

# MAP2110 Matemática e Modelagem

## Folha de Estudos 4

1º semestre de 2010 – Prof. Claudio H. Asano

### 1 Reta e Plano

1.1 Encontre as equações paramétricas e simétricas da reta que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ . Em seguida encontre as intersecções (se existirem) com os planos  $Oxy$ ,  $Oyz$  e  $Oxz$ .

(a)  $A = (2, -1, 0)$  e  $B = (2, -2, -2)$ .

(b)  $A = (2, 3, 0)$  e  $B = (1, 3, 2)$ .

(c)  $A = (-3, 2, 0)$  e  $B = (-2, 2, 0)$ .

(d)  $A = (1, -2, 2)$  e  $B = (-2, -3, -3)$ .

1.2 Encontre uma equação para o plano que passa pelos pontos

(a)  $P = (0, -3, 1)$ ,  $Q = (-3, -2, -3)$  e  $R = (-1, 3, 3)$ .

(b)  $P = (0, -3, 0)$ ,  $Q = (-1, -2, 3)$  e  $R = (2, 3, -2)$ .

(c)  $P = (3, 2, -1)$ ,  $Q = (-2, 1, 1)$  e  $R = (-3, 1, 1)$ .

(d)  $P = (2, 3, 2)$ ,  $Q = (1, -2, 1)$  e  $R = (3, 3, -2)$ .

1.3 Encontre o ponto (se existir) no qual

(a) a reta  $r : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$  intersecta o plano  $3x + 3y - 2z + 3 = 0$ .

(b) a reta  $r : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$  intersecta o plano  $-2x - 2y - 1 = 0$ .

(c) a reta  $r : \begin{cases} x = -1 \\ y = 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$  intersecta o plano  $-3x + 3y + 2z - 1 = 0$ .

(d) a reta  $r : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$  intersecta o plano  $-y - z - 3 = 0$ .

1.4 Determine a intersecção entre

(a) o plano  $-y + 2z = 0$  e o plano  $-3x + y - 2z - 3 = 0$ .

(b) o plano  $-3x + 3y - 2z - 3 = 0$  e o plano  $-3y - 2z + 3 = 0$ .

(c) o plano  $x + 2y - z - 11 = 0$  e o plano  $-3x - 2y + 2z + 18 = 0$ .

(d) o plano  $-2x + y - 3z + 12 = 0$  e o plano  $-3x - 2y + 3z + 3 = 0$ .

1.5 Decida se as retas  $r_1$  e  $r_2$  dadas são reversas. Em seguida, calcule a distância entre elas.

$$(a) r_1 : \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{e } r_2 : \begin{cases} x = -3 + 2s \\ y = s \\ z = -1 - 2s \end{cases}$$

$$(b) r_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad \text{e } r_2 : \begin{cases} x = s \\ y = 1 + s \\ z = 1 - 3s \end{cases}$$

$$(c) r_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{e } r_2 : \begin{cases} x = 2 + 3s \\ y = 3 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$$

$$(d) r_1 : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{e } r_2 : \begin{cases} x = 1 - s \\ y = 2s \\ z = 0 \end{cases}$$

1.6 Determine se cada sentença abaixo é verdadeira ou falsa:

- (a) Duas retas paralelas a uma terceira são paralelas.
- (b) Duas retas perpendiculares a uma terceira são perpendiculares.
- (c) Dois planos paralelos a um terceiro plano são paralelos.
- (d) Dois planos perpendiculares a um terceiro plano são paralelos.
- (e) Duas retas paralelas a um plano são paralelas.
- (f) Duas retas perpendiculares a um plano são paralelas.

