi



Denotaremos por $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ o problema de transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar

Como resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$?

Idéia



A



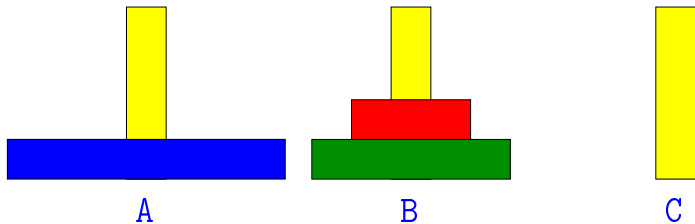
B



C

Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Idéia

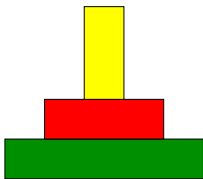


Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

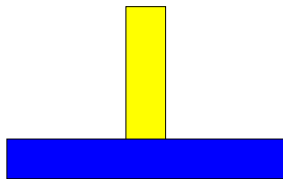
Idéia



A



B



C

Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

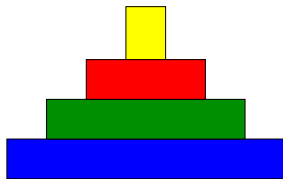
Idéia



A



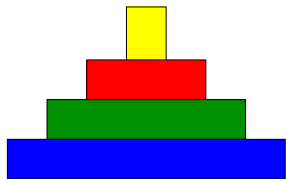
B



C

Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Solução



A



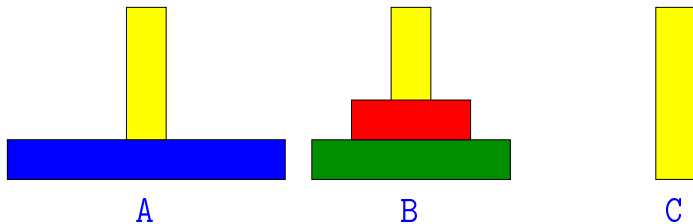
B



C

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

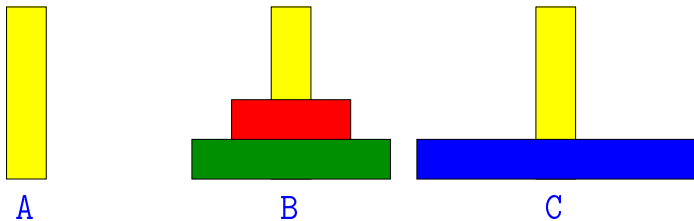
Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(\underline{n-1}, A, C, B)$

Solução



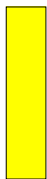
Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C

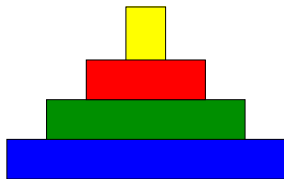
Solução



A



B



C

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(\underline{n-1}, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(\underline{n-1}, B, A, C)$

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(\underline{n-1}, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(\underline{n-1}, B, A, C)$

E daí?

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E daí?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problema com $n-1$ disco!

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E daí?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problema com $n-1$ disco!

Paramos de reduzir quando soubermos resolver o problema. Por exemplo, sabemos resolver

$\text{Hanoi}(0, \dots, \dots, \dots)$

Função que resolve o problema

```
void
hanoi(int n, char origem, char auxiliar, char destino)
{
    if (n > 0)
    {
        hanoi(n-1, origem, destino, auxiliar);
        print("mova o disco %d de %c para %c.\n",
            n, origem, destino);
        hanoi(n-1, auxiliar, origem, destino);
    }
}
```

Chamada: `hanoi(n, 'A', 'B', 'C');`

Hanoi(3,A,B,C)

- 1: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
- 2: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
- 3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
- 4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
- 5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
- 6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
- 7: mova o disco 1 do pino A para o pino C.

Hanoi(4,A,B,C)

- 1: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
- 2: mova o disco 2 do pino A para o pino C.
- 3: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
- 4: mova o disco 3 do pino A para o pino B.
- 5: mova o disco 1 do pino C para o pino A.
- 6: mova o disco 2 do pino C para o pino B.
- 7: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
- 8: mova o disco 4 do pino A para o pino C.
- 9: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
- 10: mova o disco 2 do pino B para o pino A.
- 11: mova o disco 1 do pino C para o pino A.
- 12: mova o disco 3 do pino B para o pino C.
- 13: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
- 14: mova o disco 2 do pino A para o pino C.
- 15: mova o disco 1 do pino B para o pino C.

