

MAT-359: Lógica - 2ª Lista de Exercícios

Ricardo Bianconi

Entregar até dia 23/09/2009 na aula.

O objetivo desta lista de exercícios é o treino em algumas deduções formais do Cálculo Proposicional.

Exercício. (Cada item vale 1,0 ponto): Ache dedução das seguintes fórmulas, usando o Teorema da Dedução, se achar necessário. Somente as seguintes tautologias (além, é claro, dos axiomas) poderão ser assumidas, sem necessidade de dedução: $((A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)))$, $((\neg\neg A) \rightarrow A)$, $(A \rightarrow (\neg\neg A))$, $((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (\neg B)) \rightarrow (\neg A)))$, $((A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg B) \rightarrow (\neg A)))$, $((\neg B) \rightarrow (\neg A)) \rightarrow (A \rightarrow B)$.

1. $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$
2. $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$
3. $(A \rightarrow B) \vdash (A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$
4. $(A \rightarrow B) \vdash (A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$
5. $((\neg A) \vee B) \vdash (A \rightarrow B)$ (dica: use uma forma conveniente do axioma 9)
6. $\neg(A \vee B) \vdash ((\neg A) \wedge (\neg B))$ (use o axioma 10 e a propriedade da contrapositiva da implicação)
7. $((\neg A) \vee (\neg B)) \vdash \neg(A \wedge B)$ (use formas convenientes dos axiomas 4, 5 e 9, além da propriedade contrapositiva da implicação)
8. $(B \wedge (\neg C)) \vdash \neg(B \rightarrow C)$
9. $\neg(B \rightarrow C) \vdash (B \wedge (\neg C))$
10. $\neg(A \wedge (\neg A))$