

MAE 219: Introdução à Probabilidade e à Estatística I

4ª Lista de Exercícios - 1º Semestre de 2019 - FEA

Profa Chang Chiann

- 1) Cinco bolas são numeradas 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Seja X a v.a. denotando a soma dos números de duas bolas extraídas ao acaso, sem reposição. Obtenha a distribuição de X , faça seu histograma e calcule $E(X)$, $\text{Var}(X)$.
- 2) Suponha que X seja uma v.a. com valores $x = 1, 2, 3, \dots$ e probabilidades $P(X = x) = 2^{-x}$. Este é um caso de v.a. tomando valores em conjunto discreto mas infinito. É claro que $P(X = x) > 0$, para todo $x \geq 1$.
 - a) Prove que $\sum_{x=1}^{\infty} P(X = x) = 1$.
 - b) Calcule a probabilidade de X ser par.
 - c) Calcule $P(X < 3)$ e $P(X > 10)$.

- 3) Considere uma urna contendo 3 bolas vermelhas e 5 bolas pretas. Retire 3 bolas, sem reposição, e defina a v.a. X igual ao número de bolas pretas. Obtenha a distribuição de X , $3X$ e X^2 .
- 4) Um florista faz estoque de uma flor de curta duração que lhe custa R\$0,50 e que ela vende a R\$1,50 no primeiro dia em que a flor está na loja. Toda flor que não for vendida nesse primeiro dia não serve mais e é jogada fora. Seja X a variável aleatória que denota o número de flores que os fregueses comprem em um dia casualmente escolhido. O florista descobriu que a função de probabilidade da procura de X é dada pela seguinte tabela. Quantas flores deveria o florista ter em estoque a fim de maximizar a média (valor esperado) do seu lucro?

X	0	1	2	3
$p(x)$	0,1	0,4	0,3	0,2

- 5) Seja X com distribuição dada abaixo, calcule $E(X)$. Considere a v.a. $(X - a)^2$, e calcule $E(X - a)^2$ para $a = 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$. Obtenha o gráfico de $E(X - a)^2 = g(a)$. Para qual valor de a a $g(a)$ é mínimo?

x	0	1	2
$p(x)$	1/2	1/3	1/4

- 6) Uma urna contém quatro bolas numeradas de 0 a 3. As bolas são retiradas ao acaso, sucessivamente, com reposição, e X_n representa o maior número observado nas primeiras n retiradas. Calcule, então $P(X_2 = 0)$, $P(X_2 \leq 1)$, $P(X_2 \leq 2)$. Construa um histograma para X_2 e outro para X_3 .
- 7) Um par de dados não viciados é lançado. Seja X a variável aleatória denotando o menor dos dois números observados. Encontre a distribuição, a média, a variância e o desvio padrão de X .
- 8) Um jogador lança três moedas não viciadas. Ganha R\$8,00 se 3 caras ocorrerem, R\$3,00 se 2 caras ocorrerem e R\$1,00 se somente 1 cara ocorrer. Se o jogo for honesto, quanto perderá se não ocorrerem caras?
- 9) Faça o gráfico da função da distribuição F da variável aleatória X , cuja função de probabilidade é

x	-3	2	6
$p(x)$	1/4	1/2	1/4

- 10) As cinco primeiras repetições de um experimento custam R\$10,00 cada uma e todas as repetições subsequentes custam R\$5,00 cada. O experimento é repetido até que o primeiro sucesso ocorra, sendo as repetições independentes. Supondo que a probabilidade de sucesso em qualquer repetição seja 0,6, calcule o custo esperado da operação.

