Carlos E. Ferreira *cef@ime.usp.br*

MAC 5711 – Análise de Algoritmos

Primeira lista de exercícios – entrega **13 de março de 2003**

1. Considere o seguinte algoritmo (chamado de ordenação por seleção) para ordenar um vetor. Ache o menor elemento do vetor e troque com o primeiro. Ache o segundo menor, e troque com o segundo. Repita o processo até o vetor estar totalmente ordenado.

   Escreva o algoritmo descrito acima (em pseudo-código) e faça uma análise de tempo de processamento no melhor e pior caso.

2. Sejam $f, g : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_+$. Prove que $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$.

3. Mostre que para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}$, $b > 0$, $(n+a)^b = \Theta(n^b)$.

4. Mostre que $\log_{k_1} n = \Theta(\log_{k_2} n)$ para quaisquer constantes $k_1, k_2 > 1$.

5. É verdade que $2^{n+1} = O(2^n)$? E $2^{2n} = O(2^n)$?

6. Mostre que $T(n) = n^{O(1)}$ se e somente se existe $k > 0$ tal que $T(n) = O(n^k)$.

7. Mostre que $\log(n!) = \Theta(n \log n)$.

8. Mostre que se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$, então $f(n) = O(h(n))$.

9. Mostre que $f(n) = O(g(n))$ se e somente se $g(n) = \Omega(f(n))$.

10. Mostre que para $i \geq 2$, o i-ésimo elemento da seqüência de Fibonacci ($F_0 = F_1 = 1$, $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ para $i \geq 2$) satisfaz

    $$F_i \geq \phi^{i-2}$$

    onde, $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

11. Escreva o algoritmo `Merge` do `Mergesort` e analise sua complexidade computacional. Tente escrever o algoritmo sem utilizar um outro vetor para armazenar os elementos. Seu algoritmo tempo complexidade linear com o tamanho da seqüência a ser ordenada?