

Prova SUB, Calc 3 – Albert Fisher – BMAC – 1 de julho de 2019

Justifique suas respostas! Coloque o seu nome! Boa sorte!

Nota: parte 1 vale 1 ponto. As restantes valem 2 ponto. Temos 13 pontos possíveis.

(1) Inverta a ordem de integração. (DICA: primeiro faça o desenho!)

$$\int_{-2}^0 \left(\int_{4x}^{x^3} f(x, y) dy \right) dx$$

(2)

Evalúe o integral sobre a região B , o paralelograma com vertices $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$ e $(-1, 1)$.

$$\int \int_B (x^2 - y^2)^5 dx dy$$

(3) Dado dois campos vetoriais:

$$\mathbf{F} = (P, Q) \text{ com } P(x, y) = x - 2y, Q(x, y) = 2x - y$$

e

$$\mathbf{G} = (\hat{P}, \hat{Q}) \text{ com } \hat{P}(x, y) = y - 2x, \hat{Q}(x, y) = x - 2y,$$

(3a) Ache o rotacional dos campos $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$. Ache o divergente dos campos $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$.

(3b) Dado a curva $\gamma(t) = (3 \cos t, 3 \sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, calcule

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\gamma, \quad \int_{\gamma} \mathbf{G} \cdot d\gamma.$$

(3c) Se é possível, ache funções φ e $\hat{\varphi}$ tal que $\nabla\varphi = \mathbf{F}$ e $\nabla\hat{\varphi} = \mathbf{G}$. Se não existe uma tal função, porque não?

(3d) Uma curva $\eta(t)$ travessa a fronteira de uma paralelograma no sentido anti-horário; a paralelograma esta determinada pelos vetores $(5, 2)$, $(4, 3)$. Calcule os fluxos através da curva η ,

$$\int_{\eta} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds, \quad \int_{\eta} \mathbf{G} \cdot \mathbf{n} ds.$$

(3e) Pela curva $\alpha(t) = (1, t)$ para $0 \leq t \leq 3$, ache

$$\int_{\alpha} \mathbf{F} \cdot d\alpha, \quad \int_{\alpha} \mathbf{G} \cdot d\alpha.$$