O Modelo Normal

Exemplo 7.9 Os depósitos efetuados no Banco da Ribeira durante o mês de janeiro são distribuídos normalmente, com média de \$10.000,00 e desvio padrão de \$1.500,00. Um depósito é selecionado ao acaso dentre todos os referentes ao mês em questão. Encontrar a probabilidade de que o depósito seja:

(a) \$10.000,00 ou menos;

(b) pelo menos \$10.000,00;

(c) um valor entre \$12.000,00 e \$15.000,00;

(d) maior do que \$20.000,00.

Temos que $\mu = 10.000$ e $\sigma = 1.500$. Seja a v.a. $X =$ depósito.

(a) $P(X \leq 10.000) = P\left(Z \leq \dfrac{10.000 - 10.000}{1.500}\right) = P(Z \leq 0) = 0{,}5.$

(b) $P(X \geq 10.000) = P(Z \geq 0) = 0{,}5.$

(c) $P(12.000 < X < 15.000) = P\left(\dfrac{12.000 - 10.000}{1.500} < Z < \dfrac{15.000 - 10.000}{1.500}\right)$

$$= P(4/3 < Z < 10/3) = P(1{,}33 < Z < 3{,}33) = 0{,}09133.$$

(d) $P(X > 20.000) = P\left(Z > \dfrac{20.000 - 10.000}{1.500}\right) = P(Z > 6{,}67) \simeq 0.$

O Modelo Exponencial

(a) Definição. A v.a. T tem *distribuição exponencial* com parâmetro $\beta > 0$ se sua f.d.p. tem a forma

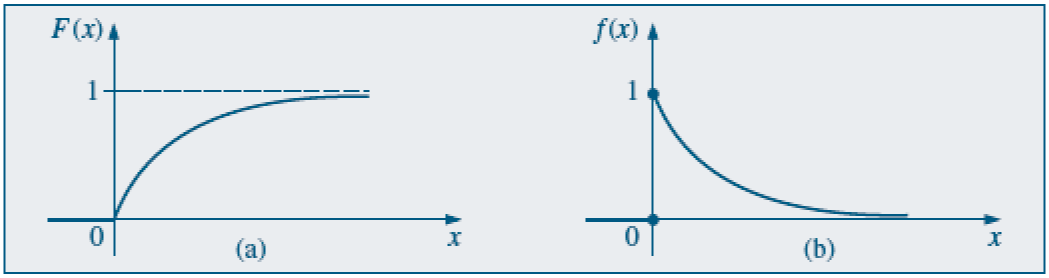
$$f(t;\beta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta} e^{-t/\beta}, & \text{se } t \geq 0 \\ 0, & \text{se } t < 0. \end{cases} \tag{7.26}$$

Escreveremos, brevemente,

$$T \sim \text{Exp}(\beta).$$

(b) Gráfico. O gráfico de $f(t;\beta) = f(t)$ está ilustrado na Figura 7.8 (b), com $\beta = 1$.

Figura 7.8 Distribuição exponencial ($\beta = 1$) (a) f.d.a. (b) f.d.p.



(c) Momentos.

$$E(T) = \beta, \tag{7.27}$$

$$\mathrm{Var}(T) = \beta^2. \tag{7.28}$$

Exemplo 7.10 O tempo de vida (em horas) de um transistor pode ser considerado uma v.a com distribuição exponencial com $\beta = 500$. Segue-se que a vida média do transistor é $E(T) = 500$ horas e a probabilidade de que ele dure mais do que a média é

$$P(T > 500) = \int_{500}^{\infty} f(t)\,dt = 1/500 \int_{500}^{\infty} e^{-t/500}\,dt$$
$$= 1/500\left[-500e^{-t/500}\right]_{500}^{\infty} = e^{-1} = 0{,}3678.$$

(d) F.d.a. Usando a definição (7.10), obtemos

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t < 0 \\ 1 - e^{-t/\beta}, & \text{se } t \geq 0. \end{cases} \tag{7.29}$$

O gráfico de $F(t)$ está na Figura 7.8 (a), com $\beta = 1$.