

## Compactificados equivariantes

VLADIMIR PESTOV

*University of Ottawa, ON, Canada e UFSC, Florianópolis, SC, Brasil*

Lembramos que um *compactificado* de um espaço topológico  $X$  e um espaço compacto  $K$  junto com uma função contínua  $i$  de  $X$  em  $K$  cuja imagem é densa. Os compactificados jogam um papel importante na topologia e na análise funcional, entre outros. Em particular, é bem conhecido o compactificado universal, ou de Stone-Ćech,  $\beta X$ . Neste caso,  $i$  é uma imerção homeomorfa.

Quando na definição acima os espaços  $X$  e  $K$  admitirem umas ações contínuas de um grupo topológico  $G$  (isso é, são uns  $G$ -espaços), e a função  $i$  comutar com as ações ( $i$  é equivariante), obtemos a noção de um *compactificado equivariante* na teoria de grupos de transformações. Aqui a pergunta importante é quando  $i$  for uma imerção homeomorfa. Este é o caso se  $G$  for um grupo de Lie compacto <sup>(1)</sup> ou, mais geralmente, um grupo topológico localmente compacto <sup>(2)</sup>. Pelos grupos poloneses mais gerais, a resposta é negativa <sup>(3)</sup>.

Respondendo à pergunta feita por Yu.M. Smirnov nos meados dos anos 1980, vamos construir um  $G$ -espaço  $X$  cujo único compactificado equivariante e trivial (conjunto unitário) <sup>(4)</sup>.

Vamos desenhar a panorama desta pequena teoria, explicar as idéias sem ser demasiado técnico, e discutir as perguntas abertas.

---

<sup>1</sup>R.S. Palais, *The classification of  $G$ -spaces*, Mem. Amer. Math. Soc. **36** (1960), iv+72 pp.

<sup>2</sup>J. de Vries, *Equivariant embeddings of  $G$ -spaces*, in: J. Novak (ed.), *General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra IV*, Part B, Prague, 1977, 485–493.

<sup>3</sup>M.G. Megrelishvili, *A Tikhonov  $G$ -space that does not have compact  $G$ -extension and  $G$ -linearization*, Russian Math. Surveys **43** (1988), 177–178.

<sup>4</sup>V.G. Pestov, *A topological transformation group without non-trivial equivariant compactifications*, Advances in Math. **311** (2017), 1–17.