

# PROPOSTA DE CONHECIMENTOS FUNDAMENTAIS DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DOS DIREITOS À APRENDIZAGEM E AO DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDANTES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

---

Iole de Freitas Druck, IME-USP, iole@ime.usp.br

## Resumo

O trabalho apresenta uma breve descrição do processo de elaboração, entre 2013 e 2014, do documento *Por uma política curricular para a educação básica: contribuição ao debate da base nacional comum a partir do direito à aprendizagem e ao desenvolvimento*<sup>1</sup>, com o objetivo de subsidiar a discussão sobre a Base Nacional Comum Curricular. Discorre ainda sobre os catorze (14) direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento dos estudantes e sobre os dez (10) conhecimentos fundamentais da área de Matemática definidos no referido documento para a Educação Básica, indicando articulações dos últimos com os primeiros.

**Palavras-chave:** Base Nacional Curricular Comum. Direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento. Conhecimentos fundamentais de Matemática na Educação Básica. Formação integral dos estudantes.

## Introdução

Desde pelo menos 2013 a Diretoria de Currículos e Educação Integral do MEC esteve empenhada em preparar um documento que pudesse servir como base e orientação para uma ampla discussão nacional sobre a Base Nacional Comum Curricular que, já se sabia, teria um limite de data para ser levada à deliberação do CNE, fixado no Plano Nacional de Educação – lei que estava em discussão no congresso e foi promulgada em junho de 2014. Em junho de 2013 foi formado um grupo de trabalho, incluindo cerca de 60 especialistas das quatro áreas de conhecimento previstas nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB), para colaborar na elaboração do texto, cujo título preliminar era *Por uma política curricular para a educação básica: contribuição ao debate da base nacional comum a partir do direito à aprendizagem e ao desenvolvimento*<sup>2</sup>. Junto com professores de Universidades e de escolas públicas de vários estados do Brasil,

---

<sup>1</sup> A versão preliminar em pdf do documento pode ser encontrada no sítio:

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/biblioteca/GT\\_Direitos%20a%20Aprendizagem\\_03jul2014.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/biblioteca/GT_Direitos%20a%20Aprendizagem_03jul2014.pdf) (visualizado em 27/09/2015).

<sup>2</sup> A coordenação geral para a elaboração do documento esteve a cargo de: Ítalo Modesto Dutra – MEC, Jaqueline Möll – UFRGS, Rosemari Friedmann Angeli – consultora UNESCO/MEC e Sandra Regina de Oliveira Garcia – UEL.

fiz parte desse grupo pela área de Matemática, o qual foi descontinuado em março de 2015, por ocasião da mudança do Ministro da Educação e do secretário titular da SEB/MEC.

Poucas vezes participei de um trabalho conjunto onde os debates e as trocas entre as pessoas fossem tão intensos e criativos. Diante do fracasso generalizado da Educação Básica no Brasil, movia a todos as convicções das necessidades tanto de reinvenção das práticas escolares como de que isso só será efetivo em um processo protagonizado pelos seus atores de base – os educadores que atuam diretamente no chão da escola. Sabendo das imensas dificuldades de desencadear um movimento norteado por tais objetivos trabalhamos com afinco, impulsionados pela consciência clara da enorme responsabilidade social que assumíramos compartilhar, mas também pela rica experiência que gerou, em cada um de nós, muito aprendizado e entusiasmo pela participação nesse trabalho coletivo. Nossa meta era produzir um documento na forma de cadernos que possibilitassem impulsionar uma ampla discussão nas bases dos sistemas educacionais brasileiros – em cada escola e nas diretorias de ensino, além das Instituições de Ensino Superior formadoras de professores e das sociedades científicas, ou seja, dos âmbitos onde tradicionalmente *consultas nacionais* costumam transitar. Propúnhamo-nos terminar o caderno até abril de 2015 – faltava completar quadros com a explicitação de possíveis experiências escolares, por área de conhecimento, para conhecimentos elencados como fundamentais em cada área. A função de tais quadros seria exemplificar como mudanças concretas da prática escolar podem favorecer a nova visão de política curricular proposta no documento e provocar a imaginação dos professores para uma participação efetiva, a partir de uma real compreensão da proposta. Ou seja, pretendíamos alavancara a construção de uma BNCC a partir das ideias constantes dos cadernos, mas queríamos propor um processo de discussão nacional das mesmas para chegar a uma formulação final que, de fato, pudesse vir a ser assumida pela base escolar e no qual todas as áreas tivessem o objetivo comum de contribuir para a consecução dos *direitos*, a partir de suas especificidades.

