

Segmentação de Imagens com Passeios Aleatórios em Grafos

Jefferson Serafim Ascano

Orientador: Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda

Departamento de Ciência da Computação
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

Novembro de 2012

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação
- 5 Conclusões
- 6 Referências

Agenda

- 1 Introdução
 - Segmentação de imagens
 - Objetivos
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação
- 5 Conclusões
- 6 Referências

O que é segmentação de imagens?

É a **atribuição de rótulos** aos *pixels* de uma imagem, de forma que *pixels* que pertençam ao mesmo rótulo tenham características em comum.

Permite analisar cada segmento de forma separada, e isolar elementos de interesse.

Segmentação de imagens com sementes

Alguns *pixels* já estão rotulados,
o algoritmo deve usar isto para determinar
os rótulos dos *pixels* restantes.

Objetivos

Implementar o método de **Passeios Aleatórios**, e integrá-lo aos programas **CAOS** (Computer-Aided Object Segmentation) e **BIA** (Brain Image Analyzer).

Compará-lo a outros métodos, também baseados em grafos.

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
 - Preliminares
 - Passeios Aleatórios
 - Aplicação à segmentação de imagens
 - O problema de Dirichlet
 - Propriedades
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação
- 5 Conclusões

Preliminares

Grafo $G = (V, E)$

e **pesos** $w(e) > 0$ para toda aresta $e \in E$.

Um **vértice** $v \in V$ está associado a um **pixel** da imagem.

Os pesos são determinados a partir da imagem original.

Ex.: diferença entre valores dos pixels. (complemento)

Passeios Aleatórios

Imagine um **bêbado** andando pelos vértices do grafo.
A **probabilidade** dele ir para um vértice vizinho
é proporcional ao peso da aresta.

$$\Pr(e_{u,v}) = \frac{w(e_{u,v})}{\sum_{w \in N(u)} w(e_{u,w})}$$

O passeio **termina** ao chegar em um **vértice rotulado**.

Aplicação à segmentação de imagens

Para cada vértice v e rótulo s ,
calcular a **probabilidade** de um **passeio aleatório**
que começa em v
terminar no rótulo s .

Atribuir o vértice
ao **rótulo** com **maior probabilidade**
de ser o **fim** do passeio.

O problema de Dirichlet

Sejam

$$d_i = \sum_{\forall j \in N(i)} w(e_{i,j})$$

$$L_{ij} = \begin{cases} d_i & \text{se } i = j \\ -w_{ij} & \text{se } v_i \text{ e } v_j \text{ são adjacentes} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O problema de Dirichlet

Uma versão combinatória da **integral de Dirichlet** pode ser definida como

$$D[x] = \frac{1}{2} x^T L x = \frac{1}{2} \sum_{e_{ij} \in E} w_{ij} (x_i - x_j)^2 \quad (1)$$

Uma **função harmônica combinatória** é uma função x que minimiza (1).

O problema de Dirichlet

A função x é um **vetor** de tamanho $|V|$ sujeito à seguinte **restrição**:

Escolha um rótulo s .

$x_v = 1$ se v pertence a s

e $x_v = 0$ se v pertence a um rótulo diferente de s .

Precisamos encontrar o **valor** de x para os **vértices não rotulados**.

Solução do Problema de Dirichlet

Separando os vértices em

V_M (marcados/rotulados) e V_U (não marcados):

$$D[x_U] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_M^T & x_U^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} L_M & B \\ B^T & L_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_M \\ x_U \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2} (x_M^T L_M x_M + 2x_U^T B^T x_M + x_U^T L_U x_U) \quad (3)$$

Solução do Problema de Dirichlet

Diferenciando (3) e encontrando o ponto crítico (que é o **mínimo**):

$$L_U x_U = -B^T x_M$$

É um sistema linear esparsa com $|V_U|$ variáveis desconhecidas. Como o grafo é conexo, possui **solução única**.