- 11)** Para os exercícios de 1 a 5 abaixo, considere o enunciado: Das variáveis abaixo descritas, assinale quais são binomiais, e para estas dê os respectivos campos de definição e função de probabilidade. Quando você julgar que a variável não é binomial, aponte as razões de sua conclusão.
- De uma urna com 10 bolas brancas e 20 pretas, vamos extrair, com reposição, cinco bolas. X é o número de bolas brancas nas 5 extrações.
 - Mesma redação do problema anterior, mas as n extrações são sem reposição.
 - De 5 urnas com bolas pretas e brancas, vamos extrair de cada uma delas uma bola. Suponha que X é o número de bolas brancas obtidas no final.
 - Vamos realizar uma pesquisa em 10 cidades brasileiras, escolhendo ao acaso um habitante de cada uma delas, e classificando-o em pró ou contra um certo projeto federal. Suponha que X é o número de indivíduos "contra o projeto" no final da pesquisa.
 - Em uma indústria existem 100 máquinas que fabricam determinada peça. Cada peça é classificada como sendo boa ou defeituosa. Escolhemos ao acaso um instante de tempo, e verificamos uma peça de cada uma das máquinas. Suponha que X seja o número de peças defeituosas.
- 12)** Certo curso de treinamento aumenta a produtividade de uma população de funcionários em 50% dos casos. Se 10 funcionários quaisquer participam deste curso, encontre a probabilidade de:
- exatamente 7 funcionários aumentarem a produtividade.
 - não mais do que 8 funcionários aumentarem a produtividade.
 - pelo menos 3 funcionários não aumentarem a produtividade.
- 13)** O número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com $\lambda = 2$. As atuais instalações podem atender, no máximo, a 3 petroleiros por dia. Se mais de 3 aportarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.
- Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto?
 - De quanto deverão ser aumentadas as instalações para permitir atender a todos os navios que chegarem pelo menos em 95% dos dias?
 - Qual o número médio de petroleiros que chegam por dia?
- 14)** Houve uma denúncia por parte dos operários de uma indústria de que, toda vez que ocorria um acidente em uma seção da indústria, ocorriam outros em outras seções mais ou menos no mesmo horário. Em outras palavras, os acidentes não estavam ocorrendo ao acaso. Para verificar esta hipótese, foi feita uma contagem do número de acidentes por hora durante certo número de dias (24 horas por dia). Os resultados da pesquisa estão abaixo.
- Calcule o número médio de acidentes por hora nesta amostra.
 - Se o número de acidentes por hora seguisse uma distribuição de Poisson, com média igual à que você calculou, qual seria o número esperado de dias com 0,1,2, ... etc acidentes?
 - Os dados revelam que a suspeita dos operários é verdadeira?

Nº de acidentes por hora	Nº de horas
0	100
1	152
2	60
3	30
4	13
5	9
6	7
7	5
8	4

- 15)** Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,2. Se 10 itens produzidos por esta máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais do que um defeituoso seja encontrado? Use a binomial e a distribuição de Poisson, e compare os resultados.
- 16)** Numa partida de 20 rádios foram escolhidas, ao acaso, 5 unidades para serem inspecionadas. Sabe-se que há 20% dos rádios defeituosos. Calcular as probabilidades abaixo, nos dois casos.
- extração com reposição.
 - extração sem reposição.
- probabilidade que a amostra seja formada só por rádios com defeito;
 - probabilidade que haja apenas um com defeito;
 - probabilidade que todos sejam bons.

- 17) Determinado tipo de parafuso é vendido em caixas com 1.000 peças. É uma característica da fabricação produzir 10% defeituosos. Normalmente, cada caixa é vendida por R\$ 13,50. Um comprador faz a seguinte proposta: de cada caixa, ele escolhe uma amostra de 20 peças; se a caixa tiver:

0 defeituoso, ele paga R\$ 20,00;
1 ou 2 defeituosos, ele paga R\$ 10,00
3 ou mais defeituosos, ele paga R\$ 8,00

Qual alternativa é mais vantajosa para o fabricante? Justificar.

- 18) (Aceitação de um lote) Suponha que um comprador queira decidir se vai aceitar ou não um lote de itens. Para isso, ele retira uma amostra de tamanho n do lote, e conta o número X de defeituosos. Se $X \leq a$, o lote é aceito, e se $X > a$ o lote é rejeitado: o número a é afixado pelo comprador. Suponha que $n=25$ e $a=2$. Use uma Tabela Binomial a fim de encontrar a probabilidade de aceitar o lote, ou seja $P(X \leq 2)$ para as seguintes proporções de defeituosos no lote:

- (a) $p=0,10$;
(b) $p=0,20$;
(c) $p=0,05$.