Um primeiro grande esforço conjunto, com debates entre todas as áreas, foi o de sintetizar, em poucos e abrangentes enunciados, os *direitos a aprendizagem e ao desenvolvimento dos estudantes na Educação Básica* previstos nas DCNEB. Ao mesmo tempo, no interior das áreas, buscávamos definir os conhecimentos fundamentais de cada uma, tanto do ponto de vista específico dos componentes nelas envolvidos, como no sentido de, ao serem trabalhados nas escolas, terem efetivo potencial de contribuição importante, por todos os componentes e áreas dos currículos de Educação Básica, para a consecução de tais *direitos*.

Assim, no que segue, faremos a descrição dos *direitos* tais como foram enunciados e também dos conhecimentos fundamentais específicos da área de Matemática.

### **Direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento na Educação Básica**

A ideia foi a de colocar o desafio às redes de ensino e suas escolas de fazer o exercício de discussão sobre formulação de seus currículos a partir da perspectiva de proporcionar aos estudantes o exercício dos direitos a seguir enunciados em consonância com as DCNEB, identificados por palavras-chave. Assim, é proposto no documento que o estudante da Educação Básica tenha direito a:

1. **Reconhecimento das práticas culturais:** ter reconhecida a pluralidade de práticas culturais próprias dos sujeitos e seus grupos na vida em comunidade como um dos elementos constituidores da cultura escolar, colocando, assim, em permanente diálogo democrático a diversidade de valores, crenças e atitudes.
2. **Valorização dos saberes:** ter reconhecido e valorizado seus conhecimentos, saberes e diferentes representações e expressões, de forma que a seleção de conteúdos curriculares os incorpore, amplie e ressignifique.
3. **Linguagens:** compreender, apropriar e utilizar as várias formas de linguagem que emanam e favorecem as diferentes práticas sociais, expressões éticas, estéticas, científicas, tecnológicas, culturais e políticas, por meio do domínio de seus códigos, significados e uso social.
4. **Preservação de patrimônios:** conhecer, apreciar, valorizar, produzir e preservar patrimônios socioculturais e naturais, locais, nacionais e mundiais.
5. **Formação e atuação política:** compreender a complexidade das relações de poder e das instituições políticas da sociedade contemporânea, em suas dimensões simbólicas, materiais e em seus aspectos normativos, bem como participar em processos de interlocução, discussão, debate, controvérsias e conflitos, para que possam realizar sua formação e atuação política.
6. **Integração entre trabalho, ciência, tecnologia e cultura:** ter acesso aos mais elevados níveis de conhecimento, saberes e experiências que permitam a compreensão da integração entre trabalho, ciência, tecnologia, cultura, arte, sociedade e ambiente, num processo dialógico capaz de oferecer outras possibilidades de compreensão, de estratégias de solução de problemas e de intervenção na realidade.
7. **Apropriação de conceitos e procedimentos:** apropriar-se de conceitos e procedimentos de diferentes tradições do conhecimento humano que permitam operar com dados da

realidade, de modo a produzir significados e relações que ampliem a compreensão de mundo e a possibilidade de intervenção em diferentes contextos.

8. **Historicidade:** compreender a historicidade como forma de desnaturalização das condições de produção, de validação dos conhecimentos - materializados em suas expressões culturais, estéticas, políticas, científicas, tecnológicas e religiosas - e de possibilidades de interpretação e produção de sentido.

9. **Reflexão crítica:** reconhecer-se como parte instituinte do mundo social e natural, refletir criticamente sobre si, sobre a relação com o outro e acerca das identidades, crenças, atitudes e valores socialmente e historicamente constituídos, frente aos dilemas éticos da contemporaneidade.

