

2ª Prova de MAT111 - Cálculo I
Turma 22 - Bacharelado de Física Noturno - 30/05/2006
1º semestre de 2006

1ª Questão: (2,5) Calcule, caso existam, os limites indicados abaixo, **justificando** sua resolução.

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 6x} - 2x}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \sin(x^2 + 1) - \sqrt{x^6 - 3x} \right)$

2ª Questão: (2,5)

2.1- Mostre, pela definição, que a função $g(x) = \sqrt[3]{x+1}$ é derivável em $x = 0$.

2.2 - Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin 3x & \text{se } x < 0 \\ 2x + 4x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$.

Verifique em que pontos do domínio de f ela é diferenciável e determine $f'(x)$. **Justifique.**

3ª Questão: (3,0) Dadas as funções abaixo, calcule $\frac{dy}{dx}$, **simplificando**, quando possível, o resultado.

a) $y = x^2 \sqrt[3]{x} + \ln(2x + 1)$

b) $y = x^3 e^{\frac{3}{x^2}} - \frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{e^\pi}$

c) $y = \operatorname{tg}(e^x - 2e^{-x})$.

4ª Questão: (2,0) Considere a função $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

a) Seja $p \in \mathbb{R}$, $p \neq -1$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(p, f(p))$.

b) Ache a equação de todas as retas tangentes ao gráfico de f e que passam pelo ponto $(-7, 0)$. Indique claramente os pontos de tangência.