Solucionamos este sistema linear **para cada rótulo** s , encontrando as probabilidades que queríamos.

Propriedades do método

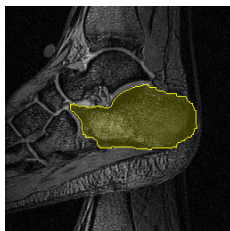
- 1 Segmentos **conectados às sementes**;
- 2 A K-tupla de probabilidades para cada vértice é igual à **média ponderada** das probabilidades dos **vértices vizinhos**;
- 3 A solução das probabilidades é **única**;
- 4 A segmentação esperada de uma imagem de **ruído puro** é **igual** à obtida em uma **imagem uniforme**.

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos**
 - Segmentação do calcâneo
 - Classificações
- 4 Implementação
- 5 Conclusões
- 6 Referências



(a) RM de um pé

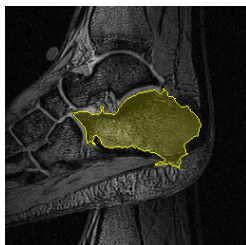


(b) Gabarito

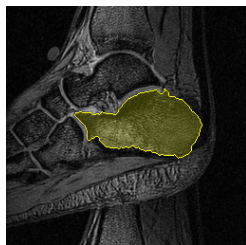


(c) Sementes

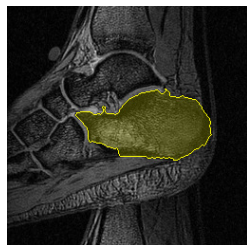
Figura: (a) Fatia de uma imagem 3D de RM de um pé de nossos dados experimentais. (b) Gabarito de segmentação do **osso calcâneo**. (c) Exemplo de um conjunto de sementes obtido pela **erosão e dilatação do gabarito** de segmentação.



(a) IRFC

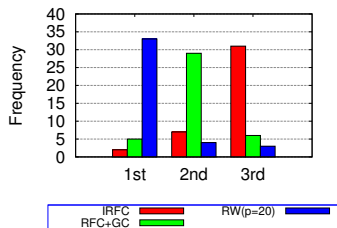
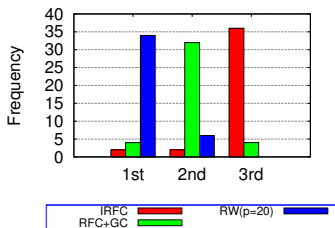


(b) RFC+GC



(c) Passeios Aleatórios

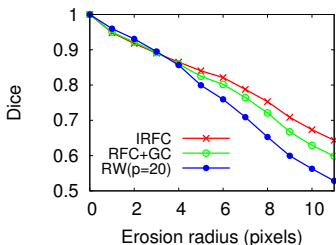
Figura: Resultados de segmentação do calcâneo.



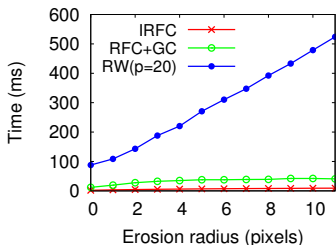
(a) Segmentação do calcâneo

(b) Segmentação do tálus

Figura: Para cada imagem individual, os métodos podem ser classificados de acordo com seus valores médios do **coeficiente de Dice**, como primeiro (melhor), segundo, ou terceiro (pior). Calculando a **frequência** para cada **posição de classificação**, temos a distribuição de classificação: (a) para a segmentação do calcâneo, e (b) para a segmentação do tálus.