10. **Cuidado de si:** desenvolver práticas reflexivas orientadas ao cuidado de si, como resultado do compromisso com o outro, com o ambiente e com os demais territórios de que compartilham.

11. **Autonomia frente a situações-problema:** vivenciar diferentes estratégias de solução de problemas por meio de práticas investigativas, questionando a realidade, criando e validando soluções, realizando trabalho de campo, num processo que envolve imaginação, investigação, criatividade, análise reflexiva, troca de ideias e argumentações, compreendendo-se, assim, como sujeito que atua na produção e na transformação do conhecimento e da realidade, superando atitudes meramente reprodutoras de práticas e conhecimentos.

12. **Atuação consciente:** acessar conhecimentos e vivenciar experiências que lhe permita compreender e atuar frente às grandes questões que afetam a vida e a dignidade humana, pela compreensão das questões socioambientais locais, regionais e planetárias, da integração entre natureza, sociedade e cultura, da produção e do consumo, numa perspectiva crítica.

13. **Integração de interesses e motivações:** vivenciar, no espaço escolar, experiências organizadas para despertar centros de interesse individuais e coletivos, congregando, neste processo, os diversos agrupamentos pertencentes à comunidade escolar.

14. **Compreensão da centralidade do trabalho:** vivenciar experiências educativas que evidenciem a centralidade do trabalho humano na construção das relações sociais e na forma como os recursos e conhecimentos são construídos, apropriados, reproduzidos e difundidos.

## **Conhecimentos matemáticos fundamentais**

Foram estabelecidos, na discussão dentro do GT-Matemática, dez conjuntos de conhecimentos matemáticos fundamentais, assim considerados tanto por abarcarem conceitos, procedimentos ou temas matemáticos relevantes e usualmente pertinentes aos estudos na Educação Básica, como no sentido de propiciarem a formulação de experiências escolares significativas para a garantia dos *direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento* dos estudantes<sup>3</sup>. Procurou-se utilizar uma lógica de agrupar conhecimentos em torno de uma ideia matemática fundamental – ou mais de uma, claramente associadas. Assim propusemos, ao invés da tradicional subdivisão em campos distintos da Matemática, na qual não cabe, por exemplo, o merecido destaque à ideia matemáticas mais transversais, como a proporcionalidade, estabelecer os conjuntos de conhecimentos a partir de noções matemáticas que consideramos fundamentais serem apropriadas pelos estudantes, na perspectiva da formação humana integral. Tais conjuntos de conhecimentos não devem ser entendidos como estanques, havendo várias articulações necessárias e importantes entre eles. Essa foi a forma que encontramos para destacar os núcleos (ou ideias) centrais, com especificidade própria, dos conhecimentos matemáticos a serem garantidos em uma BNCC para todos os estudantes da Educação Básica, na concepção do documento em foco. Outro aspecto a ser destacado é que todos, nas devidas proporções, merecem estar presentes ao longo de todo o percurso dos Ensinos Fundamental e Médio. São eles:

- **Números e operações**
- **Proporcionalidade**
- **Grandezas e medidas**
- **Figuras geométricas planas e espaciais**
- **Transformações geométricas**
- **Localização espacial e sistemas de referência**
- **Linguagem algébrica**
- **Funções**
- **Incerteza e variabilidade**
- **Coleta, organização, tratamento e interpretação de informações**

---

<sup>3</sup> Inicialmente o GT-Matemática, que debateu e delimitou estes conhecimentos, assim como elaborou a primeira versão descritiva dos mesmos, teve os seguintes membros: Cristiano Muniz – UNB, Gilda Mara Marcondes Penha – SEDUC SC, Iole de Freitas Druck- USP, Ítalo Modesto Dutra – COEF/MEC, João Luiz Horta Neto – INEP, Neila Tonin Agranionih – UFPR e Sandra de Aquino Maia Duncan – IFF.

