(3c) $\text{rot}\, F = 4 \neq 0$ então $\nexists \varphi$ (5)

pois F não é conservativo

$\text{rot}\, G = 0$ então é possível ser conservativo. De fato, o domínio é $\mathbb{R}^2$, que é simplesmente conexo então sabemos (para uma teorema) que existe tal $\hat{\varphi}$ (com $\nabla \hat{\varphi} = G$).

Vamos achar:

$$\nabla \hat{\varphi} = \left(\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x}, \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} \right) = G = (\hat{P}, \hat{Q}) = (y - 2x, x - 2y)$$

$$\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} = y - 2x$$

$$\hat{\varphi}(x,y) = \int y - 2x \, dx = xy - x^2 + c(x)$$

$$\hat{\varphi}(x,y) = \int x - 2y \, dy = xy - y^2 + c(y)$$

Daí, $\varphi(x,y) = \boxed{-x^2 - y^2 + xy} + \text{const.}$