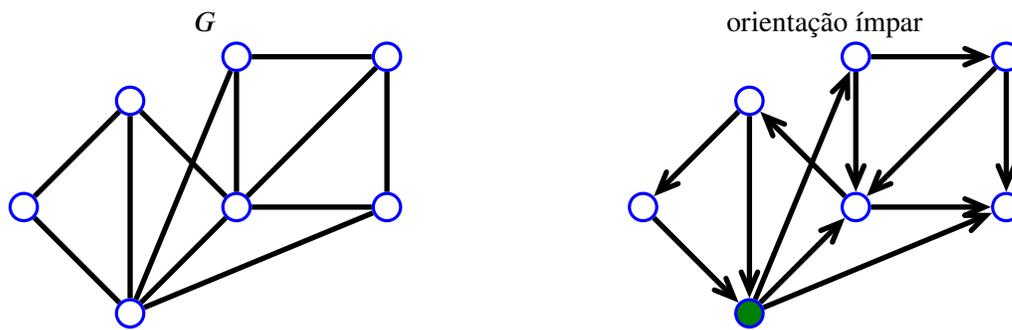


MAC328 - Algoritmos em grafos

Tarefa 2

Entrega: 28/8/2023, no e-disciplinas

Uma *orientação* de um grafo é uma escolha, para cada aresta do grafo, de um dos arcos cujas pontas coincidem com as da aresta. Se v é um vértice, uma orientação é dita *ímpar a menos de v* se todos os vértices diferentes de v têm grau de entrada ímpar. Veja o exemplo:



Questões:

As questões 1 a 3 devem ser entregues num único arquivo pdf produzido a partir do \LaTeX . O nome do arquivo deve ser `tarefa2-nusp.pdf`, onde `nusp` é o seu número USP. No topo da página devem constar seu nome e número USP de forma clara.

1. Mostre que numa orientação ímpar a menos de v ,

$$m \equiv ge(v) + n - 1 \pmod{2},$$

onde $ge(v)$ é o grau de entrada de v no grafo orientado. Conclua que a paridade desse grau de entrada não depende da orientação ímpar.

2. (*opcional, bônus*) Mostre que se o digrafo D é uma orientação ímpar de G a menos de v e C é um ciclo em G , então, revertendo a orientação de todas as arestas de C resulta numa orientação do mesmo tipo.
3. Descreva um algoritmo que, dado um grafo conexo G e um vértice v , produz uma orientação ímpar de G a menos de v . Descreva em alto nível, ou com pseudo-código, e, se adaptar algum algoritmo visto em aula, só diga como. Justifique a correção do algoritmo, e estime a complexidade.
4. Implemente o algoritmo acima no SAGE, e entregue num arquivo separado.
 - (a) O nome do arquivo deve ser `tarefa2-nusp.sage`, onde `nusp` é o seu número USP.
 - (b) Na primeira linha do arquivo deve haver uma linha de comentário, contendo seu nome e número USP
 - (c) O arquivo deve definir uma função `orienta_imp(G, v)` cujos parâmetros são:
 - Um grafo conexo G (tipo `Graph`); assumo que os vértices são $0, 1, \dots, n - 1$,
 - Um vértice v de G .e devolve um `Digraph` com os mesmos vértices que G , que é uma orientação conforme desejado.

Fora isso, não há restrições em como estruturar seu código, nem em usar seja lá o que for que SAGE proporciona. Tente não complicar, e procure colocar no código explicações que facilitem mapear o pseudo-código da questão 3 nele.