Para cada um desses conjuntos de conhecimentos fundamentais, o GT-Matemática procurou situar as razões da relevância dos mesmos e, a partir de indicações de tipos de abordagens mais significativas, procurou explicitar os por quês ou como cada um deles pode favorecer a garantia de quais dos *direitos* listados anteriormente (apontando entre parênteses seu(s) número(s) na listagem sempre que alguma experiência escolar a ele(s) se relacionem). A título de ilustração, seguem exemplos resumidos do que constou do trabalho do GT-Matemática, sobre os *conhecimentos fundamentais*. Não cabe, nesse artigo, esgotar o trabalho feito, cuja versão final deve, em breve, ser publicado em livro. Tais resumos têm por objetivo apenas explicitar mais concretamente a sistemática do trabalho elaborado pelo GT-Matemática, no sentido de esclarecer talvez melhor as ideias que nortearam as discussões no grupo.

### **Números e operações**

Números e Matemática são indissociáveis para grande parte das pessoas. Se por um lado a matemática não se reduz a eles, o conceito de número é fundamental para essa ciência. Uma efetiva alfabetização numérica é essencial ao exercício da cidadania, no trabalho, no fazer científico, enfim, em todas as esferas da vida em sociedade **(3, 6)**.

Experiências significativas envolvendo o conceito de número são as que articulam suas representações com os atributos quantidade, medida, ordem e código. Para que façam sentido aos estudantes, é importante associar práticas culturais, históricas, universais e locais com as sistematizações necessárias àqueles atributos e às convenções adotadas para as notações dos números **(1, 7, 8)**.

Problemas combinatórios de fato ligados a situações de realidade exigem raciocínio e o emprego de mais de uma técnica de contagem. O interesse principal da exploração desse último tema é propiciar que os estudantes desenvolvam estratégias de resolução dos problemas e autonomia de pensamento **(11)**.

### **Proporcionalidade**

A noção de proporção é necessária para profissionais como arquitetos, marceneiros ou comerciantes, assim como é relevante para o trabalhador entender e calcular o montante de seus direitos trabalhistas em cada situação que o exija **(3, 7, 14)**. A ideia de proporcionalidade ancora também a percepção estética, na leitura das produções artísticas, e mesmo na forma de perceber estruturas da natureza **(7)**.

Razão é uma noção básica da Matemática que é de conceituação nada elementar, por envolver vários significados e situações de uso. Portanto é importante a exposição dos estudantes ao uso da noção de razão em situações problema de contextos relevantes e variados que mobilizem suas diversas conotações **(11)**.

### **Grandezas e medidas**

O conhecimento dos diferentes sistemas de medidas e a compreensão dos conceitos envolvidos nos mesmos se fazem necessários ao exercício pleno da cidadania, com inúmeras aplicações no cotidiano, no mundo do trabalho e das práticas sociais **(3, 7)** – fortes razões para que tais conhecimentos se façam presentes nas escolas. De fato, medições têm presença marcante no mundo contemporâneo e na vida das pessoas **(10)**, como nos âmbitos: da saúde ( aferição da pressão arterial, dosagem do colesterol, de glicemia entre outros exames laboratoriais); da economia (salário, valor de compra, valor de serviços, juros); da alimentação (em receitas culinárias, expressando calorias ou valor nutricional dos alimentos); do trabalho (balanceamento e rodas, fábricas de alimentos, fertilizante, marcenaria), dentre outros. Nos estudos e pesquisas estatísticos, as grandezas marcam presença, pois são utilizadas como variáveis quantitativas.

As práticas sociais envolvendo unidades e instrumentos de medida não convencionais são diversas: no campo, em regiões ribeirinhas, na floresta, em comunidades indígenas ou nas grandes cidades. É fundamental que a escola reconheça, valorize e dialogue com tais experiências e saberes nos contextos de seus usos para a comparação posterior com as medidas padronizadas **(1, 2)**.

