MAC–IME–USP

Carlos Eduardo Ferreira
Sala 297A Tel.: 818 6140
e-mail cef@ime.usp.br

MAC 122 – Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos

Segundo semestre de 1997

Lista de exercícios—Ordenação

1. Ordene a seqüência abaixo abaixo usando os métodos Mergesort, Quicksort, Heapsort e Bubblesort-com-aviso-de-troca:

   ```
   12   23   5   9   0   4   1   12   21   2   5   14 .
   ```

   Em cada um dos casos, qual o número de comparações e de trocas feitas durante a ordenação?

2. Queremos ordenar um vetor de n elementos cada uma de cujas componentes é 'A' ou 'B'. Escreva um algoritmo que faça no máximo n-1 comparações para ordenar o vetor. (Use um vetor auxiliar se necessário.)

3. Encontre permutações do vetor 1,2,3,4,5 que obriguem:

   (a) o algoritmo Quicksort a executar o número máximo de comparações;

   (b) o algoritmo Quicksort a executar o número máximo de trocas;

   (c) o algoritmo Shakersort a executar o número máximo de comparações;

   (d) o algoritmo Bubblesort-com-aviso-de-troca a executar o número máximo de trocas.

4. Escreva um algoritmo que recebe um vetor V tal que $V[0] \geq V[1] \geq \ldots \geq V[n-1]$ e calcula uma permutação W de V tal que $W[0] \leq W[1] \leq \ldots \leq W[n-1]$. Qual o número de comparações máximo, mínimo e médio de seu algoritmo? Qual a quantidade de espaço de memória que seu algoritmo utiliza (em função de n)?

5. Faça um procedimento Merge que recebe vetores ordenados A e B com m e n elementos e devolve um vetor ordenado C (com $m+n$ elementos) que resulta da intercalação de A e B. Faça duas versões do algoritmo: uma iterativa e uma recursiva. Encontre instâncias (dados) em que o algoritmo acima faz:

   (a) m comparações;

   (b) n comparações;

   (c) $m+n-1$ comparações.

6. Considere o seguinte trecho de programa:

   ```
   for (i = 0; i < n; i++) cont[i] = 0;
   for (i = 0; i < n; i++)
       for (j = 0; j < n; j++)
           if (V[j] < V[i]) cont[i] = cont[i]+1;
   ```

(a) Escreva um algoritmo que ordene um vetor V utilizando o trecho acima. Observe o que ocorre se V tiver elementos repetidos.

(b) Quantas comparações e quantas movimentações envolvendo os elementos do vetor V são feitas no melhor caso? Quantas no pior caso? Quantas no caso médio?

7. Considere o seguinte algoritmo para ordenação de um vetor V:
   W:= V;
   enquanto W não está ordenado faça início
   W := uma permutação de V que ainda não foi testada
   fim;

   (a) Quantas comparações são necessárias para verificar se um vetor está ordenado?

   (b) Quantas permutações deverão ser testadas no pior caso? E no caso médio?

   (c) Baseado nas respostas aos itens acima, calcule quantas comparações esse algoritmo faz, no pior caso, para ordenar um vetor de n elementos. Repita para o melhor caso. Repita para o caso médio.

8. Em cada uma das situações abaixo, qual algoritmo de ordenação mais apropriado?

   (a) Um vetor de inteiros de tamanho menor ou igual a 8.

   (b) Uma lista de nomes parcialmente ordenada.

   (c) Uma lista de nomes em ordem aleatória.

   (d) Uma lista de inteiros positivos menores que 100.

   (e) Um arquivo que não cabe na memória principal.

9. Considere os seguintes procedimentos de ordenação de um vetor $A[1..n]$:

```
void Ordena( vetor A, int n)
{
   int i, j, min;
   Elemento x;

   for (i = 0; i < n-1; i++){                  /* I */
     min = i;
     for (j = i + 1; j < n; j++)
       if ( A[j] < A[min] )                    /* II */
         min = j;
     x = A[i]; A[i] = A[min]; A[min] = x;      /* III */
   }
}

void Classifica( vetor A, int n)
{
   int i, j;
   Elemento x;
```

```
   for( i = 1; i < n; i++)                        /* I */
     for (j = i; j > 0; j++)
       if (A[j] < A[j-1]){                        /* II */
         x = A[j]; A[j] = A[j-1]; A[j-1] = x;     /* III */
       }
}
```

Para cada um dos algoritmos responda às seguintes perguntas.

(a) Para cada um dos algoritmos, qual a situação do vetor A a cada passagem pelo ponto I? Justifique.

(b) Baseado em sua resposta em a, mostre que cada um dos procedimentos de fato ordena o vetor A.

(c) Qual o número máximo e mínimo de vezes que a comparação II é executada e em que situações ocorre?

(d) Idem para o comando III, que troca elementos.

10. Faça um procedimento recursivo que ordena um vetor A de $n > 1$ elementos baseado no seguinte algoritmo: Obtenha um número p em $[1..n]$. Divida o vetor em duas partes, a primeira com p elementos e a segunda com $n - p$. Ordene cada uma das duas partes. Depois, supondo que $A[0] \leq A[1] \leq \ldots A[p-1]$ e $A[p] \leq A[p+1] \leq \ldots \leq A[n-1]$, intercale as duas seqüências de forma a completar a ordenação de A. Use vetores auxiliares se necessário.

11. Considere o algoritmo do exercício acima com $p = 1$, depois com $p = \lfloor n/3 \rfloor$, depois com $p = \lfloor n/2 \rfloor$. Você já viu antes o algoritmo correspondente a algum destes valores de p? Qual das três escolhas sugeridas para p é a mais eficiente? Por que?