

ExpressMath: Análise estrutural de expressões matemáticas manuscritas

Bruno Yoiti Ozahata, Ricardo Sider
Nina S. T. Hirata (orientadora)

Departamento de Ciência da Computação
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo
16 de novembro de 2009

Trabalho apoiado pelo CNPq

Motivação

Problema

Dada uma expressão matemática manuscrita, como convertê-la para um formato digital?

Problema

Dada uma expressão matemática manuscrita, como convertê-la para um formato digital?

Solução

ExpressMath: Reconhecimento de expressões matemáticas manuscritas

O Reconhecimento de expressões matemáticas pode ser dividido em duas etapas:

- Segmentação e reconhecimento dos símbolos
- Análise estrutural

O Reconhecimento de expressões matemáticas pode ser dividido em duas etapas:

- Segmentação e reconhecimento dos símbolos
- Análise estrutural

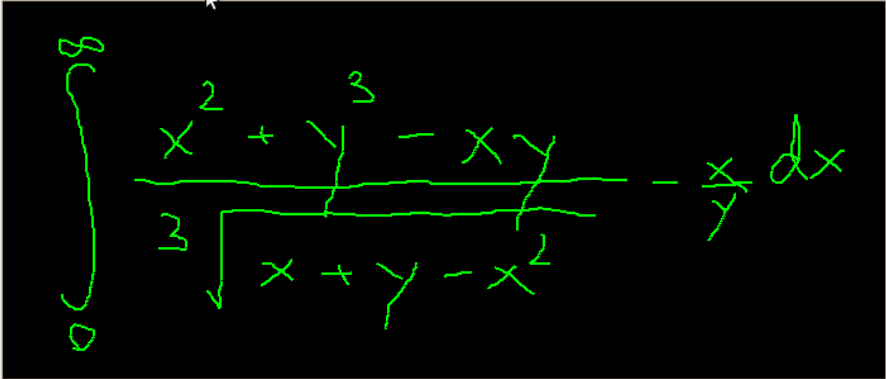
O Reconhecimento de expressões matemáticas pode ser dividido em duas etapas:

- Segmentação e reconhecimento dos símbolos
- **Análise estrutural**

Exemplo de entrada

File Edit Help

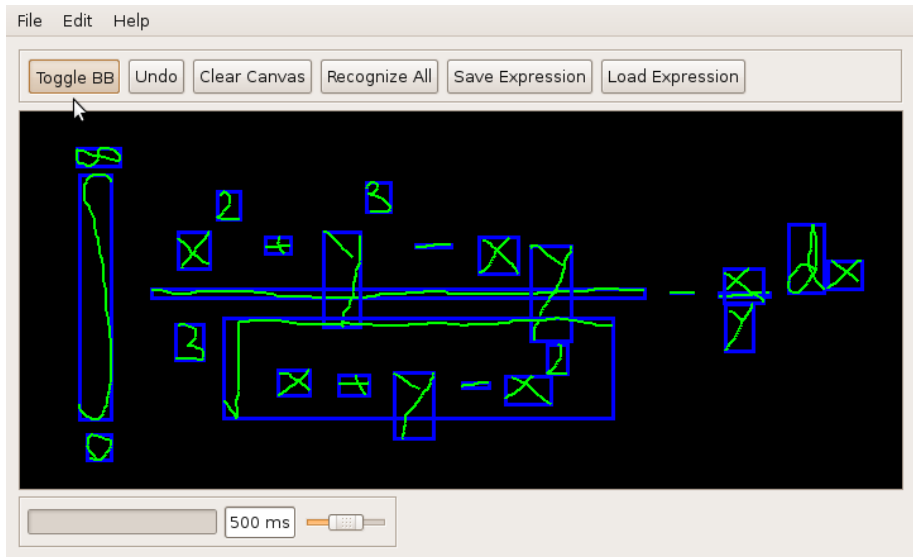
Toggle BB Undo Clear Canvas Recognize All Save Expression Load Expression



The image shows a digital blackboard interface with a green chalk-like font. On the left, there is a large vertical curly brace. The main expression is a fraction with a horizontal line. The numerator is $x^2 + y^3 - xy$ and the denominator is $\sqrt[3]{x + y - x^2}$. To the right of the fraction is a term $-\frac{x}{y} dx$. A mouse cursor is pointing at the 'Clear Canvas' button.

