MAP2110 Modelagem e Matemática
Prova 1
1º semestre de 2010 – Prof. Claudio H. Asano

1. Encontre a área do triângulo PQR com $P = (-4,-3,-2)$, $Q = (1,-1,-5)$ e $R = (-6,-4,3)$.

   Resp: $\overrightarrow{PQ} = 5\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{PR} = -2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 5\vec{k}$, $\overrightarrow{PQ} \wedge \overrightarrow{PR} = 7\vec{\imath} - 19\vec{\jmath} - \vec{k}$ e Área= $\frac{\sqrt{411}}{2} = 10.14$

2. Mostre que os vetores $\vec{u} = -3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} - 6\vec{k}$, $\vec{v} = 4\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ e $\vec{w} = -4\vec{\imath} + 6\vec{\jmath} - 4\vec{k}$ formam uma base para o espaço dos vetores tridimensionais. Encontre as coordenadas de $\vec{m} = 10\vec{\imath} + 53\vec{\jmath} + 26\vec{k}$ nesta base.

   Resp: $(-6,1,3)_B$

3. Dados os vetores $\vec{u} = -8\vec{\imath} + a\vec{\jmath}$ e $\vec{v} = -9\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$, determine o conjunto dos valores de a para que

   (a) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam paralelos.

   Resp: $\{\frac{16}{3}\}$

   (b) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam ortogonais.

   Resp: $\{-12\}$

   (c) o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja $\pi/4$.

   Resp: $\{40, -\frac{8}{5}\}$

4. Fatore a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ como produto de matrizes elementares, caso seja possível. Justifique sua resposta.

   Resp: Após operações elementares nas linhas temos $E_N \cdots E_1 A = I$ e portanto $A = (E_1)^{-1} \cdots (E_N)^{-1}$.

5. Aproxime a tabela abaixo

x	1	2	3
$f(x)$	0	1	1

   por uma função do tipo $y(x) = ax^3 + bx$ de modo que o erro quadrático

$$EQ = \big(f(1) - y(1)\big)^2 + \big(f(2) - y(2)\big)^2 + \big(f(3) - y(3)\big)^2$$

   seja mínimo.

   Resp: A aproximação é $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \sim a \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 27 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$. O sistema normal é $\begin{bmatrix} 794 & 98 \\ 98 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 5 \end{bmatrix}$ com solução $a = 0$ e $b = 5/14$