Lista 2 de MAT 103
Administração Noturno - FEA-USP - 1o. sem. 2011 - Turmas 21 e 22

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

I. Ainda sobre a lista 1 + recordação de funções compostas

1. Construindo mais gráficos: Esboce o gráfico das funções indicadas abaixo. Não se esqueça de determinar o domínio de cada uma e **justificar** sua construção

a. $f(x) = \dfrac{-1}{x}$ **b.** $f(x) = \dfrac{-1}{x} + 1$ **c.** $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$ **d.** $f(x) = \left|\dfrac{1}{x}\right|$

2. Dadas as funções f e g abaixo, escreva as funções compostas $g \circ f$ e $f \circ g$, indicando em cada caso o seu domínio.

a. $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 - 1$ **b.** $f(x) = x^5$ e $g(x) = x^3 - 3x + 1$

c. $f(x) = x^{-1}$ e $g(x) = x^2 + x$ **d.** $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x^{1/3}$

3. Dadas as funções compostas, exiba suas funções componentes, ou seja as funções que através da composição resultam na função dadas e a ordem da composição.

a. $h(x) = \sqrt{x^2+1}$ **b.** $h(x) = \dfrac{1}{(x^2-x)^3}$ **c.** $h(x) = (\sqrt{2x} - 1)^4$ **d.** $h(x) = e^{-3x}$

II. Sobre Limite e Continuidade

1. Calcular os seguintes limites, caso existam, **justificando seu cálculo**:

a. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{35}{x+2}$ **b.** $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{4x-8}{x-2}$ **c.** $\displaystyle\lim_{x\to 1,1} \frac{x-1}{|x-1|}$ **d.** $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x-1}{|x-1|}$

e. $\displaystyle\lim_{t\to 1} \frac{t-1}{|t-1|}$ **f.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^3-3x^2+x}{x^2-2x}$ **g.** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-2x^2+x}$ **h.** $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x}-3}$

i. $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ **j.** $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{x^2+6x+9}{x^3+x^2-5x+3}$ **k.** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}-2}$

l. $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{x^2+16}-5}{x^2+3x}$ **m.** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{x^2-1}{x-1}}$ **n.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^4+x^2}}{x}$ **o.** $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{x^2-x}$

p. $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$ **q.** $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$ **r.** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$

s. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^5+2x^4-x^3-2}{4x^2-2x^5-3}$ **t.** $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{-x^4+x^3+1}{x^3-x^2+10}$ **u.** $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-2x^2+5}{x^4-3x^3-1}$

v. $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{4}}{x+4}$ **w.** $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-x}}{x^3+1}$ **x.** $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{9x^6-x}}{x^3+1}$ **y.** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{2x-1}+1}{x}$

2. Verifique se f é contínua no ponto p indicado, nos casos:

a. $f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{se } x>2 \\ x^2+x-6 & \text{se } x<2 \\ 2 & \text{se } x=2 \end{cases}$ e $p=2$ **b.** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^4+x^2}}{x} & \text{se } x\neq 0 \\ 0 & \text{se } x=0 \end{cases}$ e $p=0$

c. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2} & \text{se } x\neq -2 \\ 2 & \text{se } x=-2 \end{cases}$ e $p=-2$ **d.** $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{se } x\leq 0 \\ 2-x & \text{se } 0<x<2 \\ (x-2)^2 & \text{se } x\geq 2 \end{cases}$ e $p=2$

3. As funções do exercício 2 são contínuas? *Justifique.*

4. Para que valor(es) da constante c a função $f(x) = \begin{cases} cx-1 & \text{se } x\leq 3 \\ cx^2+1 & \text{se } x>3 \end{cases}$ é contínua em $p=3$? *Justifique.*

5. Sejam $f(x)=\sqrt[3]{x}$ e $p \in \mathbb{R}$ qualquer.

a. Calcule $\lim\limits_{x\to p} f(x)$

b. Suponha $p=0$. O limite $\lim\limits_{x\to p} \dfrac{f(x)-f(p)}{x-p}$ existe e é finito?

c. Suponha $p\neq 0$ calcule $\lim\limits_{x\to p} \dfrac{f(x)-f(p)}{x-p}$.

6. Um exercício "pensante": Decidir quais das afirmações são verdadeiras. Justificar.
Observação: as que forem falsas exibir um exemplo particular onde a afirmação "não funciona - ou seja, exibir um contra-exemplo.

a. Sejam f e g são funções cujos $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=\ell_1 \in \mathbb{R}$ e $\lim\limits_{x\to x_o}(f(x)+g(x))=\ell$. Então existe o $\lim\limits_{x\to x_o} g(x)$ e vale $\ell-\ell_1$.

b. Sejam f e g duas funções e p um ponto no domínio de ambas. Se f e g não são continuas em p, então a função $f+g$ também não é contínua em p.

c. Se f é tal que $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=0$ e g uma função definida numa vizinhança de x_o. Então $\lim\limits_{x\to x_o}(f(x)g(x))=0$.

d. Se f é tal que a função $|f|$ é continua em $p \in Dom\, f$, então f é também contínua em p.

III. Sobre Exponencial, Logarítmo e Derivadas

1. Esboce o gráfico de: (nao se esqueça de determinar o domínio!!!!!)

a. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ **b.** $f(x) = e^{x-1}$ **c.** $y = ln(x-1)$

d. $y = log\,(-x)$ **e.** $y = |\,ln(x-1)|$

2. Mostre que a função $f(x) = \sqrt[3]{2x-1}$ é diferenciável em $p = 0$.

3. Determine a função f' para as funções f dadas abaixo:

a. $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ **b.** $f(x) = \dfrac{x^4+x^2+1}{x^3+2}$ **c.** $f(x) = 5x + \dfrac{3}{x^2}$

d. $f(x) = 3x^2(2x+\sqrt{x})$ **e.** $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \dfrac{3}{x^4} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$ **f.** $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

g. $f(t) = t\sqrt{t^2+1}$ **h.** $f(x) = \sqrt[3]{x^2+3}$ **i.** $f(x) = x^2 ln\, x$

j. $f(x) = x^2\, e^x$ **k.** $f(x) = ln(x^4+1)$ **l.** $f(x) = x^2\, e^{-x^2}$

4. Encontre todos os pontos (x_o, y_o) da curva $y = x^3 - x$ tais que a reta tangente à essa curva no ponto (x_o, y_o):
a. seja horizontal.
b. seja perpendicular à reta $x + 2y = 3$.
c. passe pelo ponto $(0, 16)$.

5. Encontre todas as retas tangentes à curva $y = 4x^4 - 8x^2 + 16x + 7$ que são paralelas à reta $16x - y + 5 = 0$.

6. Aplicação: Suponhamos que o custo total de uma companhia para produzir x unidades de um produto é dado por $C_t(x) = 2000 + 3x + 0,01x^2 + 0,0002x^3$.
a. Encontre a função custo marginal.
b. Determine o valor do custo marginal ao nível de produção $x = 100$.
c. Explique o significado do valor encontrado em b). Compare este valor com o custo para produzir a unidade 101. (*detalhe:* produzir a unidade 101 é distinto de produzir 101 unidades.)