500 ms

Segmentação dos símbolos



Reconhecimento dos símbolos

File Edit Help

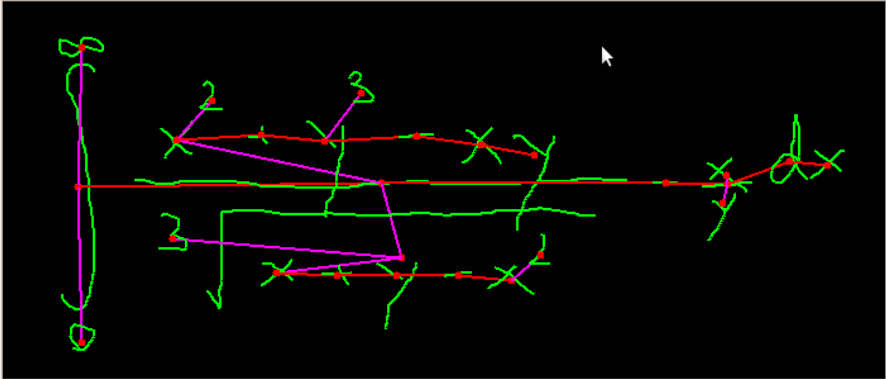
Toggle BB Undo Clear Canvas Recognize All Save Expression Load Expression

The image shows a screenshot of the ExpressMath software interface. The main window has a menu bar with "File", "Edit", and "Help". Below the menu bar is a toolbar with buttons for "Toggle BB", "Undo", "Clear Canvas", "Recognize All", "Save Expression", and "Load Expression". The "Clear Canvas" button is highlighted with a mouse cursor. The main area is a black canvas displaying a complex mathematical expression. The expression is partially highlighted with a green outline, and individual symbols are enclosed in blue boxes. The symbols include: \int , \int , 2 , 3 , x , $+$, y , $-$, x , y , $\sqrt{\quad}$, $\frac{\quad}{\quad}$, $\frac{d}{dx}$, x , 3 , x , $+$, y , $-$, x , 2 , 0 . The interface also includes a status bar at the bottom with a slider set to "500 ms".

Análise estrutural

File Edit Help

Toggle BB Undo Clear Canvas Recognize All Save Expression Load Expression



500 ms

The image shows a software interface for structural analysis of handwritten mathematical expressions. The main canvas displays a handwritten expression in green ink on a black background. The expression consists of several parts: a vertical term on the left, a central term with a square root, and a final term on the right. Red dots are placed at various points along the green lines, and red lines connect these dots, forming a network that highlights the structural components of the expression. Purple lines also connect some of the red dots, possibly indicating specific relationships or features. The interface includes a menu bar with 'File', 'Edit', and 'Help'. Below the menu bar is a toolbar with buttons for 'Toggle BB', 'Undo', 'Clear Canvas', 'Recognize All', 'Save Expression', and 'Load Expression'. At the bottom of the interface, there is a slider control set to '500 ms' and a small icon of a calculator.

Fórmula \LaTeX

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 + y^3 - xy}{\sqrt[3]{x + y - x^2}} - \frac{x}{y} dx$$

- A análise estrutural objetiva determinar o conjunto das relações espaciais que um símbolo exerce em relação a outro.
- Utilizamos os conceitos de *baseline* e *árvore geradora mínima* para determinar a estrutura de uma expressão matemática.

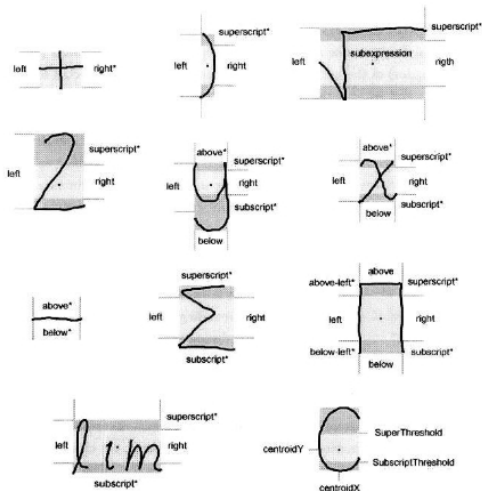
(baseado em um trabalho de Tapia e Rojas, de 2004)

Conceitos

Um símbolo pode ter as seguintes **posições relativas** em relação ao outro:

- Acima
- Abaixo
- Superscript
- Subscript
- Direita
- Abaixo e à esquerda
- Abaixo e à direita
- Sub-expressão

Regiões dos símbolos



Fonte: (TAPIA, 2004)

Abrangência

Definição

A **abrangência** de um símbolo é a área onde esperamos encontrar os seus atributos.

