

**Prova 1 Calc 3 – Albert Fisher –BMAC – 2 de maio de 2019**

Justifique suas respostas! Coloque o seu nome! Boa sorte!

*Nota: 1,2,5 valem 2 pontos. 3,4 valem 3 pontos Então há 12 pontos possíveis.*

(1) Inverta a ordem de integração. (DICA: primeiro faça o desenho!)

$$\int_0^2 \left( \int_{x^2+1}^{2x+1} f(x, y) dy \right) dx$$

(2) Ache o centro da massa  $(\bar{x}, \bar{y})$  da região  $B \subseteq \mathbb{R}^2$  definido para

$$B = \{(x, y) : 1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi/3\}$$

onde  $x = r \cos(\theta), y = r \sin(\theta)$ .

(3)

Evalúe o integral sobre a região  $B$ , o paralelograma com vértices  $(0, 0), (1, 1), (0, 2)$  e  $(-1, 1)$ .

$$\int \int_B (x^2 - y^2)^{1/3} dx dy$$

(4a) Ache uma matriz  $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  que dar uma rotação anti-horário do plano por ângulo  $\pi/6$ .

Isto é, dado um vetor coluna  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ , então  $M\mathbf{v}$  roda o vetor  $\mathbf{v}$  por este ângulo. Ache uma matriz  $N$  que faça a rotação por ângulo  $\pi/4$ .

(4b) Utilizando parte (a), ache uma matriz  $K$  que dar a rotação por ângulo  $5\pi/12$ .

(4c) Ache  $A = M^{18}$ .

(5) Calcule o volume da região

$$B = \{(x, y, z) : 9(x - 1)^2 + 4(y - 2)^2 + (z - 3)^2 \leq 1\}.$$

Pode-se utilizar o fato que o volume da esfera do raio  $R$  é igual a  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .