Melhores momentos

AULA 24

Problemas polinomiais

Analise de um algoritmo em um determinado modelo de computação estima o seu consumo de tempo e quantidade de espaço como uma função do tamanho da instância do problema.

Exemplo: o consumo de tempo do algoritmo EUCLIDES (a, b) é expresso como uma função de $\langle a \rangle + \langle b \rangle$.

Um problema é solúvel em tempo polinomial se existe um algoritmo que consome tempo $\mathrm{O}(\langle I \rangle^c)$ para resolver o problema, onde c é uma constante e I é instância do problema.

Exemplos

- Máximo divisor comum

  Tamanho da intância: $\lg a + \lg b$

  Consumo de tempo Café-Com-Leite é $\mathrm{O}(b)$ (não-polinomial)

  Consumo de tempo EUCLIDES é $\mathrm{O}(\lg b)$ (polinomial)

- Subseqüência comum máxima

  Tamanho da instância: $n + m$

  Consumo de tempo REC-LEC-LENGTH é $\Omega(2^{\min\{m,n\}})$ (exponencial)

  Consumo de tempo LEC-LENGTH é $\Theta(mn)$ (polinomial).

Mais exemplos

- Problema booleano da mochila

  Tamanho da instância: $\lg n + n \lg W + n \lg V + \lg W$
  Consumo de tempo MOCHILA-BOOLEANA é $\Theta(nW)$ (não-polinomial)

- Problema fracionário da mochila
  Tamanho da instância: $\lg n + n \lg W + n \lg V + \lg W$
  Consumo de tempo MOCHILA-FRACIONÁRIA é $\Theta(n \lg n)$ (polinomial).

- Ordenação de inteiros $A[1\,..\,n]$

  Tamanho da instância: $n \lg M$,
  $M := \max\{|A[1]|, |A[2]|, \ldots, |A[n]|\} + 1$
  Consumo de tempo MERGE-SORT é $\Theta(n \lg n)$ (polinomial).

Classe P

Por um algoritmo eficiente entendemos um algoritmo polinomial.

A classe de todos os problemas de decisão que podem ser resolvidos por algoritmos polinomiais é denotada por P (classe de complexidade).

Exemplo: As versões de decisão dos problemas:

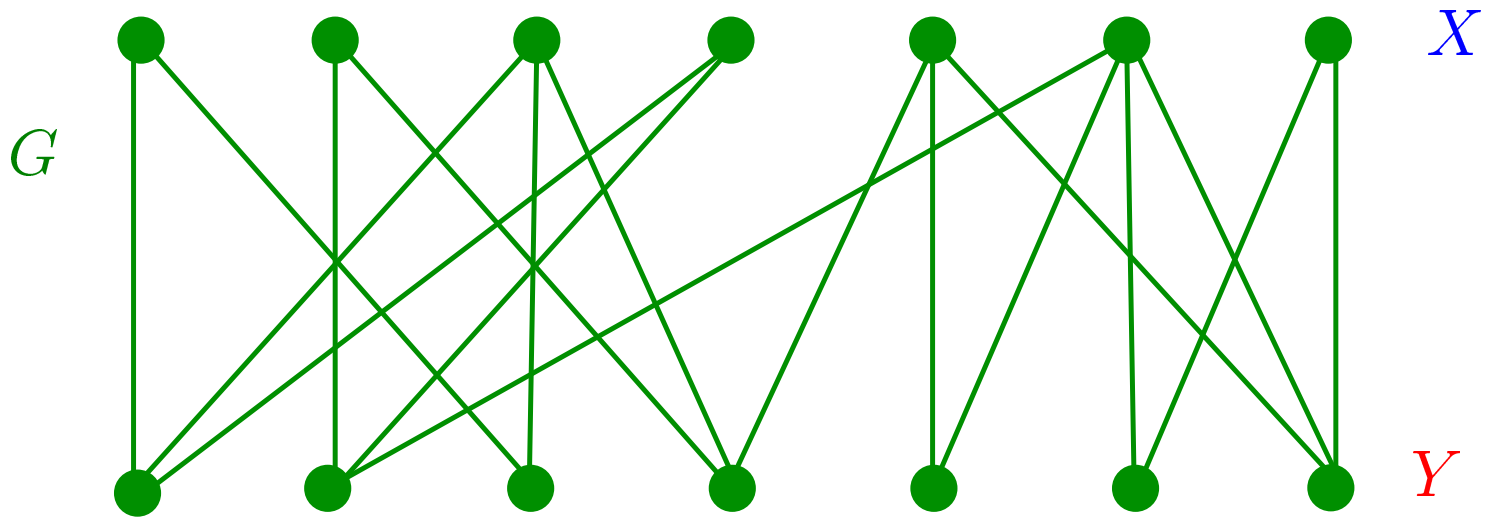
> máximo divisor comum, subseqüência comum máxima e mochila fracionária

estão em P.

Para muitos problemas, não se conhece algoritmo essencialmente melhor que “testar todas as possibilidades”. Em geral, isso não está em P.

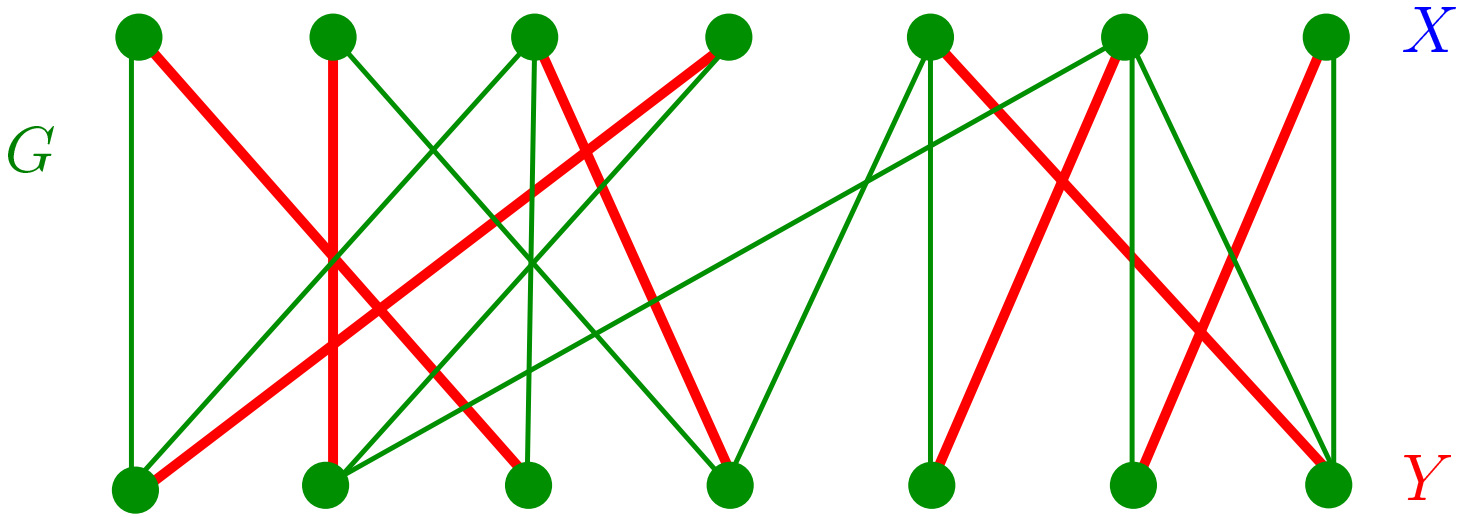
Emparelhamentos

Problema: Dado um grafo bipartido encontrar um emparelhamento perfeito.



