MAE 121 - Introdução à Probabilidade e Estatística I

1o semestre de 2017 - Lista de Exercícios 8

- Considere a distribuição conjunta de X e Y , parcialmente conhecida, dada na tabela abaixo.
 - Complete a tabela, considerando X e Y independentes.
 - Calcule as médias e variâncias de X e Y .
 - Obtenha as distribuições condicionais de X , dado que $Y=0$, e de Y , dado que $X=1$.

$Y \backslash X$	-1	0	1	$P(Y=y)$
-1	1/12			1/3
0				
1	1/4		1/4	
$P(X=x)$				1

- Dois tetraedros (dados com quatro faces) com as faces numeradas de um a quatro são lançados e os números das faces voltadas para baixo são anotados. Sejam as v.a.:
 - X : maior dos números observados;
 - Y : menor dos números observados;
 - $Z = X + Y$.
 - Construa a tabela da distribuição conjunta de X e Y .
 - Determine as médias e as variâncias de X , Y e Z .
- Sejam X e Y com a distribuição conjunta da tabela abaixo. Mostre que $Cov(X, Y) = 0$, mas X e Y não são independentes.

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	0	1/4	0
0	1/4	0	1/4
1	0	1/4	0

- Numa comunidade em que apenas dez casais trabalham, fez-se um levantamento no qual foram obtidos os seguintes valores para os rendimentos anuais:

Casal	Rendimento do Homem (X)	Rendimento da Mulher (Y)
1	10	5
2	10	10
3	5	5
4	10	5
5	15	5
6	10	10
7	5	10
8	15	10
9	10	10
10	5	10

Um casal é escolhido ao acaso entre os dez. Seja X o rendimento do homem e Y o da mulher.

- Construa a distribuição de probabilidade conjunta de X e Y .
 - Determine as distribuições marginais de X e Y .
 - X e Y são v.a. independentes? Justifique.
 - Calcule as médias e variâncias de X e Y e a covariância entre elas.
 - Considere a v.a. Z igual à soma dos rendimentos de cada homem e mulher. Calcule a média e variância de Z .
 - Supondo que todos os casais tenham a renda de um ano disponível, e que se ofereceria ao casal escolhido a possibilidade de comprar uma casa pelo preço de 20, qual a probabilidade de que o casal escolhido possa efetuar a compra?
5. Num estudo sobre rotatividade de mão-de-obra, foram definidas para certa população as v.a. X = número de empregos que um funcionário teve no último ano e Y = salário. Obteve-se a seguinte distribuição conjunta:

$Y \backslash X$	1	2	3	4
800	0	0	0,10	0,10
1.200	0,05	0,05	0,10	0,10
2.000	0,05	0,20	0,05	0
5.000	0,10	0,05	0,05	0

São dados: $E(X) = 2,5$, $DP(X) = 1,0$, $E(Y) = 2.120$, $DP(Y) = 1.505,2$.

- Calcule $P(X = 2)$ e $P(X = 2 | Y = 1.200)$; X e Y são independentes?
- Obtenha o coeficiente de correlação entre X e Y e interprete esse coeficiente para as variáveis em estudo.