Dominância

Definição

Um símbolo a **domina** sobre outro símbolo b , se b está na área de abrangência de a , e a não está na área de abrangência de b .

Exemplos

$$\sum_{i=1}^{\infty}$$

$$e^{-\int x dx}$$

$$\frac{A}{\frac{B}{C}}$$

Expressões em que

- Dominância é determinada pela **abrangência**.
- Dominância é determinada pelo **tamanho**.
- É **difícil** determinar a dominância dos operadores.

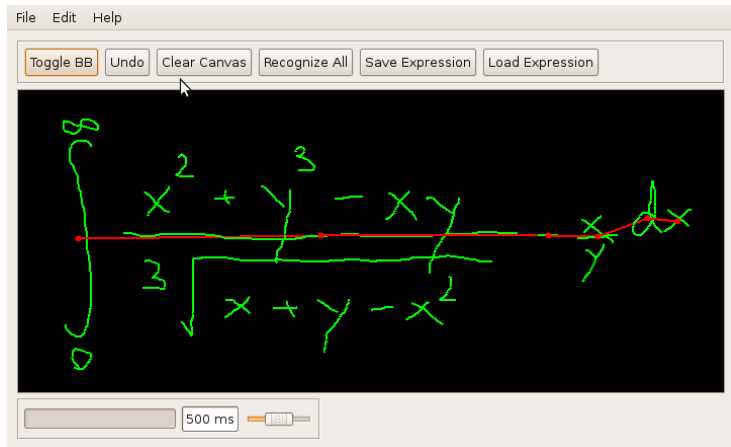
Definição

Uma **baseline** é uma lista ordenada de símbolos, que representa um arranjo horizontal na expressão.

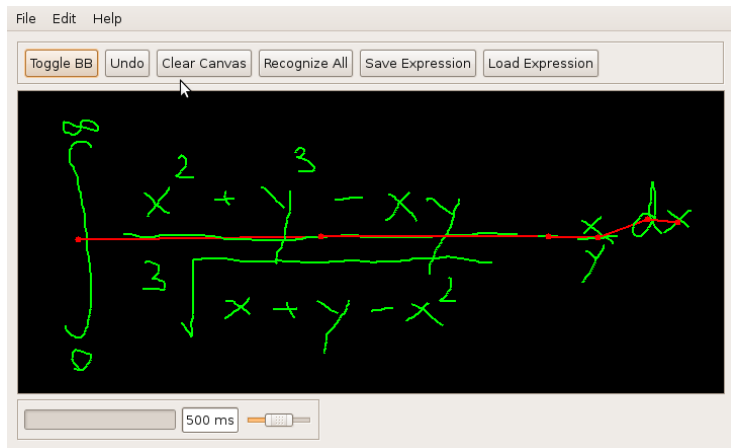
Exemplo de baseline

The screenshot shows the ExpressMath software interface. At the top, there is a menu bar with "File", "Edit", and "Help". Below the menu bar is a toolbar with several buttons: "Toggle BB" (highlighted in orange), "Undo", "Clear Canvas", "Recognize All", "Save Expression", and "Load Expression". The main canvas is a blackboard with green handwriting. On the left, there is a large green bracket labeled "8" and "0". The main expression is a fraction with a horizontal line. The numerator is $x^2 + y^3 - xy$ and the denominator is $\sqrt[3]{x + y - x^2}$. To the right of the fraction is $- \frac{x}{y} dx$. At the bottom of the interface, there is a slider control for the stroke width, currently set to "500 ms".

Exemplo de baseline



Exemplo de baseline



Baseline: \int , barra de divisão, $-$, barra de divisão, d e x .

Definição

Uma **árvore geradora mínima** de um grafo com pesos nas arestas é um subconjunto das mesmas, de modo que todos os vértices possam ser atingidos por meio dela e a soma dos pesos de suas arestas é mínimo.

Algoritmo

O algoritmo para análise estrutural segue o seguinte fluxo:

- 1 Determinar baseline principal
- 2 Calcular a árvore geradora mínima
- 3 Construir listas com os filhos dos símbolos na baseline principal, rotuladas com a relação espacial que satisfazem com ele
- 4 Aplicar a recursão para cada uma das listas não-vazias

O algoritmo para análise estrutural segue o seguinte fluxo:

- 1 Determinar baseline principal
- 2 Calcular a árvore geradora mínima
- 3 Construir listas com os filhos dos símbolos na baseline principal, rotuladas com a relação espacial que satisfazem com ele
- 4 Aplicar a recursão para cada uma das listas não-vazias