1.7 Encontre uma equação paramétrica e uma equação geral para o plano que passa por  $P_0$  e tem vetores diretores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

- (a)  $P_0 = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{u} = (1, -1, 0)$  e  $\vec{v} = (2, 2, 1)$ .
- (b)  $P_0 = (0, -1, 1)$ ,  $\vec{u} = (-2, -1, 3)$  e  $\vec{v} = (1, 1, -3)$ .
- (c)  $P_0 = (2, -3, 1)$ ,  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  e  $\vec{v} = (2, 1, -2)$ .

1.8 Encontre equações paramétricas para os planos.

- (a)  $2x - 3y + z = 2$ .
- (b)  $x - y + 2z + 1 = 0$ .
- (c)  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ .

1.9 Encontre equações paramétricas da reta que passa pelo ponto  $P_0$  e que é perpendicular ao plano  $\pi$ .

(a)  $P_0 = (5, 1, 0)$  e  $\pi : 2x - y + z = 1$ .

(b)  $P_0 = (1, 1, 2)$  e  $\pi : x + 3y - z = 2$ .

(c)  $P_0 = (-1, 2, 1)$  e  $\pi : \begin{cases} x = -1 + 2t + s \\ y = 3 + 3t + 2s \\ z = 2 - t - s \end{cases}$ .

(d)  $P_0 = (2, 2, 1)$  e  $\pi : \begin{cases} x = t + s \\ y = 2 + t + 2s \\ z = 1 - t + 3s \end{cases}$ .

1.10 Encontre uma equação para os planos abaixo.

(a) O plano que passa pelo ponto  $(6, 3, 2)$  e perpendicular ao vetor  $(-2, 1, 5)$ .

(b) O plano que passa pelo ponto  $(4, 0, -3)$  e vetor normal  $\vec{j} + 2\vec{k}$ .

(c) O plano que passa por  $(1, 2, 3)$  e contém a reta  $r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ .

(d) O plano que passa pelo ponto  $(1, -1, 1)$  e contém a reta  $r : x = 2y = 3z$ .

(e) O plano que passa pela reta de intersecção dos planos  $x - z = 1$  e  $y + 2z = 3$  e é perpendicular ao plano  $x + y - 2z = 1$ .

1.11 Encontre uma equação para o plano que consiste de todos os pontos equidistantes de  $(1, 1, 0)$  e  $(0, 1, 1)$ .

1.12 Encontre a distância entre os planos paralelos dados.

(a)  $z = x + 2y + 1$  e  $3x + 6y - 3z = 4$ .

(b)  $3x + 6y - 9z = 4$  e  $x + 2y - 3z = 1$ .

1.13 Encontre uma equação para o plano que passa pelo ponto  $(-4, 1, 3)$  e contém a reta  $\frac{x+1}{5} = \frac{5-y}{5} = \frac{3-z}{3}$ .

1.14 Encontre uma equação para o plano que passa pelo ponto  $(-1, -3, 2)$  e contém a reta  $x+2 = 3-y = \frac{-3-z}{3}$ .

1.15 Encontre uma equação para o plano que passa pela reta de intersecção dos planos  $\pi_1 : y+2z+7 = 0$  e  $\pi_2 : -x+y+3z+10 = 0$  e é perpendicular ao plano  $\pi_3 : z-3 = 0$ .

1.16 Dê uma equação paramétrica da reta que passa pelo ponto  $P_0 = (-1, -2, -1)$ , paralela ao plano  $\pi : -2x - 3y - 3z + 11 = 0$  e ortogonal à reta que passa por  $A = (-2, 3, 1)$  e  $B = (0, 2, 1)$ .

1.17 Decida, com uma justificativa, se o ponto  $P = (3, 2, -3)$  pertence ao plano que passa pelos pontos  $A = (2, 3, -3)$ ,  $B = (-2, 3, 1)$  e  $C = (1, 0, 3)$ .

1.18 Dê uma descrição geométrica para cada uma das famílias de planos.

(a)  $x + y + z = c$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .

(b)  $x + y + cz = 1$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .

(c)  $y \cos \theta + z \operatorname{sen} \theta = 1$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ .