

# MATEMÁTICA FORA DOS LIVROS

---

Gisele Pampanini Dias, giselepampanini@gmail.com

## Resumo

Matemática fora dos livros é um projeto desenvolvido com alunos da 2ª série do Ensino Médio com objetivo de contribuir para a formação do senso crítico e analítico dos alunos, além de desenvolver o pensamento científico. Como forma de colaborar na construção de sentido dos conteúdos escolares, propõe-se a complementar o livro didático, relacionando conteúdos acadêmicos com diversão, uso de tecnologia, formação e discussão de dados. Os conteúdos programáticos relacionados ao projeto são: função trigonométrica, matrizes, probabilidade, números binários, letramento estatístico, funções lineares, escrita de relatórios e leitura/elaboração de gráficos.

## Palavras-chave

Educação matemática crítica. Modelagem matemática. Trigonometria. Probabilidade. Matrizes.

Apresenta-se a seguir a descrição em linhas gerais de quatro subprojetos a serem desenvolvidos durante um ano, de modo que o desenvolvimento de cada projeto fica ao encargo individual.

### *Horário de verão: problema ou solução?*

Este subprojeto visa relacionar a Matemática com as tomadas de decisões, análise de dados e outras áreas do conhecimento. No primeiro momento, os estudantes costumam apresentar ideias de senso comum sobre o tema e a proposta é que busquem embasamento teórico para justificar a posição inicial. Possivelmente, alunos com afinidade matemática procurarão dados de gastos de energia e economia, enquanto outros buscarão justificativas no comportamento do consumo da população. A parte obrigatória de matemática será na decisão do melhor início e término do horário de verão, a qual deverá ser realizada em conjunto com os alunos, pois envolve uso do *Geogebra*, planilha eletrônica e conhecimento dos parâmetros da função trigonométrica.

Na primeira aula, contorne o tema. Para isso, apresente a pergunta “Horário de verão: problema ou solução?”, ouça as pontuações dos alunos e promova reflexões e conexões entre as falas. Na sequência, apresente manchetes que tragam o assunto, preferencialmente as mais recentes. Outras perguntas podem auxiliar, como: “Quando começou o horário de verão?”, “Por que se começou a utilizar?” e “Quais as características de consumo na atualidade e antigamente?”. Por fim, questione o que se deve considerar para conseguir responder à pergunta inicial.

O projeto pode ser separado em três etapas: i) levantamento de informações; ii) análise da duração do dia; iii) escrita do relatório.

A etapa de análise da duração do dia está relatada na dissertação “Modelagem Matemática no ensino de trigonometria” de Gleyciane Araujo Alves na página cinquenta e dois. Nessa etapa, os alunos deverão baixar o horário do nascer e do pôr-do-sol de dez em dez dias no intervalo de dois anos. Ressalta-se a importância desse intervalo para que os alunos identifiquem com facilidade que se trata de uma função trigonométrica. Com os dados em mãos e com auxílio de uma planilha eletrônica, calcula-se a duração do dia, que deverá estar em decimal. Por último, plota-se o gráfico no *Geogebra*<sup>1</sup>.

Com as informações coletadas e a análise do melhor início e término do horário de verão, cada grupo deverá elaborar um relatório respondendo à pergunta inicial e justificando a posição tomada. Vale ressaltar que a resposta não será única, pois, dependendo da análise e informações utilizadas, as posições podem divergir.

### ***Criptografia: história, curiosidades e uma carta***

O objetivo é trabalhar os conteúdos programáticos “matrizes” e “números binários” com a aplicação na criptografia, além de apresentar qual é a relação da matemática com o desenvolvimento da criptografia, fazendo uso de curiosidades e relatos históricos.

Na primeira aula, por meio de uma conversa, verifique o que os alunos conhecem de criptografia. Depois, analise o significado da palavra *criptografia*<sup>2</sup>. Prepare um material para apresentar curiosidades até a segunda guerra mundial<sup>3</sup>, como: Método de César, a cifra indecifrável e o Enigma. Para finalizar a aula, é interessante indicar o filme “O jogo da Imitação” de Morten Tyldum para que os alunos conheçam um pouco da história do Enigma e de Alan Turing. Outra opção é exibir o filme em aula, sendo necessário uma aula dupla (duas aulas de 50 minutos seguidas).

