MAC–IME–USP

Carlos Eduardo Ferreira
Sala 297A Tel.: 818 6140
e-mail cef@ime.usp.br

MAC 122 – Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos

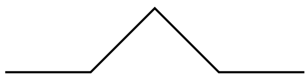
Segundo semestre de 1997

Exercício-Programa 2 – Entrega: **16 de outubro**

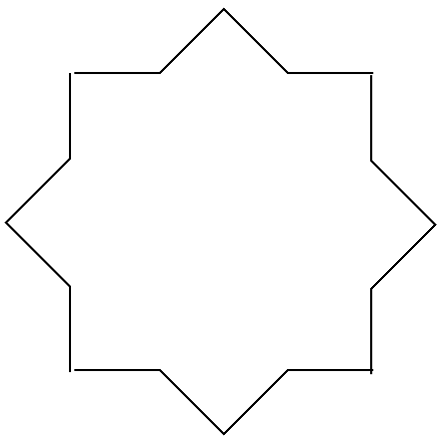
Fractais

Este exercício-programa trata de uma família de fractais denominada Ilhas de Koch (depois de terminar o programa você poderá entender o porquê de "ilha"). Fractal é uma estrutura geométrica recursiva que serve de referência para explicar fenômenos naturais diversos como: crescimento de folhas, acidentes geográficos, arritmias cardíacas, etc. Para maiores detalhes veja por exemplo o livro de B. B. Mandelbrot – The Fractal Geometry of Nature, Ed. Freeman, do qual retiramos alguns exemplos para esse exercício.

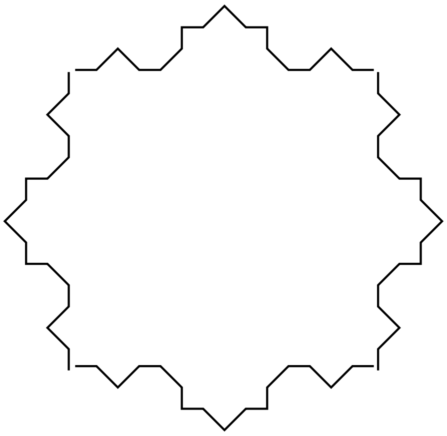
Em cada fractal uma figura modelo, digamos M, é repetida sobre uma outra figura base B. Em cada passo recursivo, segmentos de M são substituídos por cópias da figura M em escala reduzida. Por exemplo, considere M como mostrado na figura abaixo.



Ao repetirmos M sobre um quadrado B (a base), obtemos a seguinte figura.



Seja F_1 a figura obtida. No próximo nível de recursão, os segmentos externos são substituídos por cópias de M com a metade do tamanho. Veja a figura abaixo.



No nível seguinte, cada segmento seria substituído por cópias de metade do tamanho, e assim por diante.

Neste exercício-programa, você deve apresentar uma série de opções ao usuário, sob forma de menu, em que o usuário poderá escolher:

1. A figura modelo M (escolha pelo menos 4 opções entre as apresentadas a seguir);
2. A figura base B (opções descritas abaixo);
3. O nível final de recursão k.

Seu programa deve apresentar na tela a figura M repetida sobre B, colorida segundo algum critério da sua escolha (bônus para quem implementar mais de uma cor). Seu programa deve, caso tenha sido a escolha do usuário, apresentar todos os níveis de recursão até o nível k escolhido por ele. A cada nível mostrado, seu programa deve solicitar que o usuário aperte alguma tecla para prosseguir.

As opções para base das figuras devem ser, pelo menos: triângulo, quadrado, pentágono, e hexágono, todos regulares. Caso você deseje (bônus!!!), pode implementar outros polígonos ou mesmo linhas abertas e irregulares.

A seguir apresentamos algumas famílias de fractais, através dos dois primeiros níveis de recursão e o formato final.

1. **Ilha de Koch triádica (pg 43)**

   Essa é a figura descrita no exemplo acima. Veja o resultado de aplicar a figura sobre um triângulo (nível de recursão 3).

2. **Ilha de Koch quádrica (pg 50)**

   Note que o segmento unitário foi dividido em 4 partes. No passo seguinte da recursão, cada pequeno segmento da figura é substituído por uma cópia da mesma com dimensão dividida por 4. Veja abaixo o resultado ao aplicarmos várias vezes sobre um quadrado (o interior da figura foi pintado de preto para facilitar a visualização).

3. **Ilha de Koch quádrica (pg 52)**

   Semelhante ao anterior. A próxima figura mostra o efeito obtido ao aplicarmos várias vezes a recursão (base é um quadrado).

4. **Ilha de Koch quádrica (pg 54)**

   Semelhante ao anterior. A próxima figura mostra o efeito obtido ao aplicarmos várias vezes a recursão (base também é um quadrado).

5. **Floco de neve (pg 68)**

Para compreender melhor a recursão, observe que a figura acima está contida em um trapézio de base maior 3, base menor 1 (se cada segmento marcado tem tamanho 1), e o tamanho do segmento maior é $\sqrt{3}$. O ângulo formado pelo primeiro segmento e o eixo horizontal é 60^{o}, e o ângulo formado entre o maior segmento e esse eixo é de 30^{o}. Observe o belo efeito obtido ao aplicarmos a figura recursivamente várias vezes tendo por base um triângulo.

6. **Curva Peano-Gosper (pg 70)**

Note que as linhas mostradas estão contidas em uma malha de triângulos equiláteros, o que nos permite calcular o ângulo formado entre o eixo horizontal e o primeiro segmento mostrado. Se o tamanho de cada segmento mostrado na figura é 1, a distância entre os dois pontos destacados (que estão sobre o eixo horizontal) é $\sqrt{7}$.

Ao aplicarmos a figura recursivamente sobre um triângulo, obtemos

7. **Koch Cascade (pg 71)**

   Também baseado na grade de triângulos equiláteros. Note que alguns segmentos têm espessura maior, causando um efeito interessante na imagem final (cores!!).

8. **Ilha de Koch e lago (pg 46)**

   Neste caso há a combinação de dois fractais na mesma figura. Cada lado do hexágono externo está sendo recursivamente substituído pela figura mostrada acima, enquanto que em seu interior uma curva de Peano-Gosper é substituída recursivamente. Observe o efeito depois de alguns níveis de recursão.