

1. RESUMO DO PROJETO

A teoria extremal dos grafos é uma área da Combinatória que busca investigar o comportamento de grafos sob certas restrições. Suas aplicações em teoria da computação são vastas, haja visto que um livro inteiro já foi publicado sobre isto [2]. Duas técnicas que têm sido muito bem-sucedidas no estudo de problemas extremais são a teoria de grafos aleatórios e o lema da regularidade de Szemerédi (vide [1] e [3]).

Dado um grafo H , um problema tradicional nessa área consiste em encontrar cotas inferiores para o número de Ramsey $R(H)$, que é definido como o menor número n para o qual existe um grafo G de n vértices tal que qualquer 2-coloração das arestas de G induz uma cópia monocromática do grafo H . Uma variante desse problema consiste em forçar que a cópia induzida de H em G seja *isométrica*, o que significa que a distância entre os vértices de H é preservada em G . Nesse caso, falamos do número de Ramsey *isométrico* de H , que aqui denotaremos por $RI(H)$.

Usando as noções de grafos aleatórios e o lema da regularidade de Szemerédi, é possível obter cotas superiores para $RI(H)$. No entanto, os números obtidos através dessas técnicas são muito grandes. Suspeitamos que seja possível obter números melhores aplicando-se o lema da regularidade fraca de Frieze-Kannan, o que tentaremos conseguir nesse trabalho.

Para alcançar esse objetivo, estudaremos as versões de Szemerédi e Frieze-Kannan do lema da regularidade e tópicos na teoria de grafos aleatórios que são necessários para atacar o problema, além de outras aplicações dessas técnicas.

Inicialmente, planejamos a leitura do capítulo 9 de [1] e dos artigos [4] e [3] para uma compreensão mais aprofundada de todas as técnicas mencionadas acima. Em seguida, nos dedicaremos a tentar melhorar o número $RI(H)$ com a regularidade de Frieze-Kannan. Ao final, escreveremos uma apresentação das técnicas estudadas, das suas aplicações em Combinatória e dos resultados obtidos pela nossa pesquisa.

REFERÊNCIAS

1. Svante Janson, Tomasz Łuczak, and Andrzej Ruciński, *Random graphs*, Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, Wiley-Interscience, New York, 2000. MR 1782847
2. Stasys Jukna, *Extremal combinatorics*, second ed., Texts in Theoretical Computer Science. An EATCS Series, Springer, Heidelberg, 2011, With applications in computer science. MR 2865719
3. J. Komlós and M. Simonovits, *Szemerédi's regularity lemma and its applications in graph theory*, Combinatorics, Paul Erdős is eighty, Vol. 2 (Keszthely, 1993), Bolyai Soc. Math. Stud., vol. 2, János Bolyai Math. Soc., Budapest, 1996, pp. 295–352. MR 1395865
4. Vojtěch Rödl and Mathias Schacht, *Regularity lemmas for graphs*, Fete of combinatorics and computer science, Bolyai Soc. Math. Stud., vol. 20, János Bolyai Math. Soc., Budapest, 2010, pp. 287–325. MR 2798368

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, RUA DO MATÃO 1010, 05508–090 SÃO PAULO, SP

Endereços eletrônicos: bruno.cavalar@usp.br, yoshi@ime.usp.br