

Testes de hipóteses

Passos para a construção de um teste de hipóteses:

1. Fixe qual a hipótese H_0 a ser testada e qual a hipótese alternativa H_1 ;
2. Use a teoria estatística e as informações disponíveis para decidir qual estatística (estimador) será usada para testar a hipótese H_0 . Obter as propriedades dessa estatística (distribuição, média, desvio padrão).
3. Fixe a probabilidade α de cometer o erro tipo I e use este valor para construir a região crítica (regra de decisão).
4. Use as observações da amostra para calcular o valor da estatística do teste.
5. Se o valor da estatística calculado com os dados da amostra não pertencer à região crítica, não rejeita H_0 ; caso contrário, rejeita H_0 .

Observação: Devemos tomar como H_0 aquela hipótese, que, rejeitada, conduza a um erro de tipo I mais importante de evitar.

Testes sobre a média de uma população com variância conhecida

Exemplo 1: Uma máquina automática para encher pacotes de café enche-os segundo uma distribuição normal, com média μ e variância igual a 400 g^2 . A máquina foi regulada para $\mu = 500\text{g}$. Desejamos, periodicamente, colher uma amostra de 16 pacotes e verificar se a produção está sob controle, isto é, $\mu = 500\text{g}$ ou não. Se uma dessas amostras apresentasse uma média $\bar{x} = 492\text{g}$, você pararia ou não para regular a máquina?

X: o peso de cada pacote, $X \approx N(\mu, 400)$

Passo 1: $H_0: \mu = 500\text{g};$

$H_1: \mu \neq 500\text{g}.$

Passo 2: uma amostra de 16 pacotes, $\bar{x} \approx N(\mu, 400/16)$

Passo 3: fixar $\alpha = 1\%$. $RC = \{ \bar{x} \leq k_1 \text{ ou } \bar{x} \geq k_2 \}$

$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 / H_0 \text{ é verd}) = P(\bar{x} \in RC / \mu = 500\text{g})$

$1\% = P(\bar{x} \leq k_1 \text{ ou } \bar{x} \geq k_2)$

$K_1 = 487,1; K_2 = 512,9$

Passo 4: a informação da amostra: $\bar{x} = 492$ g não pertence à região crítica.

Passo 5: nossa conclusão será não rejeitar H_0 . Ou seja, o desvio da média da amostra para a média proposta por H_0 pode ser considerado como devido apenas ao sorteio aleatório dos pacotes.

Exemplo 2: sabe-se que o consumo mensal per capita de um determinado produto tem distribuição normal, com desvio padrão 2 kg. A diretoria de uma firma que fabrica esse produto resolveu que retiraria o produto da linha de produção se a média de consumo per capita fosse menor que 8kg. Caso contrário, continuaria a fabricá-lo. Foi realizada uma pesquisa de mercado, tomando-se uma amostra de 25 indivíduos, e verificou-se que o consumo mensal total dos 25 indivíduos é igual a 180 kg.

a) Construa um teste de hipótese adequado, utilizando $\alpha = 0,05$, e com base na amostra colhida determine a decisão a ser tomada pela diretoria.

- b) Qual a probabilidade β de se tomar uma decisão errada se, na realidade, a média populacional for $\mu = 7,8\text{kg}$?
- c) Se a diretoria tivesse fixado $\alpha = 0,01$, a decisão seria a mesma?