MAE 121 - Introdução à Probabilidade e Estatística I

1o semestre de 2017 - Lista de Exercícios 9

1. Seja X uma variável com distribuição Normal de média 500 e desvio padrão 100. Calcule:

- a) $P(X \leq 450)$;
- b) $P(550 \leq X \leq 650)$;
- c) O valor x , tal que $P(X \leq x) = 0,05$.
- d) O número "a" tal que $P(500 - a \leq x \leq 500 + a) = 0,95$. Interprete.

2. Uma v.a. X tem distribuição triangular no intervalo $[0, 1]$ se sua f.d.p. for dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Cx, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ C(1-x), & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

- (a) Qual valor deve ter a constante C ?
- (b) Faça o gráfico de $f(x)$.
- (c) Determine $P(X \leq 1/2)$, $P(X > 1/2)$ e $P(1/4 \leq X \leq 3/4)$.

3. A distribuição dos pesos de coelhos criados numa granja pode muito bem ser representada por uma distribuição Normal, com média 5 kg e desvio padrão 0,8 kg. Um abatedouro comprará 5000 coelhos e pretende classificá-los de acordo com o peso do seguinte modo: 20% dos mais leves como pequenos, os 55% seguintes como médios, os 15% seguintes como grandes e os 10% mais pesados como extras. Quais os limites de peso para cada classificação?

4. Suponha que X , o diâmetro interno (em milímetros) de um bocal, seja uma variável aleatória normalmente distribuída com média 13 e variância 1. Se X não atender a determinadas especificações, o fabricante sofrerá prejuízo. Especificamente, suponha que o lucro L (por bocal) seja a seguinte função de X :

$$L = \begin{cases} 20 \text{ reais se } 12 \leq X \leq 14, \\ - 3 \text{ reais se } X < 12, \\ - 2 \text{ reais se } X > 14. \end{cases}$$

Qual é o lucro esperado por bocal?

5. A distribuição de pesos para a população masculina nos Estados Unidos é aproximadamente normal com média 172,2 libras e desvio-padrão 29,8 libras.

- a) Qual a probabilidade de que um homem selecionado aleatoriamente pese menos do que 130 libras?

- b) Qual a probabilidade de que pese mais do que 210 libras?
- c) Qual a probabilidade de que entre cinco homens selecionados ao acaso da população, pelo menos um tenha peso fora do intervalo entre 130 e 210 libras?

6. Um teste de aptidão feito por pilotos de aeronaves em treinamento inicial requer que uma série de operações seja realizada em uma rápida sucessão. Suponha que o tempo necessário para completar o teste seja distribuído de acordo com uma Normal de média 90 minutos e desvio padrão 20 minutos.

- a) Para passar no teste, o candidato deve completá-lo em menos de 80 minutos. Se 65 candidatos fazem o teste, quantos são aprovados em média?
- b) Se os 5% melhores candidatos serão alocados para aeronaves maiores, quão rápido deve ser o candidato para que obtenha essa posição?

7. Analisando o histograma da altura de 10.000 alunos em uma universidade concluiu-se que a distribuição normal com média 170cm e desvio-padrão igual a 5 cm é adequada para estudar a estatura probabilisticamente.

- a) Qual o número esperado de alunos com altura superior a 165cm?
- b) Qual o intervalo simétrico em torno da média que conterà 75% das alturas dos alunos?

8. A v.a. contínua X tem f.d.p.

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Se b for um número que satisfaz $-1 < b < 0$, calcule $P(X > b | X < b/2)$.
- (b) Calcule $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.

9. Certa liga é formada pela mistura fundida de dois metais. A liga resultante contém certa porcentagem de chumbo, X , que pode ser considerada uma v.a. com f.d.p.

$$f(x) = \frac{3}{5} 10^{-5} x(100 - x), 0 \leq x \leq 100.$$

Suponha que L , o lucro líquido obtido na venda dessa liga (por unidade de peso), seja dado por $L = C_1 + C_2X$. Calcule $E(L)$, o lucro esperado por unidade.

10. Dentre as mulheres nos Estados Unidos de 18 e 74 anos, a pressão sanguínea diastólica é normalmente distribuída com média 77 mm Hg e desvio-padrão 11,6 mmHg.

- a) Qual a probabilidade de que uma mulher selecionada aleatoriamente tenha pressão sanguínea diastólica entre 60 e 90 mmHg?
- b) Qual a probabilidade de que entre 100 mulheres selecionadas ao acaso da população, pelo menos 60 tenham pressão diastólica entre 60 e 90 mmHg?

11. O tempo necessário para um medicamento contra dor fazer efeito foi modelado de acordo com a densidade Uniforme no intervalo de 5 a 15 (em minutos), tendo por base experimentos conduzidos

em animais. Um paciente, que esteja sofrendo dor, recebe o remédio e, supondo válido o modelo mencionado acima, pergunta-se a probabilidade da dor:

- a) cesar em até 10 minutos?
- b) Demorar pelo menos 12 minutos?
- c) Durar mais de 7 minutos, sabendo-se que durou menos de 10?

12. O tempo, em minutos, de utilização de um caixa eletrônico por clients de um certo banco, foi modelado por uma variável T com densidade Exponencial (3). Determine:

- a) $P(T < 1)$;
- b) $P(T > 1/T \leq 2)$;
- c) Um número a tal que $P(T \leq a) = 0,4$.