

O Modelo Normal

Exemplo 7.9 Os depósitos efetuados no Banco da Ribeira durante o mês de janeiro são distribuídos normalmente, com média de \$10.000,00 e desvio padrão de \$1.500,00. Um depósito é selecionado ao acaso dentre todos os referentes ao mês em questão. Encontrar a probabilidade de que o depósito seja:

- (a) \$10.000,00 ou menos;
- (b) pelo menos \$10.000,00;
- (c) um valor entre \$12.000,00 e \$15.000,00;
- (d) maior do que \$20.000,00.

Temos que $\mu = 10.000$ e $\sigma = 1.500$. Seja a v.a. $X = \text{depósito}$.

- (a) $P(X \leq 10.000) = P\left(Z \leq \frac{10.000 - 10.000}{1.500}\right) = P(Z \leq 0) = 0,5.$
- (b) $P(X \geq 10.000) = P(Z \geq 0) = 0,5.$
- (c) $P(12.000 < X < 15.000) = P\left(\frac{12.000 - 10.000}{1.500} < Z < \frac{15.000 - 10.000}{1.500}\right)$
 $= P(4/3 < Z < 10/3) = P(1,33 < Z < 3,33) = 0,09133.$
- (d) $P(X > 20.000) = P\left(Z > \frac{20.000 - 10.000}{1.500}\right) = P(Z > 6,67) \approx 0.$

O Modelo Exponencial

- (a) **Definição.** A v.a. T tem *distribuição exponencial* com parâmetro $\beta > 0$ se sua f.d.p. tem a forma

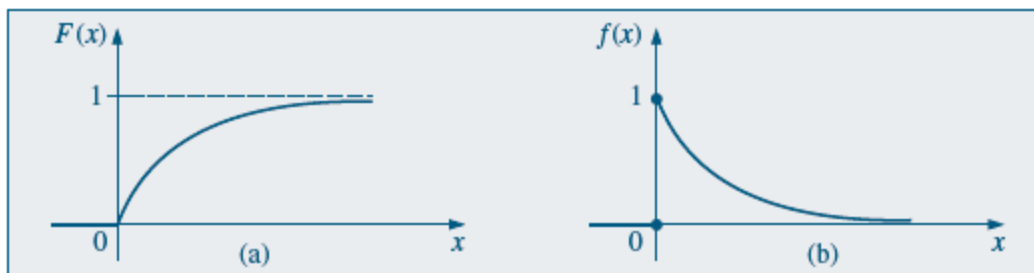
$$f(t; \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-t/\beta}, & \text{se } t \geq 0 \\ 0, & \text{se } t < 0. \end{cases} \quad (7.26)$$

Escreveremos, brevemente,

$$T \sim \text{Exp}(\beta).$$

- (b) **Gráfico.** O gráfico de $f(t, \beta) = f(t)$ está ilustrado na Figura 7.8 (b), com $\beta = 1$.

Figura 7.8 Distribuição exponencial ($\beta = 1$) (a) f.d.a. (b) f.d.p.



(c) Momentos.

$$E(T) = \beta, \quad (7.27)$$

$$\text{Var}(T) = \beta^2. \quad (7.28)$$

Exemplo 7.10 O tempo de vida (em horas) de um transistor pode ser considerado uma v.a com distribuição exponencial com $\beta = 500$. Segue-se que a vida média do transistor é $E(T) = 500$ horas e a probabilidade de que ele dure mais do que a média é

$$\begin{aligned} P(T > 500) &= \int_{500}^{\infty} f(t) dt = 1/500 \int_{500}^{\infty} e^{-t/500} dt \\ &= 1/500 [-500 e^{-t/500}]_{500}^{\infty} = e^{-1} = 0,3678. \end{aligned}$$

(d) F.d.a. Usando a definição (7.10), obtemos

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t < 0 \\ 1 - e^{-t/\beta}, & \text{se } t \geq 0. \end{cases} \quad (7.29)$$

O gráfico de $F(t)$ está na Figura 7.8 (a), com $\beta = 1$.