(a) Acurácia média pelo coeficiente de Dice

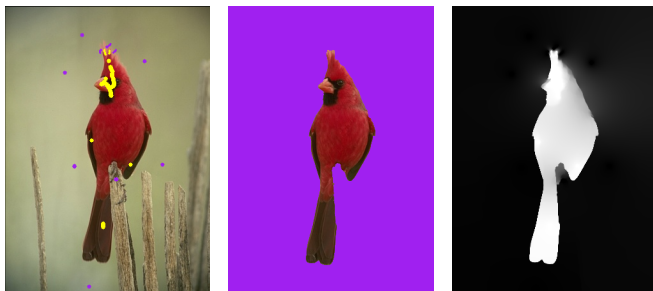


(b) Tempo médio de execução

Figura: Segmentação 2D de fatias da **coluna vertebral**, em imagens de tomografia computadorizada. Além de ter um **desempenho inferior** neste conjunto de imagens, o algoritmo de Passeios Aleatórios (RW) possui **tempo de execução** bem acima dos outros algoritmos.

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação**
 - Segmentação
 - Interface
- 5 Conclusões
- 6 Referências



(a) Marcadores

(b) Segmentação

(c) Probabilidades

Figura: Segmentação de um **pássaro** com marcadores de **objeto e fundo**

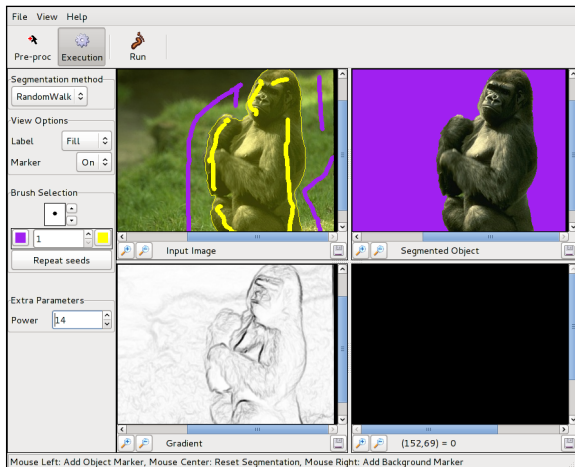


Figura: Resultado de uma segmentação 2D no programa CAOS

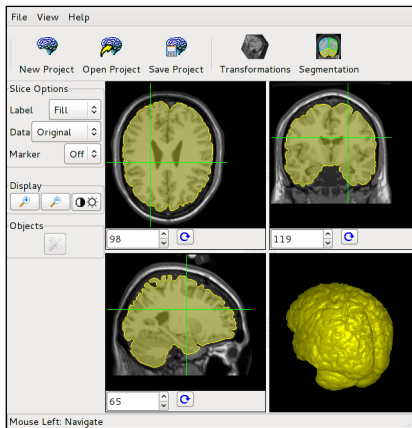


Figura: Resultado de uma segmentação **3D** de uma **ressonância magnética sintética** (do BrainWeb - Simulated Brain Database) no programa **BIA**

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação
- 5 Conclusões**
- 6 Referências

Conclusões

Apresenta **resultados superiores** em alguns conjuntos de imagens.

Porém, possui grande **sensibilidade** a certos **parâmetros**.

Os **pesos** das arestas do grafo foram **elevados** a uma **potência** p , e os **resultados** obtidos **variaram bastante** de acordo com este valor.

Conclusões

Além disso, também possui sensibilidade à **localização das sementes**, algo que não ocorre com outros métodos.

Testes com **raios de erosão diferentes** para objeto e fundo mostram que, em algumas imagens, o **desempenho é significativamente reduzido** quando as sementes não estão equidistantes da borda correta.

Agenda

- 1 Introdução
- 2 O método de Passeios Aleatórios
- 3 Comparações com outros métodos
- 4 Implementação
- 5 Conclusões
- 6 Referências

Referências



P.G. Doyle and J.L. Snell.

Random walks and electric networks.

Carus mathematical monographs. Mathematical Association of America, 1984.



Leo Grady.

Random walks for image segmentation.

IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 28(11):1768–1783, November 2006.



Ali K. Sinop and Leo Grady.

A Seeded Image Segmentation Framework Unifying Graph Cuts And Random Walker Which Yields A New Algorithm.

In Computer Vision, 2007. ICCV 2007. IEEE 11th International Conference on, pages 1–8. IEEE, 2007.