

**Prova I, Álgebra Linear– MAT3211 — Albert Fisher – 27 de outubro de 2020**

Coloque o seu nome, número USP, assinatura em cima da página um. Justifique suas respostas! Boa sorte!

*Nota: Não escreva nesta folha. Favor escreva em uma folha só (não no verso) de papel branco e com caneta ou lápis escuro para deixar o mais legível possível. Depois escanear ou tirar foto e mandar para mim num email.*

(1) Dado a seguinte equação geral de um plano:

$$x + 2y - 2z - 1 = 0$$

(1a) Escreva uma equação paramétrica pelo plano, com parâmetros  $y, z$ . Isto é, ache vetores  $\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{p}$  tal que para  $(x, y, z)$  no plano,  $(x, y, z) = y\mathbf{v} + z\mathbf{w} + \mathbf{p}$ .

(1b) Ache a equação paramétrica de um plano paralelo a isto e que passe pelo ponto  $(6, 1, 1)$ . Ache a equação geral deste plano.

(1c) Ache a distância entre os dois planos.

(2)

(2a) Uma matriz  $M$  agindo nos vetores colunas por

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

geometricamente descreve uma rotação do plano no sentido anti-horário por qual ângulo  $\theta$ ?

(2b) Dado a matriz  $N$

$$N = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Calcule  $K = MN$ . O que esta matriz faz, geometricamente?

(2c) Ache a matriz  $L$  que geometricamente descreve uma reflexão no eixo  $y$ .

(2d) Ache uma matriz  $P$  que descreve a rotação dado por  $M$  seguido pela reflexão. Isto é uma rotação? Porque sim ou não?

(3) Considere a sistema de equações

$$\begin{aligned} w + y + z &= 0 \\ x + -3y + z &= 0 \\ w + x + -2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

(3a) Escreva o espaço  $\mathbf{Sol}_a$  de soluções  $\mathbf{v} = (w, x, y, z)$  numa forma parametrizada. Qual é este espaço geometricamente?

(3b) Escreva o espaço  $\mathbf{Sol}_b$  de soluções aqui numa forma parametrizada.

$$\begin{aligned} w + y + z &= 1 \\ x + -3y + z &= 2 \\ w + x + -2y + 2z &= 3 \end{aligned}$$

(3c) Qual é a relação entre  $\mathbf{Sol}_a$  e  $\mathbf{Sol}_b$  geometricamente?