MAP2110 Modelagem e Matemática

Prova Substitutiva

1º semestre de 2010 – Prof. Claudio H. Asano

1. Aproxime os dados da tabela

x	1	2	3	4
$f(x)$	-3	-3	-2	-1

por uma função do tipo $ax + b$ usando o Método dos Mínimos Quadrados.

Resp: Sistema normal: $M = \begin{bmatrix} 30.0 & 10.0 \\ 10.0 & 4.00 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} -19.0 \\ -9.00 \end{bmatrix}$, solução: $\begin{bmatrix} 0.700 \\ -4.00 \end{bmatrix}$,
 $f(x) \sim 0.700x - 4.00$

2. Dê uma equação paramétrica da reta que passa pelo ponto $P_0 = (2, 3, -2)$, paralela ao plano $\pi : 2x + 5y - 3z - 8 = 0$ e ortogonal à reta que passa por $A = (-4, -6, 4)$ e $B = (-6, -1, 7)$.

Resp: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 \\ z = -2 - 2t \end{cases}$

3. Encontre uma equação para o plano que consiste de todos os pontos equidistantes de $(5, -1, 5)$ e $(-1, -9, 17)$.

Resp: $-3x - 4y + 6z - 80 = 0$

4. Dada a matriz simétrica $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, faça sua diagonalização ortogonal, isto

é, determine uma matriz ortogonal P e uma matriz diagonal D tais que $A = PDP^T$. Justifique sua resposta.

Resp: O polinômio característico é $p(\lambda) = \lambda^3 - 9\lambda^2 + 18\lambda$ com raízes 0, 3 e 6. Os autovetores (ortogonais) são, respectivamente, $v_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ e $v_6 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$. Após normalização dos autovetores, a fatoração é $A = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

5. Demonstre que se A e B forem duas matrizes quadradas então $\det(AB) = \det(A) \det(B)$.