1^a Prova de MAT111 - Cálculo I
Turma 22 - Bacharelado em Física - 24/04/2006
1^o semestre de 2006

1^a Questão: (3.5) Calcule, caso existam, os limites indicados abaixo. **Justifique.**

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{5x-7}-\sqrt{5-x}}{x^2-4}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left((3x-1)^3\operatorname{sen}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left((x-1)^2\cos\left(\frac{1}{x^2-1}\right)\right)$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to 1/2}\frac{\operatorname{sen}(1-\sqrt{2x}\,)}{2x-1}$

2^a Questão: (2,5) Seja f definida no intervalo $I=]1,3[$, centrado em $x_0=2$, e satisfazendo as desigualdades

$$3(x-2)^2\operatorname{sen}^4\left(\frac{\pi}{x}\right)\leq f(x)-f(2)\leq\frac{3x^3-12x^2+12x}{x}$$

(a) Pergunta-se: f é contínua em $x=2$? **Justifique**.

(b) Existe o $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{(x-2)^2}$? Caso exista, qual o seu valor? **Justifique.**

3^a Questão: (2.0) Seja f uma função definida em um intervalo $I=]a,b[$ e $x_o\in I$.
Suponha que $\exists\displaystyle\lim_{x\to x_o}\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o}=\pi$.

(a) Mostre que o $\displaystyle\lim_{x\to x_o}(f(x)-f(x_o))$ existe e vale 0.

(b) f é contínua em x_o? **Justifique**.

4^a Questão: (2,0) Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, **justificando sua resposta.**

(a) Existem funções f tais que: $x_o\in D_f$, $\displaystyle\lim_{x\to x_o}f(x)=l\in I\!\!R$ e $l\neq f(x_o)$

(b) Se f é uma função contínua em x_o e g é uma função que não tem limite no ponto x_o, então a função $h(x)=f(x)g(x)$ não tem limite em x_o.

(c) A função $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & \text{se}\quad x\geq 3\\ 7-2x & \text{se}\quad x<3\end{cases}$ é contínua em $I\!\!R$.