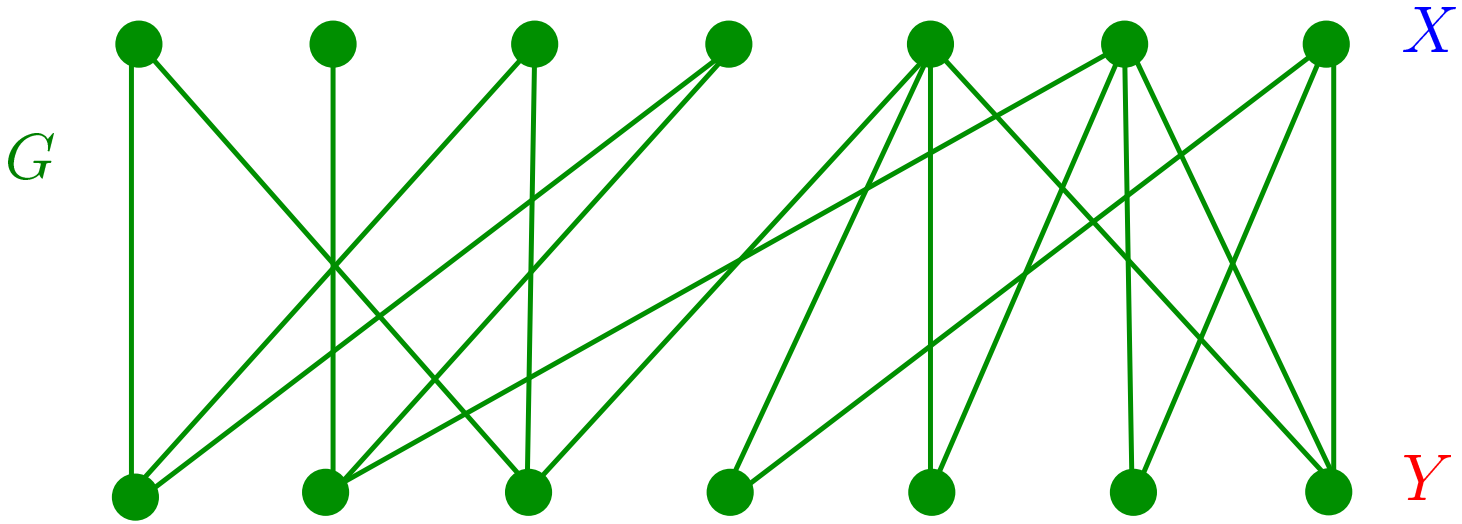
Emparelhamentos

Problema: Dado um grafo bipartido encontrar um emparelhamento perfeito.



Emparelhamentos

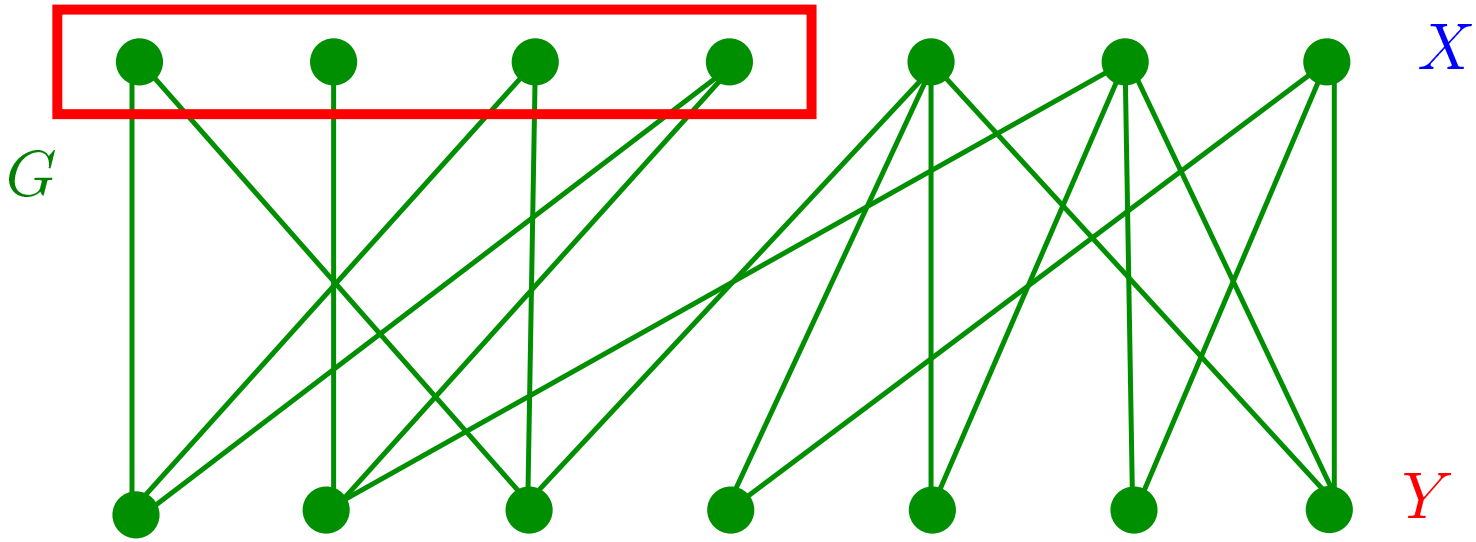
Problema: Dado um grafo bipartido encontrar um emparelhamento perfeito.



NÃO existe! Certificado?

Emparelhamentos

Problema: Dado um grafo bipartido encontrar um emparelhamento perfeito.



NÃO existe! Certificado: $S \subseteq X$ tal que $|S| > |\text{vizinhos}(S)|$.
Teorema de Hall: G tem um emparelhamento perfeito se e somente se

$$|S| \leq |\text{vizinhos}(S)|, \quad \text{para todo } S \subseteq X.$$

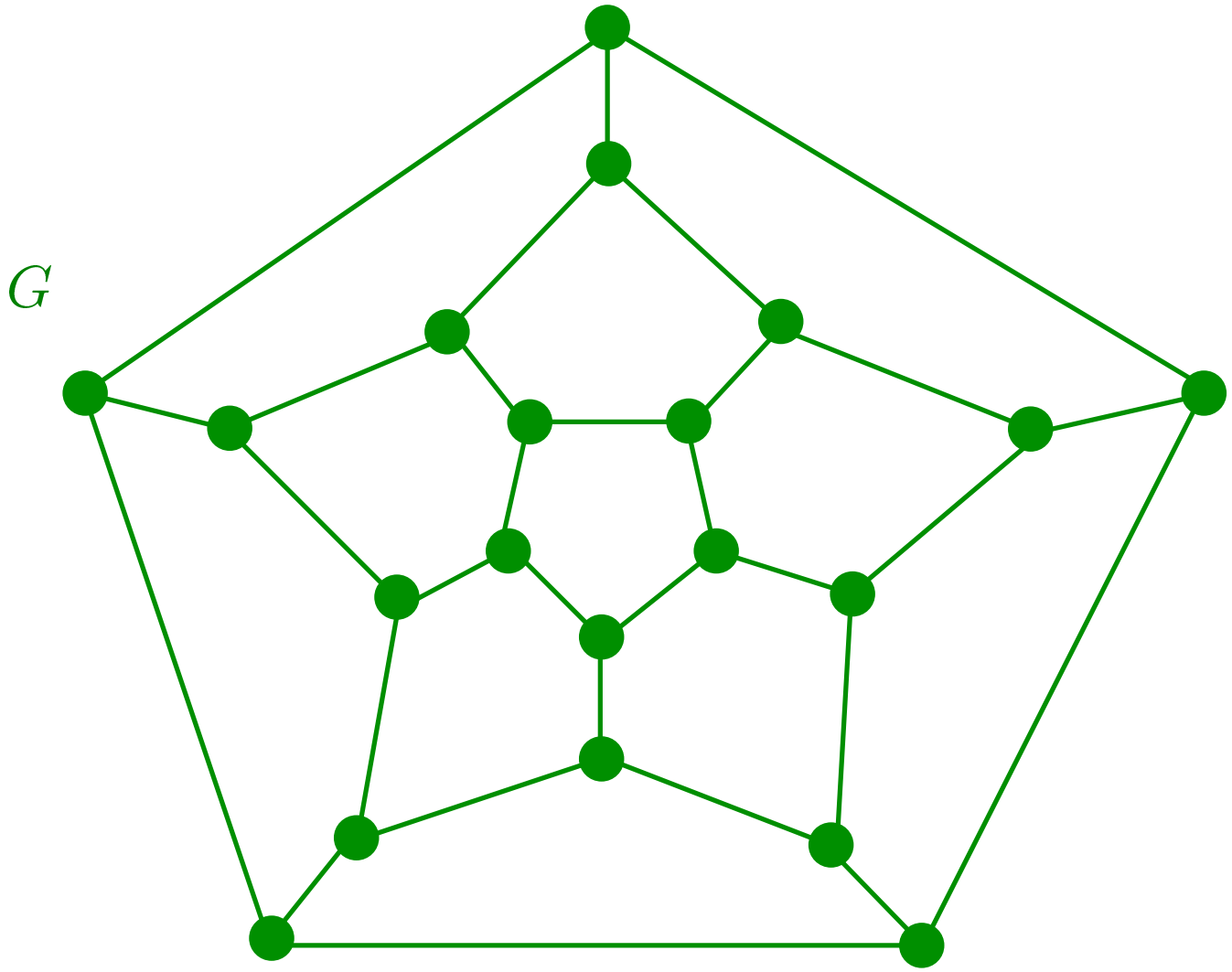
AULA 25

Mais complexidade computacional

CLR 36 ou CLRS 34

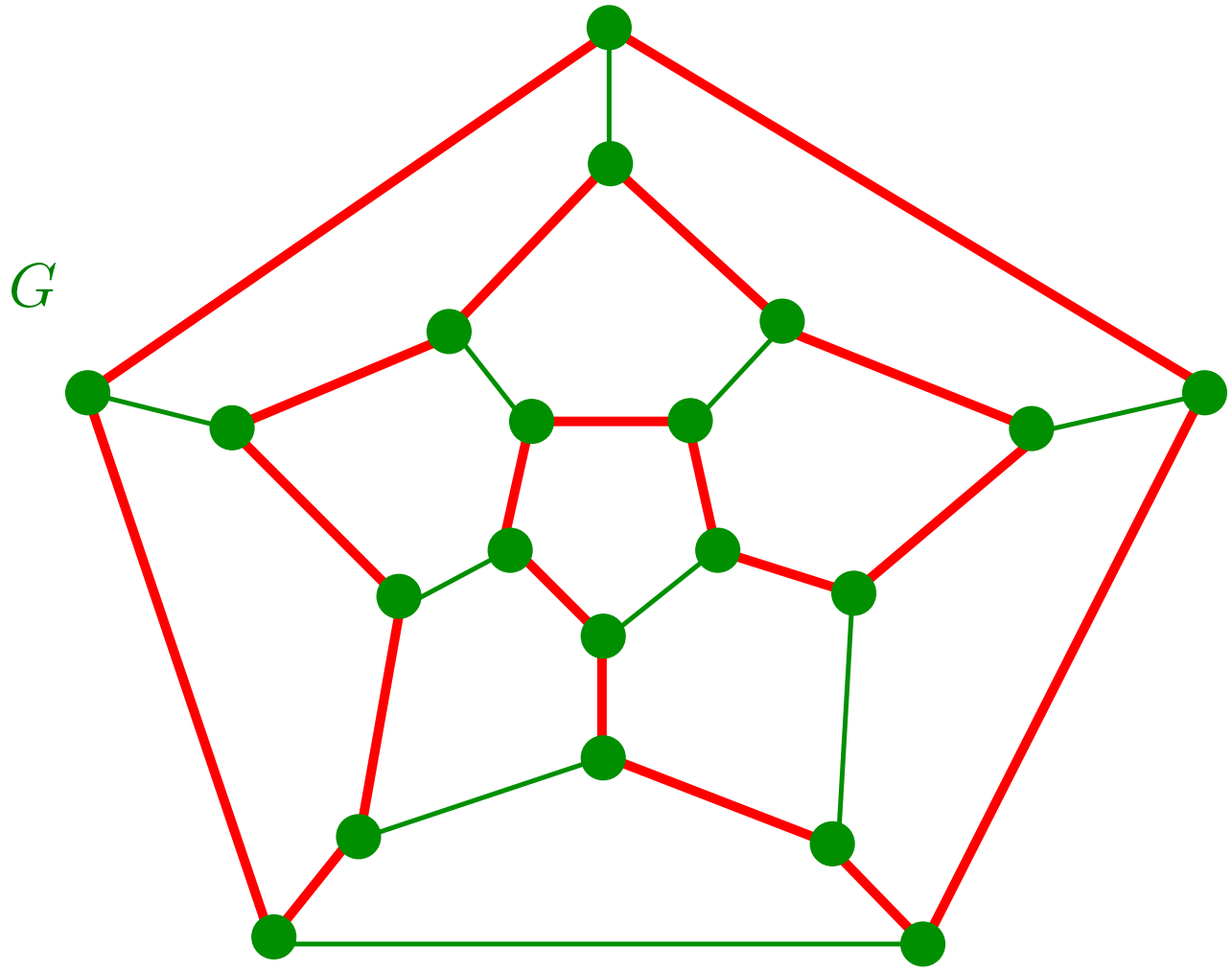
Grafos hamiltonianos

Problema: Dado um grafo encontrar um ciclo hamiltoniano.



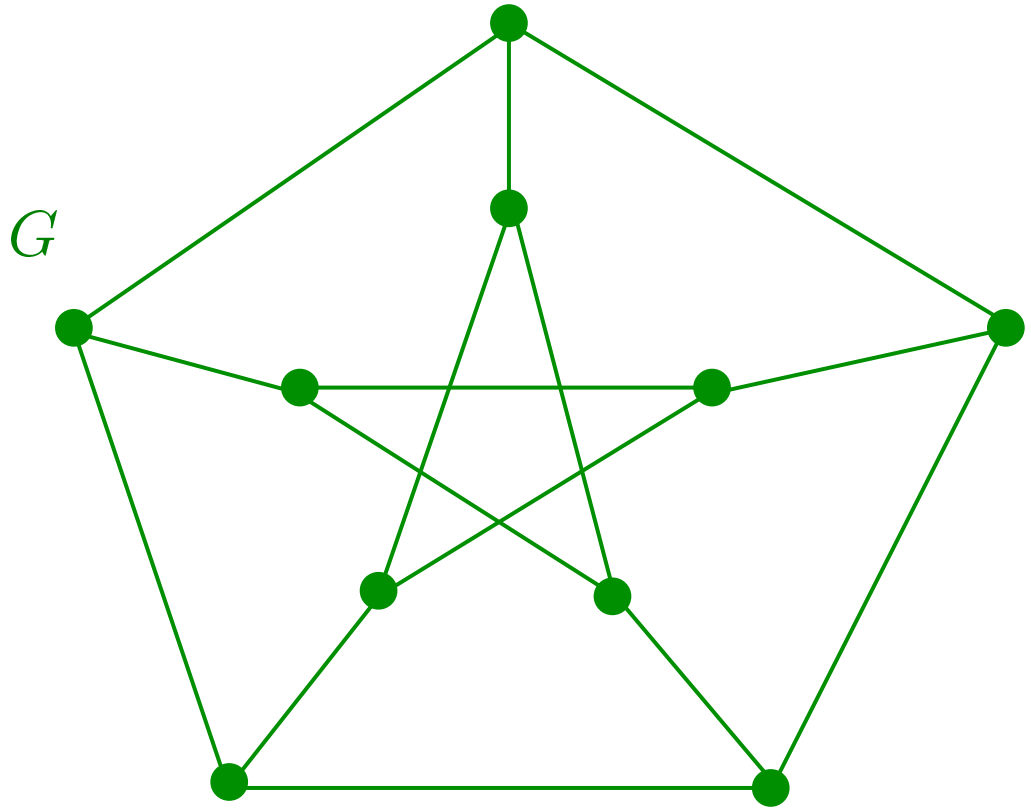
Grafos hamiltonianos

Problema: Dado um grafo encontrar um ciclo hamiltoniano.



Grafos hamiltonianos

Problema: Dado um grafo encontrar um ciclo hamiltoniano.



NÃO existe! Certificado? Hmmm . . .

Verificador polinomial para SIM

Um verificador polinomial para a resposta SIM a um problema Π é uma algoritmo polinomial ALG que recebe

> uma instância I de Π e um objeto C, tal que $\langle C \rangle$ é $\mathrm{O}(\langle I \rangle^c)$ para alguma constante c

e

> ALG$(I, C) =$ SIM se e somente se a resposta a $\Pi(I)$ é SIM.

O objeto C é dito um certificado polinomial ou certificado curto da resposta SIM a $\Pi(I)$.

Exemplos

- Se G é hamiltoniano,então um ciclo hamiltoniano de G é um certificado polinomial:

  dados um grafo G e C pode-se verificar em tempo $\mathrm{O}(\langle G \rangle)$ se C é um ciclo hamiltoniano.

- se $X[1\,..\,m]$ e $Y[1\,..\,n]$ possuem uma ssco $\geq k$, então uma subseqüência comum $Z[1\,..\,k]$ é um certificado polinomial resposta:

  dados $X[1\,..\,m], Y[1\,..\,n]$ e $Z[1\,..\,k]$ pode-se verificar em tempo $\mathrm{O}(m+n)$ se Z é ssco de X e Y.

- se n é um número composto, então um divisor $d > 1$ de n é um certificado polinomial.

Verificado polinomial para NÃO

Um verificador polinomial para a resposta NÃO de um problema Π é uma algoritmo polinomial ALG que recebe

> uma instância I de Π e um objeto C, tal que $\langle C \rangle$ é $\mathrm{O}(\langle I \rangle^c)$ para alguma constante c

e devolve

> SIM se e somente se a resposta a $\Pi(I)$ é NÃO, em caso contrário ALG devolve NÃO.

O objeto C é dito um certificado polinomial ou certificado curto da resposta NÃO a $\Pi(I)$.

Classe NP

Formanda pelos problemas de decisão que possuem um verificador polinomial para a resposta SIM.

Em outras palavras, a classe NP é formada pelos problemas de decisão Π para os quais existe um problema Π' em P e uma função polinomial $p(n)$ tais que, para cada instância I do problema Π, existe um objeto C com $\langle C \rangle \leq p(\langle I \rangle)$ tal que a

> resposta a $\Pi(I)$ é SIM se e somente se a resposta a $\Pi'(I, C)$ é SIM.

O objeto C é dito um certificado polinomial ou certificado curto da resposta SIM a $\Pi(I)$.

Exemplos

Problemas de decisão com certificado polinomial para SIM:

- existe subseqüência crescente $\geq k$?
- existe subcoleção disjunta $\geq k$ de intervalos?
- existe mochila booleana de valor $\geq k$?
- existe mochila de valor $\geq k$?
- existe subseqüência comum $\geq k$?
- grafo tem ciclo de comprimento $\geq k$?
- grafo tem ciclo hamiltoniano?
- grafo tem emparelhamento (casamento) perfeito?

Todos esses problemas estão em NP.

$\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NP}$

Prova:

se Π é um problema em P, então pode-se tomar a seqüência de instruções realizadas por um algoritmo polinomial para resolver $\Pi(I)$ como certificado polinomial da resposta SIM a $\Pi(I)$.

Outra prova:

Pode-se construir um verificador polinomial para a resposta SIM a Π utilizando-se um algoritmo polinomial para Π como subrotina e ignorando-se o certificado C.

$\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$?

É crença de muitos que a classe NP é maior que a classe P, ainda que isso

não tenha sido provado até agora.

Este é o intrigante problema matemático conhecido pelo rótulo "P $\neq$ NP?"

Não confunda NP com "não-polinomial".

