2a. Lista de Exercícios de MAT 121 - Cálculo II
Bacharelado de Física- 2o. semestre de 2010 - Noturno - Turma 24
Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

I. Ainda integrais definidas e suas aplicações

1. Um sólido S tem como base a regiao $\mathcal{R}$ descrita abaixo. As seções perpendiculares ao eixo x são quadrados. Determine o volume de S.

$$\mathcal{R} = \{(x,y) \in I\!R^2 : \quad x \geq 0 \quad \text{e} \quad 2x \leq y \leq \sqrt{5-x^2}\,\}.$$

2. Determine a função $G(t) = \displaystyle\int_{-1}^{t} f(x)\ dx$, onde $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$. A função G é derivável em $t = 1$?

3. Seja a função $f(t) = \begin{cases} t^3 & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ \dfrac{1}{t^2} & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$ e considere a função $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\ dt$.

a. Determine a função F. **b.** Determine a função F'.

II. Integrais impróprias

1. Calcule as integrais impróprias indicadas abaixo:

1. $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-3x}\ dx$ **2.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} u\,e^{-u}\ du$ **3.** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{ln\,t}{t}\ dt$ **4.** $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} t^2\,e^{-t^3}\ dt$

5. $\displaystyle\int_1^{9} \frac{1}{\sqrt[3]{x-9}}\ dx$ **6.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\ dx$ **7.** $\displaystyle\int_0^{1} ln\,t\ dt$ **8.** $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

9. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$ **10.** $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{x\,\sqrt[3]{x}}\ dx$ **11.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{e^u}}\ du$ **12.** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ dx$

13. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \text{tg}^2\ x\ \sec^2\ x\ dx$ **14.** $\displaystyle\int_0^{1} \frac{e^{1/t}}{t^2}\ dt$ **15.** $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1+u}{\sqrt[3]{u}}\ du$ **16.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\,(1+x)}\ dx$

17. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^2}{\sqrt[3]{x-1}}\ dx$ **18.** $\displaystyle\int_1^{2} \frac{1}{x\,(ln\,x)^2}\ dx$ **19.** $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{|\,x|}\ dx$

3. Calcule a integral $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}\ dx$, nos casos:
a. $p > 1$ **b.** $p = 1$ **c.** $0 < p < 1$. Através dos ítens a, b e c conclua, a depender de $p > 0$, sobre a convergência e divergência da integral dada.

4. Calcule a integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^p}\ dx$, nos casos: **a.** $p > 1$ **b.** $p = 1$ **c.** $0 < p < 1$. Com base nos ítens a, b e c , conclua em que casos a integral dada converge ou diverge.

5. Seja a região $\mathcal{R} = \{(x, y) \in I\!R^2 :\ x \geq -2 \quad \text{e} \quad 0 \leq\ y \leq e^{-x/2}\}$. Calcule a área de $\mathcal{R}$ e o volume do sólido obtido pela sua rotação em torno do eixo $\mathcal{O}x$.

III. Integrais Definidas X Integrais impróprias

1. Verifique quais das integrais abaixo são definidas, quais são impróprias. Justifique.

1. $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{sen} t}{1+t^2}\ dt$ **2.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{2x-1}\ dx$ **3.** $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{2x-1}\ dx$ **4.** $\displaystyle\int_1^2 ln(2u-1)\ du$

5. $\displaystyle\int_0^2 \frac{x}{x^2-1}\ dx$ **6.** $\displaystyle\int_1^2 \frac{ln\, x}{1+x^2}\ dx$ **7.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{ln\, x}{1+x^2}\ dx$

Observação: Tenha o cuidado de verificar, quando o intervalo de integração é do tipo $[a, b]$, se se trata de integral definida ou imprópria.

2. Calcule as integrais abaixo:

1. $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{ln\, x}{x^5}\ dx$ **2.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$ **3.** $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{ln\, x}{x^3}\ dx$ **4.** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2}\ dx$

5. $\displaystyle\int_0^1 \frac{t^2-1}{1+t^2}\ dt$ **6.** $\displaystyle\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1+x^2}\ dx$ **7.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{2x}{1+x^4}\ dx$

3. Estude as integrais abaixo, segundo sua convergência/divergência.

1. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{4t^2+4t+5}\ dt$ **2.** $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{x^2-1}{x^4+7}\ dx$ **3.** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{u^5+7u^2}}\ du$ **4.** $\displaystyle\int_3^{+\infty} \frac{3x^2+3}{x^3+5}\ dx$

5. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\cos\, x}{x^2}\ dx$ **6.** $\displaystyle\int_{10}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}\, x}{4+x^2}\ dx$ **7.** $\displaystyle\int_3^{+\infty} \frac{x^6-2x+4}{x^7+x^3-3}\ dx$ **8.** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2+1}\ dx$

9. $\displaystyle\int_1^{+\infty} e^{-x}\ \cos(x+\sqrt{x})\ dx$ **10.** $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{x^2\ \operatorname{sen}\, x}{\sqrt{x^8-x}}\ dx$