Para a segunda aula, será necessário computadores para utilizar planilha eletrônica (Excel, Google Sheets ou outro). A proposta da aula é que cada grupo escreva uma frase criptografada com auxílio de matrizes. Para tal, os grupos deverão criar uma matriz vetor para cada letra do alfabeto e uma matriz chave de ordem 2. Depois, a frase original deverá ser escrita a partir da matriz alfabeto. Para codificar a mensagem, os grupos deverão

---

<sup>1</sup> Ele é indicado pois possibilita que os alunos ajustem os parâmetros manualmente.

<sup>2</sup> que resulta da união das palavras gregas *kryptós* que significa "escondido" e *gráphein* que significa escrita, ou seja, criptografia seria uma escrita por códigos.

<sup>3</sup> Detalhes e curiosidades sobre criptografia podem ser encontrados na dissertação “Criptografia e Matemática” de Victor Manuel Calhabrês Fiarresga.

realizar a multiplicação da matriz chave pela matriz vetor de cada letra da frase. Caso queira saber mais detalhes do procedimento descrito, um exemplo pode ser encontrado no experimento “Mensagens secretas com matrizes” de Leonardo Barichello.

Na terceira aula, entregue uma carta, que poderá ser impressa ou disponibilizada on-line, para que os alunos decifrem. Caso queira auxiliar, lembre o processo para criptografar uma letra  $L' = C \cdot L$  em que  $L'$  é a letra criptografada,  $C$  é a matriz chave e  $L$  a matriz da letra. Reforce que nesse caso tem-se  $L'$  e se quer determinar  $L$ , ou seja, os alunos deverão lembrar das operações com matrizes e chegar na relação  $C^{-1} \cdot L' = L$ . Além disso, para descobrir qual é a matriz chave, os alunos terão que analisar a frequência das cifras.

Na última aula do projeto, apresente a importância dos números primos para o desenvolvimento da criptografia moderna<sup>4</sup> e curiosidades sobre aritmética dos números como congruência e sistemas de numeração, em especial o binário. Para que eles compreendam a chave pública, proponha a multiplicação de alguns números primos. Depois, ao invés de informar os números, diga o resultado da multiplicação de números primos e pergunte: “Quais dois números que multiplicados tem esse valor?”.

### ***Jogos e probabilidade***

O objetivo do projeto é desenvolver o pensamento probabilístico dos alunos, afinal temos muito mais incertezas do que certezas na vida. Para a atividade, a sala pode ser dividida em grupos de cinco alunos. Cada grupo deverá ter um jogo de baralho e dois dados, havendo também a possibilidade de utilizar aplicativos do celular como: “*Rolar os dados SNS*” e “*Blackjack – gratuito e português*”.

#### *Jogo 1: lançamento de dados*

Apresente o quadro abaixo para os alunos e proponha que cada um aposte em uma das opções.

Números iguais nos dois dados	Número ímpar em um dos dados	Números pares e iguais nos dois dados	Sair número 5 em pelo menos um dos dados	Diferença de duas unidades entre os números
Soma igual a 10	Número par no resultado do produto dos dois dados	Soma maior que 5	Sair número 5 em um dos dados.	Número 6 nos dois dados.
Produto igual a 12	Número ímpar no resultado do produto dos dois dados	Números ímpares nos dois dados	Produto igual a 4	Números menores do que 3 nos dois dados
Soma menor do que 5	Números menores do que 4 nos dois dados	Número ímpar em um dado e par no outro	Diferença de uma unidade entre os números	Soma maior que 10

<sup>4</sup> Indica-se a leitura de “Números primos e a criptografia RSA” de Molinari.

Os dados devem ser lançados, ao mesmo tempo, cinquenta vezes. Solicite que anotem os resultados de cada jogada e as pontuações de cada jogador. No final do jogo, os alunos devem calcular a porcentagem de acertos de cada jogador e a probabilidade de cada aposta. Para finalizar a atividade, é importante promover a reflexão do conceito de probabilidade e análise dos resultados.

### *Jogo 2: blackjack (Jogo 21)*

O *Blackjack* é um jogo de cartas conhecido, mas poucos sabem dos estudos matemáticos sobre ele. Para conhecer as regras do jogo, indica-se a leitura do capítulo dois da dissertação “Um estudo sobre a definição de estratégias para o jogo de blackjack usando técnicas de aprendizagem de máquina e sistemas fuzzy” de Karla Raphaela Cardoso e para saber mais detalhes sobre a relação da probabilidade e os jogos de azar, indica-se a leitura da dissertação “A probabilidade aplicada aos jogos de azar” de Rafael Thé Bonifácio de Andrade.