Classe co-NP

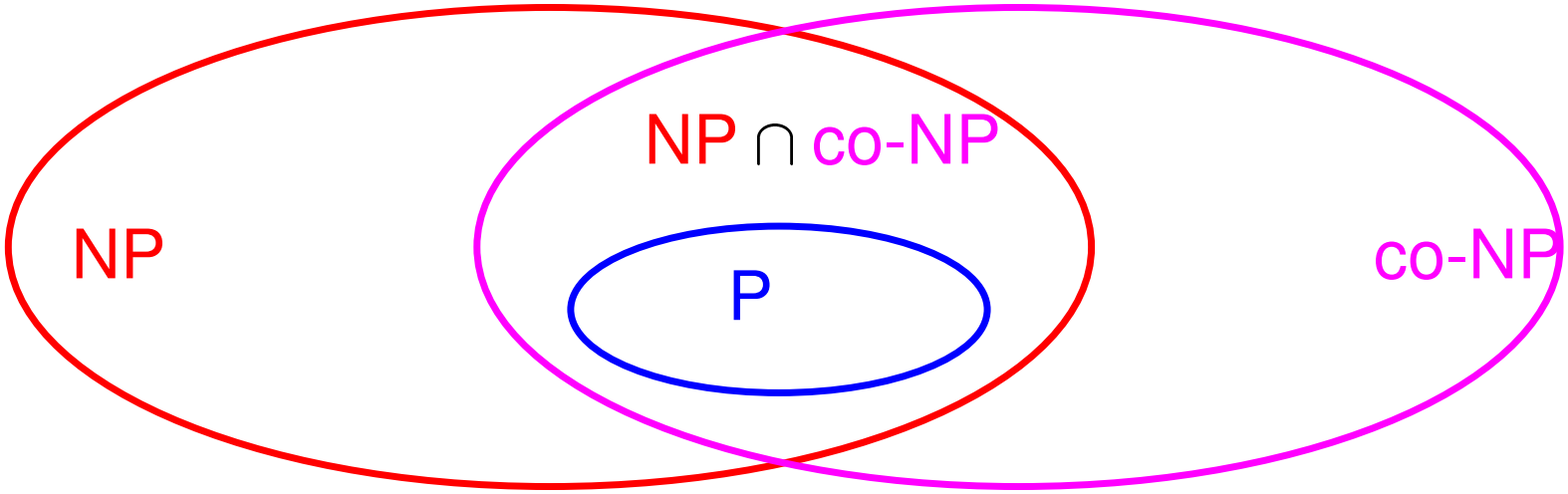
A classe co-NP é definida trocando-se SIM por NÃO na definição de NP.

Um problema de decisão Π está em co-NP se admite um certificado polinomial para a resposta NÃO.

Os problemas em NP $\cap$ co-NP admitem certificados polinomiais para as respostas SIM e NÃO.

Em particular, P $\subseteq$ NP $\cap$ co-NP.

P, NP e co-NP



$P \neq NP$?

$NP \cap co\text{-}NP \neq P$?

$NP \neq co\text{-}NP$?

Redução polinomial

Permite comparar o "grau de complexidade" de problemas diferentes.

Uma redução de um problema Π a um problema Π' é um algoritmo ALG que resolve Π usando uma subrotina hipotética ALG$'$ que resolve Π', de tal forma que, se ALG$'$ é um algoritmo polinomial, então ALG é um algoritmo polinomial.

$\Pi \leq_P \Pi' =$ existe uma redução de Π a Π'.

Se $\Pi \leq_P \Pi'$ e Π' está em P, então Π está em P.

Exemplo

Π = encontrar um ciclo hamiltoniano
Π' = existe um ciclo hamiltoniano?

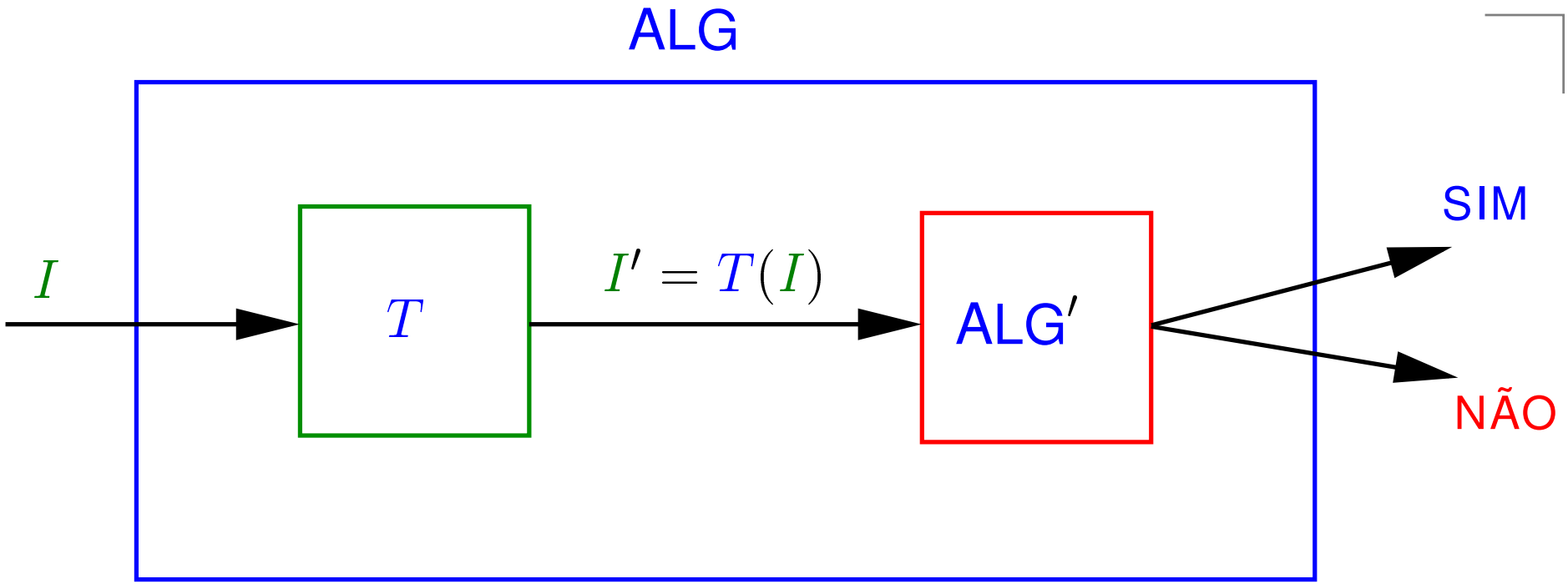
Redução de Π a Π': ALG$'$ é um algoritmo que resolve Π'

ALG (G)

1 **se** ALG$'(G)$ = NÃO
2 **então devolva** "G não é hamiltoniano"
3 **para cada** aresta uv de G **faça**
4 $H \leftarrow G - uv$
5 **se** ALG$'(H)$ = SIM
6 **então** $G \leftarrow G - uv$
7 **devolva** G

Se ALG$'$ consome tempo $\mathrm{O}(p(n))$, então ALG consome tempo $\mathrm{O}(m\ p(\langle G \rangle))$, onde m = número de arestas de G.

Esquema comum de redução



Faz apenas uma chamada ao algoritmo ALG′.

T transforma uma instância I de Π em uma instância $I' = T(I)$ de Π' tal que

$$\Pi(I) = \text{SIM} \text{ se e somente se } \Pi'(I') = \text{SIM}$$

T é uma espécie de “filtro” ou “compilador”.

