MAC–IME–USP

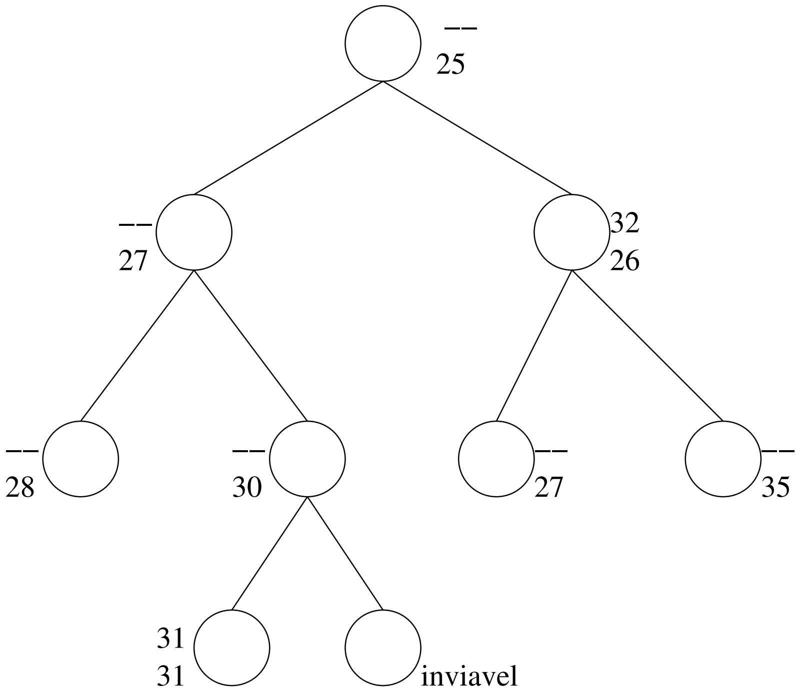
Carlos Eduardo Ferreira
Sala 297A Tel.: 3091 6140
e-mail cef@ime.usp.br

MAC 330 - Programação Inteira - MAC 5780

Segundo semestre de 2002

Lista de Exercício 3

1. Considere a árvore de enumeração abaixo, de um problema de minimização.



a. Quais são os melhores limitantes inferior e superior que conhecemos para o valor da solução ótima do problema?
b. Quais nós podem ser desativados e quais devem ainda ser explorados?

2. Considere o problema abaixo

$$\begin{array}{lrcrcl} \max & 9x_1 & + & 5x_2 & & \\ & 4x_1 & + & 9x_2 & \leq & 35 \\ & x_1 & & & \leq & 6 \\ & x_1 & - & 3x_2 & \geq & 1 \\ & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 19 \\ & & & x & \in & Z_+^2 \end{array}$$

Resolva o problema por branch-and-bound.

3. Considere o problema da mochila, e suponha que os itens estão ordenados de forma que $\frac{v_1}{f_1} \geq \frac{v_2}{f_2} \geq \ldots \geq \frac{v_n}{f_n}$, onde v_i são os valores e f_i os pesos dos itens. Suponha ainda que $\sum_{i=1}^{s-1} f_i \leq F$ e $\sum_{i=1}^{s} f_i > F$.

   a. Mostre que a solução da relaxação linear do problema é dada por:

$$x_i = \begin{cases} 1, & i = 1, \ldots, s-1; \\ (F - \sum_{i=1}^{s-1} f_i)/f_s, & i = s; \\ 0, & i = s+1, \ldots, n. \end{cases}$$

   b. Usando o resultado acima para dar limitantes, resolva usando Branch and Bound a instância em que $F = 12$, $f = (5, 3, 8, 7)$ e $v = (17, 10, 25, 17)$.

4. Para cada exemplo abaixo é dado um conjunto viável X e um ponto x. Encontre uma inequação válida para X que corta o ponto x.

   a.

$$X = \{(x, y) \in R_+^2 \times \{0, 1\} : x_1 + x_2 \leq 2y, x_1 \leq 1, x_2 \leq 1\}$$

$$(x_1, x_2, y) = (1, 0, 0.5)$$

   b.

$$X = \{x \in Z_+^5 : 9x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 17x_4 + 13x_5 \geq 50\}$$

$$x = (0, \frac{25}{6}, 0, 0, 0)$$

5. Mostre que a inequação $y_2 + y_3 + 2y_4 \leq 6$ é válida para

$$X = \{y \in Z_+^4 : 4y_1 + 5y_2 + 9y_3 + 12y_4 \leq 34\}$$

6. Considere o problema

$$\begin{array}{lrl} \min & x_1 + 2x_2 & \\ & x_1 + x_2 & \geq 4 \\ & \frac{1}{2}x_1 + \frac{5}{2}x_2 & \geq \frac{5}{2} \\ & x \in Z_+^2 & \end{array}$$

   O ponto $x^* = (\frac{15}{4}, \frac{1}{4})$ é a solução ótima da relaxação linear do problema. Encontre uma inequação válida que corta x^*.