Para animar os alunos e auxiliar na relação da matemática com o jogo, passe ou indique o filme “Quebrando a banca” de Robert Luketic<sup>5</sup>. Inicialmente, explique que a meta do jogo é conseguir somar vinte e um ou chegar próximo sem passar desse valor. Além disso, diga que um aluno por grupo terá o papel de crupiê e os demais deverão compor a mesa. São duas regras básicas: i) As cartas devem ficar na mesa e visíveis, exceto o crupiê que não mostrará uma das cartas, a mesma só será mostrada no final da partida; ii) No final de cada partida, não se mistura as cartas utilizadas com as não utilizadas.

Sugira que anotem as cartas retiradas, as cartas dos demais da mesa, as decisões tomadas com base nos estudos probabilísticos (*hit*, *stand*, *double down* ou *split*) e o vencedor de cada rodada. Depois de jogar, os grupos devem responder às perguntas: “A partir de qual soma é melhor parar (*stand*)?”; “A estratégia adotada com probabilidade deu certo?” e “Como você fez para organizar as informações das cartas que saíram?”.

### ***Modelagem Matemática***

Os três subprojetos anteriores foram guiados e escolhidos pelo professor. Em compensação, a proposta do projeto “Modelagem Matemática” é oferecer um espaço para

---

<sup>5</sup> Mais detalhes sobre o filme podem ser lidos no artigo “Quebrando a banca – a probabilidade e os cassinos” de Celso Ribeiro de Campos publicado no periódico Prometeica.

que o aluno possa aprofundar os estudos em algum tema de interesse e, posteriormente, criar problemáticas que possam ser respondidas com o auxílio da matemática. Assim, é interessante que o professor, antes de desenvolver o projeto, conheça as etapas da modelagem matemática<sup>6</sup>.

Nas três primeiras aulas, proponha que os alunos pesquisem sobre assuntos de interesse e preparem uma apresentação de cinco minutos para os demais alunos da sala. Após a apresentação, escolha em conjunto com a sala um ou dois temas<sup>7</sup> relevantes e que serão estudados por todos. Na primeira etapa, por envolver pesquisa e discussão, é ideal disponibilizar duas aulas, além de oferecer um prazo de duas ou três semanas. Nela, cada grupo deverá pensar em uma problemática e suas hipóteses. Na segunda etapa, disponibilize um mês e meio para que os alunos levantem dados a fim de responder à pergunta. Para terminar, os grupos deverão apresentar para que todos possam auxiliar na validação do modelo.

## Referências

ALVES, G. A. **Modelagem Matemática no Ensino de trigonometria**. 2017. LXXIII f. Dissertação de Mestrado em Matemática – PROFMAT Universidade Federal do Maranhão, Maranhão, 2017.

FIARRESGA, V. M. C. **Criptografia e Matemática**. 2010. CLXI f. Dissertação de Mestrado em Matemática – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

MOLINARI, J. R. A. **Números primos e a criptografia RSA**. 2016. LIV f. Dissertação de Mestrado em Matemática – PROFMAT Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

BARICHELLO, L. **Mensagens secretas com matrizes**. Matemática Multimídia, Unicamp. Disponível em: [https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1020/TELA-mensagens\\_secretas\\_com\\_matrizes---o\\_experimento.pdf](https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1020/TELA-mensagens_secretas_com_matrizes---o_experimento.pdf). Acesso em: 12 jul. 2022.

CAMPOS, C. R., WODEWOTZKI, M. L. L., JACOBINI, O. R., & FERREIRA, D. H. L. Quebrando a banca – a probabilidade e os cassinos. **Prometeica - Revista De Filosofia Y Ciencias**, (7), 72–85. 2012.

CARDOSO, K. R. **Em estudo sobre a definição de estratégias para o jogo de blackjack usando técnicas de aprendizagem de máquina e sistemas fuzzy**. 2015. CXXVI f. Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação – Universidade do Estado do Rio Grande do Norte e a Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2015.

<sup>6</sup> Indica-se a leitura do livro “Modelagem matemática na educação básica” de Lourdes Werle De Almeida.

<sup>7</sup> Escolher apenas um tema facilitará a mediação.

ANDRADE, R. T. B. **A probabilidade aplica aos jogos de azar.** 2017. LXX f. Dissertação de Mestrado em Matemática – PROFMAT Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. & VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** 1ª Ed. São Paulo: Editora Contexto, 2016.