

Lista 4 de MAT 103

Administração Noturno - FEA-USP - 1o. sem. 2011 - Turmas 21 e 22

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

I. Construindo mais gráficos

1. Esboce o gráfico das funções indicadas abaixo, utilizando para tanto o roteiro exibido na 3a. lista.

a. $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$ b. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ c. $f(x) = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$

II. Sobre primitivação

0.1. Definição: Dada uma função $y = f(x)$, definida em um intervalo I , chama-se *uma primitiva ou antiderivada de f* a uma função F , definida em I , tal que $F'(x) = f(x)$, para todo $x \in I$.

0.2. Um exemplo: Dada $f(x) = x^2$, uma primitiva de f é a função $F(x) = \frac{x^3}{3}$, pois sua derivada é a f .

Além disso, temos que a família de todas as funções primitivas de $f(x) = x^2$, é a família da forma $\frac{x^3}{3} + c$, para $c \in \mathbb{R}$. Tal família é denominada integral indefinida de $f(x) = x^2$ e denotada por $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$.

0.3. Propriedades Sejam f e g funções que admitem primitivas e $\alpha \in \mathbb{R}$, então

i. $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$; ii. $\int \alpha f(x) dx = \alpha \int f(x) dx$.

1. Calcule as integrais indefinidas (ou primitivas) indicadas abaixo:

a. $\int (x^3 + 1) dx$ b. $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2} dx$ c. $\int \frac{2x - \sqrt[3]{x}}{3x} dx$ d. $\int \left(\frac{x}{4} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$
e. $\int e^{2x} dx$ f. $\int e^{-x} dx$ g. $\int \left(x \sqrt[3]{x} + \frac{e^x}{3} \right) dx$

Observação: Para os itens e, f acima, tente achar uma primitiva usando a definição.

III . Áreas - Uma aplicação das Integrais Definidas

1. Calcule a área da região plana (desenhe a região cuja área é pedida.)

a. compreendida entre o eixo x , a curva $y = x^2 - x$ e as retas $x = 1$ e $x = 2$.

b. compreendida entre o eixo x e a curva $y = x^2 - x$.

c. delimitada pelo eixo x , pelas retas $x = 0$ e $x = 2$ e a curva $y = x^2 - x$.

2. Esboce as curvas indicadas abaixo e calcule a área da região do plano delimitada por elas:

a. $y = x^2$ e $y = 2x$.

b. $y = x^2 - x - 2$ e $y = x$, com $x \geq 0$.

c. $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$.