- 19) Suponha que a média de telefonemas recebidos numa central telefônica seja 30 chamadas por hora. Se o número de chamadas durante um intervalo de tempo qualquer tem distribuição de Poisson:

- (a) Qual a probabilidade de que não haja chamadas num intervalo de 3 min?
(b) Qual a probabilidade de que haja mais de duas chamadas num intervalo de 5 minutos?

- 20) O número de acidentes de trabalho na seção A de uma empresa tem distribuição de Poisson com parâmetro 2 por dia, e na seção B com parâmetro 3 por dia. Qual a probabilidade de num dado dia ocorrerem um total de 3 acidentes nas duas seções?

- 21) A probabilidade de um lançamento bem sucedido de foguete é igual a 0,8. Suponha que tentativas de lançamento sejam feitas até que tenham ocorrido 3 lançamentos bem sucedidos.

- 22) Qual é a probabilidade de que exatamente 5 tentativas sejam necessárias?

- 23) Qual é a probabilidade de que menos de 5 tentativas sejam necessárias?

- 24) Qual é a distribuição de probabilidade da variável X : número de tentativas até a ocorrência do 3º sucesso?

- 25) Suponha que tentativas de lançamento sejam feitas até a ocorrência do r -ésimo sucesso. Qual a distribuição da variável Y : número de tentativas até a ocorrência do r -ésimo sucesso?

- 26) Uma moeda viciada tem probabilidade de cara igual a 0,4. Para dois lançamentos independentes dessa moeda, estude o comportamento da variável *número de caras*.

- a) Calcule o valor esperado e variância dessa variável.
b) Faça um gráfico de sua função de distribuição.

- 27) 2. Uma agência de viagens apresenta seu orçamento aos clientes em duas etapas. A primeira é o transporte aéreo que têm três opções com preço 3; 3,5 e 4 mil reais para as companhias TWA, TWB e TWC, que têm preferência de 0,5; 0,3 e 0,2, respectivamente. A segunda etapa é a escolha de estadia. Existem quatro opções de hotéis que custam 2; 2,5; 3 e 3,5 mil reais e são igualmente escolhidos pelos clientes, independentemente da companhia aérea. Seja X a variável aleatória orçamento da viagem.

- a) Calcule a função de probabilidade para a variável X .
b) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

- 28) O departamento de engenharia de produção da indústria Alinet adota o seguinte procedimento de inspeção de qualidade dos produtos de um fornecedor: retira uma amostra de 10 peças do lote e se mais que duas peças estiverem fora da especificação o lote não é aceito.

- a) Suponha que o lote contém 25 peças e que 5 estão fora da especificação. Qual a probabilidade do lote ser aceito? (Adote um modelo hipergeométrico)
b) Suponha que em um lote com 500 peças a proporção de peças defeituosas seja 0,03. Calcule a probabilidade do lote ser aceito adotando um modelo Binomial em seus cálculos (suponha amostragem com reposição).

- 29) Uma empresa de marketing distribuiu panfletos chamando por voluntários para um programa de TV. Os interessados deverão telefonar para uma central no dia 20 de setembro. Suponha que dados estatísticos indicam que a probabilidade de voluntários se apresentarem a tal programa é 15%.

Calcule a probabilidade do primeiro telefonema de interessado no programa ocorrer na quinta chamada recebida pela central no dia 20 de setembro.

- 30)** A taxa de chegada de clientes em uma agência bancária é de quatro clientes por minuto. Determine a probabilidade de chegarem pelo menos três clientes nos próximos trinta segundos.
- 31)** Uma Cia. Seguradora de automóveis realiza seguros para 100 carros de uma grande empresa em São Paulo. O percentual de carros roubados no ano passado, em São Paulo, foi de 3,5%.
- a) Qual é a probabilidade de ter ocorrido roubo de no máximo dois carros desta Cia., no ano passado?
 - b) O valor do seguro representa 10% do valor do carro. Qual é a probabilidade de que a Cia. Seguradora tenha pago como indenização mais do que recebeu como prêmio da empresa segurada?