O algoritmo para análise estrutural segue o seguinte fluxo:

- 1 Determinar baseline principal
- 2 Calcular a árvore geradora mínima
- 3 Construir listas com os filhos dos símbolos na baseline principal, rotuladas com a relação espacial que satisfazem com ele
- 4 Aplicar a recursão para cada uma das listas não-vazias

O algoritmo para análise estrutural segue o seguinte fluxo:

- 1 Determinar baseline principal
- 2 Calcular a árvore geradora mínima
- 3 Construir listas com os filhos dos símbolos na baseline principal, rotuladas com a relação espacial que satisfazem com ele
- 4 Aplicar a recursão para cada uma das listas não-vazias

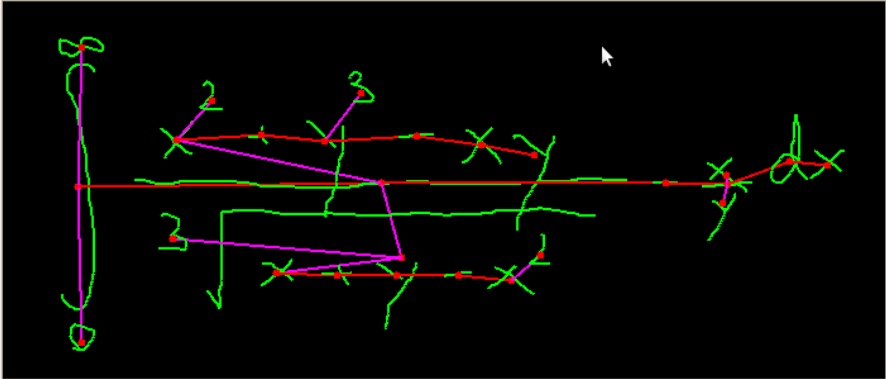
O algoritmo para análise estrutural segue o seguinte fluxo:

- 1 Determinar baseline principal
- 2 Calcular a árvore geradora mínima
- 3 Construir listas com os filhos dos símbolos na baseline principal, rotuladas com a relação espacial que satisfazem com ele
- 4 **Aplicar a recursão para cada uma das listas não-vazias**

Análise estrutural

File Edit Help

Toggle BB Undo Clear Canvas Recognize All Save Expression Load Expression



500 ms

The image shows a software interface for structural analysis of handwritten mathematical expressions. The main canvas displays a handwritten expression in green ink on a black background. The expression consists of several terms connected by plus signs, including a vertical term on the left and several terms with fractions. Red dots are placed at various points along the strokes, and red lines connect these dots to form a network. Purple lines also connect some of the red dots, highlighting specific structural relationships. The interface includes a menu bar (File, Edit, Help), a toolbar with buttons for 'Toggle BB', 'Undo', 'Clear Canvas', 'Recognize All', 'Save Expression', and 'Load Expression', and a control panel at the bottom with a slider and a '500 ms' label.

Limitações e problemas

- Reconhecimento de expressões tabulares:

- Reconhecimento de expressões tabulares:
 - Matrizes

- Reconhecimento de expressões tabulares:
 - Matrizes
 - Definição de função

- Reconhecimento de expressões tabulares:
 - Matrizes
 - Definição de função
 - Operadores com limites em pilha

- Reconhecimento de expressões tabulares:
 - Matrizes
 - Definição de função
 - Operadores com limites em pilha
- Símbolo pertencente a mais de uma área de abrangência.

- Aperfeiçoamento da interação com o usuário

- Aperfeiçoamento da interação com o usuário
- Reconhecimento de expressões mais complexas

- [1] Ana Paula Santos de Mello, Eduardo Yutaca Komatsu, Fábio Marcos Eiji Okuda, and Leonardo Ka Wah Hing, *Math picasso - segmentação e reconhecimento de caracteres em expressões matemáticas manuscritas*, 2007, <http://www.linux.ime.usp.br/~eiji/mac499/index.php>.
- [2] Nina S. T Hirata, *ExpressMath - reconhecimento de expressões matemáticas*, <http://www.vision.ime.usp.br/~nina/projetos/expressmath/>, 2008.
- [3] Nicholas E. Matsakis, *Recognition of handwritten mathematical expressions*, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [4] E. Tapia and R. Rojas, *Recognition of on-line handwritten mathematical expressions using a minimal spanning tree construction and symbol dominance*, 2004.
- [5] R. Zanibbi, D. Blostein, and J. R. Cordy, *Recognizing mathematical expressions using tree transformation*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002.