

# MAP2110 Matemática e Modelagem

## Folha de Estudos 5

1º semestre de 2010 – Prof. Claudio H. Asano

1. Determine a transformação linear definida por  $T(1, -2) = -2$  e  $T(1, -3) = -1$ .
2. Determine a transformação linear definida por  $T(1, -1) = (1, 3)$  e  $T(-2, 3) = (2, 3)$ . Esboce a ação de  $T$  em  $\mathbb{R}^2$ .
3. Encontre a transformação linear em  $\mathbb{R}^2$  definida pela reflexão em torno da reta  $ax + by = 0$ , com  $ab \neq 0$ .
4. Encontre a transformação linear em  $\mathbb{R}^2$  definida pela projeção ortogonal sobre a reta  $ax + by = 0$ , com  $ab \neq 0$ .
5. Seja  $E$  uma matriz  $2 \times 2$  elementar qualquer. Descreva as possíveis ações de  $E$  sobre  $\mathbb{R}^2$ .
6. Dadas as matrizes  $A$  abaixo, encontre seus autovalores com respectivos autovetores.

(a)  $A = \begin{bmatrix} -9 & -24 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$

(c)  $A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(b)  $A = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

(d)  $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

7. Para cada matriz abaixo, encontre uma matriz ortogonal  $P$  para a qual  $P^{-1}AP$  seja diagonal.

(a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

(b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

(c)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

8. Diagonalize as formas quadráticas abaixo, indicando as mudanças de coordenadas correspondentes.

(a)  $Q(x, y) = x^2 + 4xy - 2y^2$

(b)  $Q(x, y) = 5x^2 + 8xy - y^2$

9. Encontre o vértice, o foco e a diretriz das parábolas abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $(y - 3)^2 = -4(x - 3)$

(b)  $(x - 1)^2 = 12(y - 2)$

10. Encontre o vértice, o foco e a diretriz das parábolas abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $-y^2 + 8x + 4y + 12 = 0$

(b)  $x^2 + 2x + 12y - 23 = 0$

11. Escreva as equações das parábolas com

- (a) vértice  $(-3, 3)$  e foco  $(-6, 3)$ . (b) foco  $(-3, 0)$  e diretriz  $y = -2$ .

12. Encontre os focos e os vértices das elipses abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$  (b)  $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$

13. Encontre os focos e os vértices das elipses abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $x^2 + 4y^2 + 6x + 24y + 41 = 0$  (b)  $9x^2 + y^2 - 36x + 2y + 28 = 0$

14. Escreva as equações das elipses com

(a) vértices  $(1, -2)$  e  $(1, 4)$  e focos  $(1, 1 \pm 2\sqrt{2})$ . (b) vértices  $(3, -4)$  e  $(3, 0)$  e focos  $(3, -2 \pm \sqrt{3})$ .

15. Encontre os focos, os vértices e as assíntotas das hipérbolas abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $-\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$  (b)  $\frac{(x+1)^2}{9} - (y-1)^2 = 1$

16. Encontre os focos, os vértices e as assíntotas das hipérbolas abaixo e em seguida esboce seus gráficos.

(a)  $4x^2 - y^2 + 24x - 4y + 28 = 0$  (b)  $-9x^2 + 4y^2 - 18x - 16y - 29 = 0$

17. Escreva as equações das hipérbolas com

(a) vértices  $(-2, 3)$  e  $(0, 3)$  e focos  $(-1 \pm \sqrt{5}, 3)$ . (b) vértices  $(-1, 1)$  e  $(-1, 3)$  e focos  $(-1, 2 \pm \sqrt{10})$ .

18. Determine e esboce a cônica dada pela equação

(a)  $-9x^2 + 4y^2 + 36x - 16y - 56 = 0$ . (b)  $4x^2 - y^2 - 16x - 4y + 8 = 0$ .

19. Escreva as equações das cônicas com

(a) vértice  $(3, 1)$  e foco  $(3, 4)$ .  $\sqrt{13}, 2$ .  
(b) vértice  $(3, -2)$  e foco  $(2, -2)$ . (d) vértices  $(0, 1)$  e  $(6, 1)$  e focos  $(3 \pm \sqrt{5}, 1)$ .  
(c) vértices  $(-2, 2)$  e  $(4, 2)$  e focos  $(1 \pm$

20. Determine e esboce a cônica dada pela equação

(a)  $2x^2 - 4xy - y^2 + 8 = 0$  (c)  $11x^2 + 24xy + 4y^2 - 15 = 0$   
(b)  $5x^2 + 4xy + 5y^2 = 9$  (d)  $5x^2 + 4xy + 5y^2 - 18x - 24y + 24 = 0$