

# MAC 328 — Algoritmos em Grafos

Tarefa 1 — 22/3/2012 — entrega 10/4/2012

Antes de mais nada, confira as páginas do Prof. Paulo Feofiloff para o mesmo curso. As várias seções têm nomes praticamente idênticos aos tópicos mencionados no curso.

Para cada seção, faça {

1. Leia, compare as definições, teoremas e algoritmos com o visto em aula, e comente no fórum sobre as diferenças.
2. Faça o máximo possível dos exercícios. Se achar algum especialmente difícil, peça dica no fórum. Se alguém pedir dica no fórum, pode dar.
3. Entregue um ou outro escrito para avaliação pelo monitor. Não vai valer nota, mas é um retorno dizendo se você está escrevendo bem, e se não, como melhorar.

}

Antes de continuar, algumas definições. Seja  $G$  um grafo conexo.

Um vértice é uma *articulação* se sua remoção desconecta  $G$ . Um grafo conexo é *biconexo* se tem pelo menos três vértices e não tem articulação. Um *bloco* de  $G$  é um subgrafo biconexo maximal.

Valem os seguintes fatos (alguns serão vistos/provados em aula):

**Fato 1**  $v$  é ponto de corte se e só se existem vértices  $s$  e  $t$  tais que qualquer caminho de  $s$  a  $t$  passa por  $v$ .

**Fato 2** Dois blocos distintos de um grafo ou são disjuntos ou têm exatamente um vértice em comum, e ele é ponto de corte.

**Fato 3** Toda aresta ou é uma ponte ou está em exatamente um bloco.

**Fato 4** Num grafo biconexo, para qualquer par da forma vértice–vértice, vértice–aresta, aresta–aresta, existe um ciclo contendo os dois membros do par.

Você pode assumir em seguida esses fatos ou tentar prová-los (1, 2 e 3 são mais fáceis).

Estes são exercícios para nota.

1. Mostre que numa busca em profundidade num grafo, para toda aresta  $\{u, v\}$  um dos arcos é de retorno; o outro ou é da árvore ou é descendente. Consequentemente, não há arcos cruzados.
2. Modifique o algoritmo `all_bridges` para obter todas as articulações. Explique porque seu algoritmo funciona. Bônus se devolver em alguma estrutura razoável os blocos.
3. Se  $X$  é um subconjunto de vértices do grafo  $G$ , o grafo  $G \setminus X$  tem como vértices  $VG - X$ , e como arcos todos os arcos de  $G$  que **não** têm uma ponta em  $X$ . Escreva uma função que recebe um grafo dado por listas de adjacência e um subconjunto de vértices  $X$  (dado como você quiser, explique), devolve uma representação de  $G \setminus X$  por listas de adjacência. Como deve ocorrer uma renumeração dos vértices, deve devolver também um mapeamento do nome dos vértices no grafo de saída para o de entrada.