Satisfatibilidade

Problema: Dada um fórmula booleana ϕ nas variáveis $x_1, \ldots, x_n$, existe uma atribuição

$$t : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{\text{VERDADE}, \text{FALSO}\}$$

que torna ϕ verdadeira?

Exemplo:

$$\phi = (x_1) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3)$$

Se $t(x_1) = \text{VERDADE}, t(x_2) = \text{FALSO}, t(x_3) = \text{FALSO}$, então $t(\phi) = \text{VERDADE}$

Se $t(x_1) = \text{VERDADE}, t(x_2) = \text{VERDADE}, t(x_3) = \text{FALSO}$, então $t(\phi) = \text{FALSO}$

Sistemas lineares 0-1

Problema: Dadas uma matriz A e um vetor b,

$$Ax \geq b$$

possui uma solução tal que $x_i = 0$ ou $x_i = 1$ para todo i?

Exemplo:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} & & x_1 & & & & & \geq & 1 \\ - & & x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \geq & -1 \\ & & & & & - & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

tem uma solução 0-1?

Sim! $x_1 = 1, x_2 = 0$ e $x_3 = 0$ é solução.

Exemplo 1

Satisfatibilidade $\leq_P$ Sistemas lineares 0-1

A transformação T recebe uma fórmula booleana ϕ
e devolve um sistema linear $Ax \geq b$
tal que ϕ é satisfatível se e somente se o sistema $Ax \geq b$ admite uma solução 0-1.

Exemplo:

$$\phi = (x_1) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3)$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
x_1 & & & & & & & \geq & 1 \\
1 - x_1 & + & 1 - x_2 & + & & x_3 & & \geq & 1 \\
 & & & & & 1 - x_3 & & \geq & 0
\end{array}$$

Exemplo 2

Verifique que

Ciclo hamiltoniano $\leq_P$ Caminho hamiltoniano entre u e v

Verifique que

Caminho hamiltoniano entre u e v $\leq_P$ Caminho hamiltoniano

Exemplo 3

Caminho hamiltoniano $\leq_P$ Satisfatibilidade

Descreveremos um algoritmo polinomial T que recebe um grafo G e devolve uma fórmula booleana $\phi(G)$ tais que

$$G \text{ tem caminho hamiltoniano} \Leftrightarrow \phi(G) \text{ é satisfatível.}$$

Suponha que G tem vértices $1, \ldots, n$.

$\phi(G)$ tem n^2 variáveis $x_{i,j}$, $1 \leq i, j \leq n$.

Interpretação: $x_{i,j} =$ VERDADE $\Leftrightarrow$ vértice j é o i-ésimo vértice do caminho.

Exemplo 3 (cont.)

Claúsulas de $\phi(G)$:

- "vértice j faz parte do caminho:

$$(x_{1,j} \vee x_{2,j} \vee \cdots \vee x_{n,j})$$

  para cada j (n claúsulas).

- "vértice j não está em duas posições do caminho:

$$(\neg x_{i,j} \vee \neg x_{k,j})$$

  para cada j e $i \neq k$ ($\mathrm{O}(n^3)$ claúsulas).

- "algum vértice é o i-ésimo do caminho":

$$(x_{i,1} \vee x_{i,2} \vee \cdots \vee x_{i,n})$$

  para cada i (n claúsulas).

Exemplo 3 (cont.)

Mais claúsulas de $\phi(G)$:

- "dois vértices não podem ser o i-ésimo":

$$(\neg x_{i,j} \vee \neg x_{i,k})$$

  para cada i e $j \neq k$ ($\mathrm{O}(n^3)$ claúsulas).

- "se ij não é aresta, j não pode seguir i no caminho":

$$(\neg x_{k,i} \vee \neg x_{k+1,j})$$

  para cada ij que não é aresta ($\mathrm{O}(n^3)$ claúsulas).

A fórmula $\phi(G)$ tem $\mathrm{O}(n^3)$ claúsulas e cada claúsula tem $\leq n$ literais. Logo, $\langle\phi(G)\rangle$ é $\mathrm{O}(n^4)$.

Não é difícil construir o algoritmo polinomial T.

Exemplo 3 (cont.)

$\phi(G)$ satisfatível $\Rightarrow$ G tem caminho hamiltoniano.

Prova: Seja $t : \{\text{variáveis}\} \to \{\text{VERDADE}, \text{FALSO}\}$ tal que $t(\phi(G)) = \text{VERDADE}$.

Para cada i existe um único j tal que $t(x_{i,j}) = \text{VERDADE}$. Logo, t é a codificadação de uma permutação

$$\pi(1), \pi(2), \ldots, \pi(n)$$

dos vértices de G, onde

$$\pi(i) = j \Leftrightarrow t(x_{i,j}) = \text{VERDADE}.$$

Para cada k, $(\pi(k), \pi(k+1))$ é uma aresta de G.

Logo, $(\pi(1), \pi(2), \ldots, \pi(n))$ é um caminho hamiltoniano.

Exemplo 3 (cont.)

G tem caminho hamiltoniano $\Rightarrow \phi(G)$ satisfatível.

Suponha que $(\pi(1), \pi(2), \ldots, \pi(n))$ é um caminho hamiltoniano, onde π é uma pernutação dos vértices de G. Então

$$t(x_{i,j}) = \text{VERDADE se } \pi(i) = j \text{ e}$$

$$t(x_{i,j}) = \text{VERDADE se } \pi(i) \neq j,$$

é uma atribuição de valores que satisfaz todas as claúsulas de $\phi(G)$.

3-Satisfatibilidade

Problema: Dada um fórmula booleana ϕ nas variáveis $x_1, \ldots, x_n$ em que cada claúsula tem exatamente 3 literais, existe uma atribuição

$$t : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{\text{VERDADE}, \text{FALSO}\}$$

que torna ϕ verdadeira?

Exemplo:

$$\phi = (x_1 \vee \neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4)$$

Um literal é uma variável x ou sua negação $\neg x$.

Exemplo 4

Satisfatibilidade $\leq_P$ 3-Satisfatibilidade

Descreveremos um algoritmo polinomial T que recebe um fórmula booleana ϕ e devolve uma fórmula booleana ϕ' com exatamente 3 literais por claúsula tais que

$$\phi \text{ é satisfatível} \Leftrightarrow \phi' \text{ é satisfatível.}$$

A transformação consiste em substituir cada claúsula de ϕ por uma coleção de claúsulas com exatamente 3 literais cada e equivalente a ϕ.

Exemplo 4 (cont.)

Seja $(l_1 \vee l_2 \vee \cdots \vee l_k)$ uma claúsula de ϕ.

Caso 1. $k = 1$

Troque (l_1) por

$$(l_1 \vee y_1 \vee y_2)\,(l_1 \vee \neg y_1 \vee y_2)\,(l_1 \vee y_1 \vee \neg y_2)\,(l_1 \vee \neg y_1 \vee \neg y_2)$$

onde y_1 e y_2 são variáveis novas.

Caso 2. $k = 2$

Troque $(l_1 \vee l_2)$ por $(l_1 \vee l_2 \vee y)\,(l_1 \vee l_2 \vee \neg y)$. onde y é uma variáveis nova.