### **Figuras geométricas planas e espaciais**

O desenvolvimento de uma visão geométrico-espacial que nos permita estimar comprimentos, áreas e volumes **(3, 7)** e o conhecimento a respeito das figuras geométricas planas e espaciais são fundamentais para a ampliação das interações dos sujeitos no mundo e, em especial, para a compreensão do espaço físico e as modificações que nele são realizadas pelo ser humano **(6)**. É importante que os conhecimentos de Geometria plana e espacial sejam abordados de modo a favorecer a problematização e modelagem do espaço em que vivemos, integrando intuição e rigor num movimento constante entre experimentação e dedução **(7, 11)**. Novas possibilidades surgem quando se favorece a exploração em ambientes virtuais, como por exemplo, os aplicativos e recursos da

geometria dinâmica. Esta área de estudo favorece a formação de agentes ativos em um contexto de representações dinâmicas das figuras geométricas (3, 7, 4).

O caráter dedutivo de muitos dos conceitos e propriedades geométricas como a validação de fórmulas para o cálculo de áreas e volumes de figuras geométricas ou a discussão de propriedades de semelhanças de figuras geométricas planas e espaciais, indicam a importância de propiciar experiências escolares que promovam discussões e favoreçam a capacidade de argumentação coerente dos estudantes (13).

### **Transformações geométricas**

A Geometria estuda as propriedades das figuras que permanecem invariantes por transformações. As isometrias, transformações geométricas que preservam distâncias, e as homotetias que ampliam ou reduzem figuras, permitem dar um tratamento mais geral às noções de congruência e semelhança de figuras geométricas. Translações, rotações, ampliações são exemplos destas transformações.

Isometrias têm sido usadas pela humanidade nas suas criações desde os tempos mais remotos. Povos antigos utilizaram figuras geométricas como elementos decorativos e, com o desenvolvimento das sociedades, as figuras adquiriram disposições mais complexas (8). Surgiram, assim, os ornamentos com repetições de uma mesma figura geométrica, como no caso de rosáceas, frisos e mosaicos ou pavimentações. A arte marajoara ou as pinturas de Volpi no Brasil atestam a presença de transformações geométricas nesse tipo de expressão artística. Desta forma, o estudo dos ornamentos, em particular, como nas cestarias indígenas, envolvendo as noções de simetria de uma figura plana, constitui um tema de muita beleza, permitindo interessante ligação entre a Matemática e a Arte (1, 4, 7).

### **Localização espacial e sistemas de referência**

Localizar-se no espaço é fundamental em uma série de situações da experiência humana. Em um contexto social em que se observam cada vez mais usos de tecnologias móveis, a compreensão sobre os sistemas de referência posicional, como por exemplo, o *GPS - Global Positioning System*) é fundamental para um situar-se e deslocar-se no mundo e orientar a si e aos outros por meio de representações gráficas do espaço real, próximo ou longínquo (2, 7).

Diferentes possibilidades de modelos (maquetes, modelos computacionais, dentre outros) podem auxiliar na compreensão das interferências nos espaços nos quais o ser humano vive e como isso impacta na sua convivência com outros, nos seus deslocamentos,

bem como nos recursos mobilizados para a sua existência (meios de transporte, avaliação de espaços para a construção de edificações, entre outros) (10, 12). Essas abordagens incluem sistemas de referência, de localização e referenciamento espacial, para além das coordenadas cartesianas (3) tradicionalmente abordadas na escola como suporte à discussão e representação gráfica de funções, tais como as coordenadas polares, que podem ser utilizadas, inclusive, em Geografia, no tratamento de latitude e longitude.

### **Linguagem algébrica**

O emprego de letras como indicação de situações genéricas emergiu da busca de expressões sintéticas para expressar ideias como: objetos associados a números genéricos ou a termos compostos com esses para expressar resultados de operações (polinômios); propriedades operatórias, regularidades de padrões em sequências numéricas ou não, cálculos de áreas e volumes de figuras geométricas; comportamento da dependência funcional entre grandezas, modelos algébricos para figuras da Geometria Analítica, etc. Essa linguagem também é uma ferramenta poderosa na resolução de problemas nas demais áreas do conhecimento e nas práticas sociais. O domínio com compreensão da linguagem algébrica (3), por parte dos estudantes, dependerá de vivências gradativas com seu uso para expressar ideias em contextos diversos e significativos para eles. É claro que esse procedimento pressupõe uma fluência dos estudantes no trânsito entre as representações algébricas e gráficas das funções, além da representação fundamental em língua natural (3,7).