Hanoi(7, A, B, C)

1: mova o disco 1 do pino A para 44pinoVÀ. o disco 3 do pino B para87:pinoA o disco 1 do pino C para o pin
2: mova o disco 2 do pino A para 45pinoVÀ. o disco 1 do pino C para88:pinoA o disco 4 do pino C para o pin
3: mova o disco 1 do pino C para 46pinoVÀ. o disco 2 do pino C para89:pinoA o disco 1 do pino B para o pin
4: mova o disco 3 do pino A para 47pinoVÀ. o disco 1 do pino B para90:pinoA o disco 2 do pino B para o pin
5: mova o disco 1 do pino B para 48pinoVÀ. o disco 5 do pino C para94:pinoA o disco 1 do pino A para o pin
6: mova o disco 2 do pino B para 49pinoVÀ. o disco 1 do pino A para92:pinoA o disco 3 do pino B para o pin
7: mova o disco 1 do pino A para 50pinoVÀ. o disco 2 do pino A para98:pinoA o disco 1 do pino C para o pin
8: mova o disco 4 do pino A para 51pinoVÀ. o disco 1 do pino C para94:pinoA o disco 2 do pino C para o pin
9: mova o disco 1 do pino C para 52pinoVÀ. o disco 3 do pino A para95:pinoA o disco 1 do pino B para o pin
10: mova o disco 2 do pino C para58:pinoA o disco 1 do pino B para96:pinoA o disco 6 do pino B para o pin
11: mova o disco 1 do pino B para54:pinoA o disco 2 do pino B para97:pinoA o disco 1 do pino A para o pin
12: mova o disco 3 do pino C para55:pinoA o disco 1 do pino A para98:pinoA o disco 2 do pino A para o pin
13: mova o disco 1 do pino A para56:pinoA o disco 4 do pino A para99:pinoA o disco 1 do pino C para o pin
14: mova o disco 2 do pino A para57:pinoA o disco 1 do pino C para100pinoVÀ. o disco 3 do pino A para o pi
15: mova o disco 1 do pino C para58:pinoA o disco 2 do pino C para101pinoVÀ. o disco 1 do pino B para o pi
16: mova o disco 5 do pino A para59:pinoA o disco 1 do pino B para102pinoVÀ. o disco 2 do pino B para o pi
17: mova o disco 1 do pino B para60:pinoA o disco 3 do pino C para103pinoVÀ. o disco 1 do pino A para o pi
18: mova o disco 2 do pino B para64:pinoA o disco 1 do pino A para104pinoVÀ. o disco 4 do pino A para o pi
19: mova o disco 1 do pino A para62:pinoA o disco 2 do pino A para105pinoVÀ. o disco 1 do pino C para o pi
20: mova o disco 3 do pino B para68:pinoA o disco 1 do pino C para106pinoVÀ. o disco 2 do pino C para o pi
21: mova o disco 1 do pino C para64:pinoA o disco 7 do pino A para107pinoVÀ. o disco 1 do pino B para o pi
22: mova o disco 2 do pino C para65:pinoA o disco 1 do pino B para108pinoVÀ. o disco 3 do pino C para o pi
23: mova o disco 1 do pino B para66:pinoA o disco 2 do pino B para109pinoVÀ. o disco 1 do pino A para o pi
24: mova o disco 4 do pino B para67:pinoA o disco 1 do pino A para104OpinoVÀ. o disco 2 do pino A para o pi
25: mova o disco 1 do pino A para68:pinoA o disco 3 do pino B para1041pinoVÀ. o disco 1 do pino C para o pi
26: mova o disco 2 do pino A para69:pinoA o disco 1 do pino C para1042pinoVÀ. o disco 5 do pino A para o pi
27: mova o disco 1 do pino C para70:pinoA o disco 2 do pino C para1043pinoVÀ. o disco 1 do pino B para o pi
28: mova o disco 3 do pino A para70:pinoA o disco 1 do pino B para1044pinoVÀ. o disco 2 do pino B para o pi
29: mova o disco 1 do pino B para72:pinoA o disco 4 do pino B para1045pinoVÀ. o disco 1 do pino A para o pi
30: mova o disco 2 do pino B para73:pinoA o disco 1 do pino A para1046pinoVÀ. o disco 3 do pino B para o pi
31: mova o disco 1 do pino A para74:pinoA o disco 2 do pino A para1047pinoVÀ. o disco 1 do pino C para o pi
32: mova o disco 6 do pino A para75:pinoA o disco 1 do pino C para1048pinoVÀ. o disco 2 do pino C para o pi
33: mova o disco 1 do pino C para76:pinoA o disco 3 do pino A para1049pinoVÀ. o disco 1 do pino B para o pi
34: mova o disco 2 do pino C para77:pinoA o disco 1 do pino B para104OpinoVÀ. o disco 4 do pino B para o pi
35: mova o disco 1 do pino B para78:pinoA o disco 2 do pino B para1041pinoVÀ. o disco 1 do pino A para o pi

Recursão

A resolução recursiva de um problema tem tipicamente a seguinte estrutura:

se a instância em questão é “pequena”
resolva-a diretamente (use força bruta se necessário);

senão
reduza-a a uma instância “menor” do mesmo problema,
aplique o método à instância menor e volte à instância original.

Fatorial recursivo

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{quando } n = 0, \\ n \times (n - 1)!, & \text{quando } n > 0. \end{cases}$$

```
long
fatorial(long n)
{
    if (n == 0) return 1;
    return n * fatorial(n-1);
}
```

fatorial(10)

fatorial(10)

 fatorial(9)

 fatorial(8)

 fatorial(7)

 fatorial(6)

 fatorial(5)

 fatorial(4)

 fatorial(3)

 fatorial(2)

 fatorial(1)

 fatorial(0)

fatorial de 10 e' 3628800.

Fatorial iterativo

```
long fatorial (int n)
{
    int i;
    long ifat;

    ifat = 1;
    for (i = 1; i <= n; i++)
        /* neste ponto vale que ifat = (i-1)! */
        ifat = ifat * i;

    return ifat;
}
```