Caso 3. $k = 3$

Mantenha $(l_1 \vee l_2 \vee l_3)$.

Exemplo 4 (cont.)

Caso 4. $k > 3$

Troque $(l_1 \vee l_2 \vee \cdots \vee l_k)$ por

$(l_1 \vee l_2 \vee y_1)$

$(\neg y_1 \vee l_3 \vee y_2)\,(\neg y_2 \vee l_4 \vee y_3)\,(\neg y_3 \vee l_5 \vee y_4)\,\ldots$

$(\neg y_{k-3} \vee l_{k-1} \vee l_k)$

onde $y_1, y_2, \ldots, y_{k-3}$ são variáveis novas

Verifique que ϕ é satisfátivel $\Leftrightarrow$ nova fórmula é satisfatível.

O tamanho da nova claúsula é $\mathrm{O}(m)$, onde m é o número de literais que ocorrem em ϕ (contando-se as repetições).

Problemas completos em NP

Um problema Π em NP é NP-completo se cada problema em NP pode ser reduzido a Π.

Teorema de S. Cook e L.A. Levin: Satisfatibilidade é NP-completo.

Se $\Pi \leq_P \Pi'$ e Π é NP-completo, então Π' é NP-completo.

Existe um algoritmo polinomial para um problema NP-completo se e somente se P $=$ NP.

Demonstração de NP-completude

Para demonstrar que um problema Π' é NP-completo podemos utilizar o Teorema de Cook e Levin.

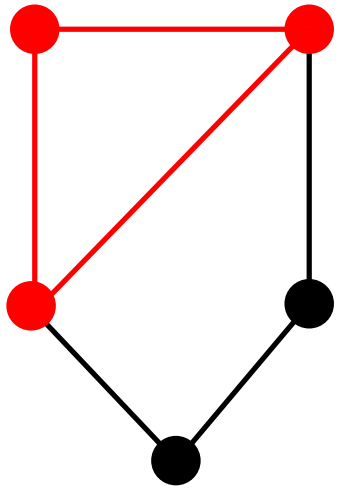
Para isto devemos:

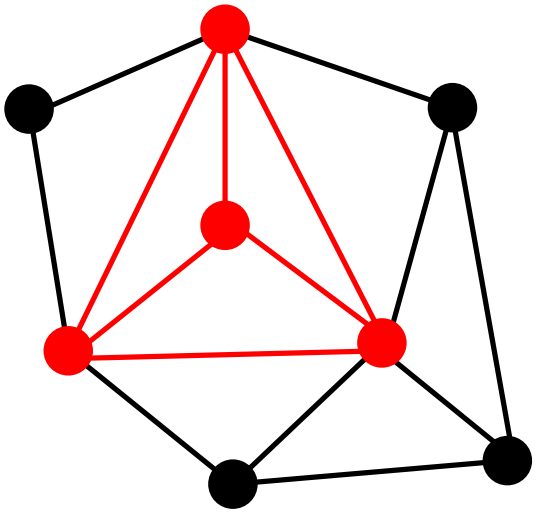
- Demonstrar que Π' está en NP.
- Escolher um problema Π sabidamente NP-completo.
- Demonstrar que $\Pi \leq_P \Pi'$.

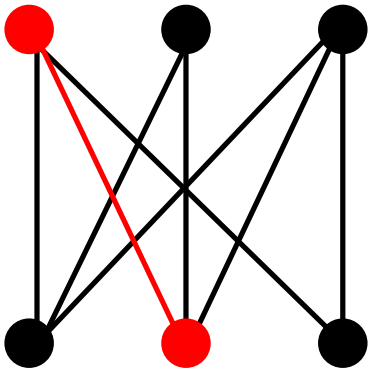
Clique

Problema: Dado um grafo G e um inteiro k, G possui um clique com $\geq k$ vértices?

Exemplos:







Clique é NP-completo

Clique está em NP e 3-Satisfatibilidade $\leq_P$ Clique.

Descreveremos um algoritmo polinomial T que recebe um fórmula booleana ϕ com k claúsulas e exatamente 3 literais por claúsula e devolve um grafo G tais que

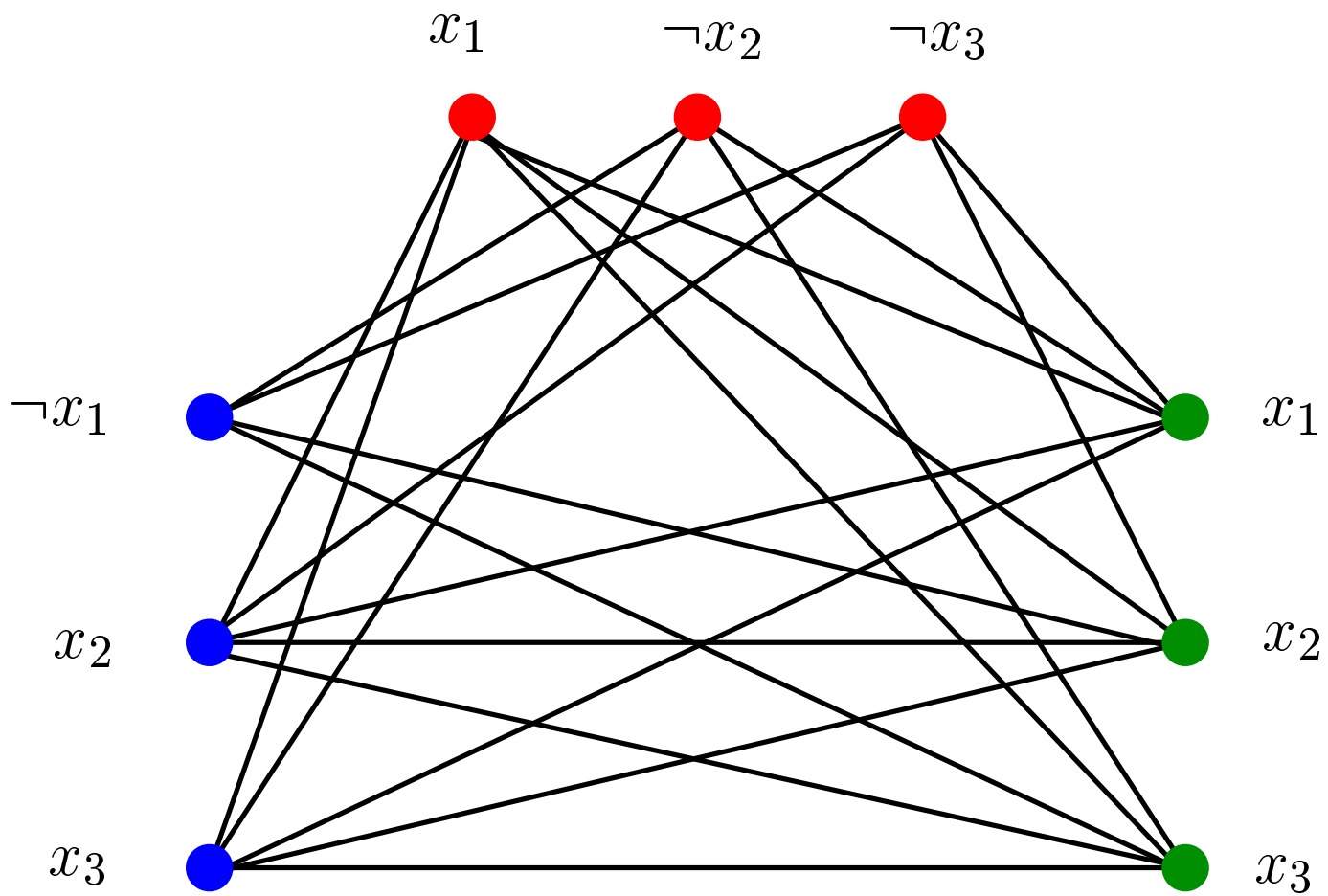
$$\phi \text{ é satisfatível} \Leftrightarrow G \text{ possui um clique} \geq k.$$