A grande contribuição da Geometria Analítica, ao estabelecer articulações entre Álgebra, Geometria e Funções, é ampliar os significados de noções destes três campos do conhecimento matemático, relacionando-os (7, 6). Seguramente, a apropriação pelos estudantes dessa importante contribuição é favorecida muito mais por um trabalho investigativo, envolvendo tais articulações (11), do que pelo fornecimento de um rol completo de tipos de equações ou de nomenclaturas, como é feito usualmente no Ensino Médio.

### **Funções**

O conhecimento das funções é importante para a leitura crítica de gráficos que aparecem na mídia, pois possibilitam a interpretação das informações apresentadas, independentemente de eventuais efeitos visuais. O uso dos gráficos de funções permite estabelecer uma parceria interessante com a Arte, produzindo alguns tipos de gravuras,

desenhos animados, por meio deles **(3, 6, 9, 12)**. A apropriação adequada do conceito de função é importante para que os estudantes possam problematizar e atribuir significados às modelizações matemáticas presentes nas ciências, na tecnologia, na cultura, no trabalho e nas práticas sociais **(7, 6)**. O conhecimento sobre funções é fundamental para uma inserção crítica no mundo do trabalho e das práticas sociais **(9, 14)**.

### **Incerteza e variabilidade**

No contexto da Educação Básica, é fundamental que o estudante perceba que a variabilidade é inerente à natureza. Por exemplo, duas pessoas com a mesma doença podem responder de forma diferente a um mesmo esquema terapêutico. Por outro lado indivíduos similares podem ter respostas diferentes a estímulos diferentes. Assim, interpretar a forma como os fenômenos variam, ou seja, compreender a natureza da sua variabilidade, é fundamental na busca de soluções para um problema, abrindo possibilidades de intervenção em situações determinadas ou até mesmo de proposições de inovações **(7, 10, 13)**. É necessário identificar e compreender as diferenças entre o determinístico e o não determinístico, entre esses o aleatório, para que se possam realizar análises e tomadas de decisões **(9)**.

Assim, em todas as etapas da educação básica é importante a abordagem dos conhecimentos relativos à variabilidade diante de situações nas quais a incerteza está presente **(11, 13, 14)**.

### **Coleta, organização, tratamento e interpretação de informações**

Todos os dias, as pessoas trocam informações por meio de diferentes mídias. Tais informações versam sobre amplos temas. A interpretação dessas informações favorecem leituras de mundo e podem contribuir na elaboração de estratégias de participação e intervenção dos indivíduos na sociedade **(12)**. O pensamento estatístico oferece ferramentas que auxiliam na identificação de incompletudes, intencionalidades e contextos nos quais as informações são produzidas, organizadas e apresentadas. Neste sentido, ele é fundamental para a reflexão crítica, a apropriação de estratégias, conceitos e procedimentos, bem como para o estabelecimento das relações entre o trabalho, a ciência, a tecnologia e a cultura **(7, 6)**.

Um cidadão que saiba interpretar corretamente as informações saberá distinguir a legitimidade de resultados apresentados nos meios de comunicação, entenderá os riscos

inerentes a certas situações e se sentirá confortável para tomar decisões, com autonomia e responsabilidade (7, 10, 9).

## Referências

**BRASIL. Ministério da Educação.** *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) Anos. Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010.*

**BRASIL. Ministério da Educação.** *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Resolução nº 2, de 30 de janeiro 2012 (a).*

**BRASIL. Ministério da Educação.** Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *A política curricular da educação básica: as novas diretrizes curriculares e os direitos de aprendizagem e desenvolvimento. Texto desencadeador do debate nacional, julho de 2012 (b).*

**BRASIL. Ministério da Educação.** Guia de livros didáticos: PNLD 2008: Matemática/Brasília: 2007.

**BRASIL Ministério da Educação.** COGEAM/FNDE. Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática/Brasília:2011.

UNESCO. Currículo integrado para o ensino médio: das normas à prática transformadora. Organizado por Marilza Regattieri e Jane Margareth Castro. Brasília: 2013. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002226/222630POR.pdf> Acesso em 12/9/2014.