Para cada claúsula o grafo G terá três vértices, um correspondente a cada literal da cláusula. Logo, G terá $3k$ vértices. Teremos uma aresta ligando vértices u e v se

- u e v são vértices que correspondes a literais em diferentes claúsula; e
- se u corresponde a um literal x então v não corresponde ao literal $\neg x$.

Clique é NP-completo (cont.)

$$\phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$$



Problemas NP-difíceis

Um problema Π, não necessariamente em NP, é NP-díficil se a existência de um algoritmo polinomial para Π implica em P $=$ NP.

Todo problema NP-completo é NP-difícil.

Exemplos:

- Encontrar um ciclo hamiltoniano é NP-difícil, mas não é NP-completo, pois não é um problema de decisão e portanto não está em NP.
- Satisfabilidade é NP-completo e NP-difícil.

Mais problemas NP-difíceis

Os seguintes problema são NP-difíceis:

- mochila booleana
- caminho máximo
- caminho hamiltoniano
- escalonamento de tarefas
- subset-sum
- clique máximo
- cobertura por vértices
- sistemas 0-1

e mais um montão deles . . .

Exercícios

Exercício 25.A
Suponha que os algoritmos ALG e ALG′ transformam cadeias de caracteres em outras cadeias de caracteres. O algoritmo ALG consome $\mathrm{O}(n^2)$ unidades de tempo e o algoritmo ALG′ consome $\mathrm{O}(n^4)$ unidades de tempo, onde n é o número de caracteres da cadeia de entrada. Considere agora o algoritmo ALGALG′ que consiste na composição de ALG e ALG′, com ALG′ recebendo como entrada a saída de ALG. Qual o consumo de tempo de ALGALG′?

Exercício 25.B [CLRS 34.1-4]
O algoritmo MOCHILA-BOOLEANA é polinomial? Justifique a sua resposta.

Exercício 25.C [CLRS 34.1-5]
Seja ALG um algoritmo que faz um número constante de chamadas a um algoritmo ALG′. Suponha que se o consumo de tempo de ALG′ é constante então o consumo de tempo de ALG é polinomial.

1. Mostre que se o consumo de tempo de ALG′ é polinomial então o consumo de tempo de ALG é polinomial.
2. Mostre que se o consumo de tempo de ALG′ é polinomial e ALG faz um número polinomial de chamadas a ALG′, então é possível que o consumo de tempo de ALG seja exponencial.

Mais exercícios

Exercício 25.D [CLRS 34.2-1]
Mostre que o problema de decidir se dois grafos dados são isomorfos está em NP.

Exercício 25.E [CLRS 34.2-2]
Mostre que um grafo bipartido com um número ímpar de vértices não é hamiltoniano ($=$ possui um ciclo hamiltoniano).

Exercício 25.F [CLRS 34.2-3]
Mostre que se o problema do Ciclo hamiltoniano está em ¶, então o problema de listar os vértices de um ciclo hamiltoniano, na ordem em que eles ocorrem no ciclo, pode ser resolvido em tempo polinomial.

Exercício 25.G [CLRS 34.2-5]
Mostre que qualquer problema em NP pode ser resolvido por um algoritmo de consumo de tempo $2^{\mathrm{O}n^c}$, onde n é o tamanho da entrada e c é uma constante.

Exercício 25.H [CLRS 34.2-6]
Mostre que o problema do Caminho hamiltoniano está em NP.

Exercício 25.I [CLRS 34.2-7]
Mostre que o problema do caminho hamiltoniano pode ser resolvido em tempo polinomial em grafos orientado acíclicos.

Mais exercícios

Exercício 25.J [CLRS 34.2-8]
Uma fórmula booleana ϕ é uma tautologia se $t(\phi) = \text{VERDADE}$ para toda atribuição de $t : \{\text{variáveis}\} \to \{\text{VERDADE}, \text{FALSO}\}$. Mostre que o problema de decidir se uma dada fórmula booleana é uma tautologia está em co-NP.

Exercício 25.K [CLRS 34.2-9]
Prove que P $\subseteq$ co-NP.

Exercício 25.L [CLRS 34.2-10]
Prove que se NP $\neq$ co-NP, então P $\neq$ NP.

Exercício 25.M [CLRS 34.2-11]
Se G é um grafo conexo com pelo menos 3 vértices, então G^3 é o grafo que se obtém a partir de G ligando-se por uma aresta todos os pares de vértices que estão conectados em G por um caminho com no máximo três arestas. Mostre que G^3 é hamiltoniano.

Exercício 25.N [CLRS 34.3-2]
Mostre que se $\Pi_1 \leq_P \Pi_2$ e $\Pi_2 \leq_P \Pi_3$, então $\Pi_1 \leq_P \Pi_3$.

Mais exercícios

Exercício 25.O [CLRS 34.3-7]
Suponha que Π e Π' são problemas de decisão sobre o mesmo conjunto de instâncias e que $\Pi(I) = \text{SIM}$ se e somente se $\Pi'(I) = \text{NÃO}$. Mostre que Π é NP-completo se e somente se Π' é co-NP-completo.
(Um problema Π' é co-NP-completo se Π' está em co-NP e $\Pi \leq_P \Pi'$ para todo problema Π em co-NP.)

Exercício 25.P [CLRS 34.4-4]
Mostre que o problema de decidir se uma fórmula boolena é uma tautologia é co-NP-completo. (Dica: veja o exercício 25.O.)

Exercício 25.Q [CLRS 34.4-6]
Suponha que ALG$'$ é um algoritmo polinomial para Satisfatibilidade. Descreva um algoritmo polinomial ALG que recebe um fórmula booleana ϕ e devolve uma atribuição $t : \{\text{variáveis}\} \to \{\text{VERDADE}, \text{FALSO}\}$ tal que $t(\phi) = \text{VERDADE}$.

Exercício 25.Q [CLRS 34.5-3]
Prove que o problema Sistemas lineares 0-1 é NP-completo.

Exercício 25.R [CLRS 34.5-6]
Mostre que o problema C aminho hamiltoniano é NP-completo.

Mais um exercício

Exercício 25.S [CLRS 34.5-7]
Mostre que o problema de encontrar um ciclo de comprimento máximo é NP-completo.