

## MAE1512 - Estatística para Licenciatura II

2o. semestre de 2013 - Lista 4

1. Uma variável aleatória  $X$  assume os valores  $-1, 0$  e  $1$  com igual probabilidade. Para uma amostra de tamanho  $n = 2$ , obtenha a distribuição de probabilidade de  $\bar{X}$  e verifique que esse estimador é não-viciado para estimar a média de  $X$ .
2. Estatísticas do Departamento de Trânsito sobre o envolvimento em acidentes de motoristas com pouca experiência (até 2 anos de habilitação), indicam que o seguinte modelo pode ser adotado:

|                         |     |     |     |     |     |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| No.de acidentes ( $X$ ) | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| $p_i$                   | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,1 |

- (a) Determine  $E(X)$  e  $Var(X)$   
Para uma amostra aleatória de 2 desses “jovens” motoristas, obtenha:
  - (b) A distribuição amostral de  $\bar{X}$
  - (c)  $E(\bar{X})$  e  $Var(\bar{X})$
  - (d) Os histogramas de  $X$  e de  $\bar{X}$  (em um mesmo diagrama)
  - (e) Comente o padrão dos gráficos obtidos no item anterior
3. Determine a probabilidade de a média amostral de 3 observações aleatórias de uma  $b(2; 0, 3)$  ser inferior a 1.
  4. Em 10 observações de uma variável aleatória seguindo o modelo Normal com média 3 e desvio padrão 2, qual será a probabilidade de a média amostral:
    - (a) Ser superior a 1,5?
    - (b) Ser inferior a 0?
    - (c) Não se afastar da verdadeira média por mais de 1 unidade?

5. Sendo a variável amostrada uma Normal de média e variância 25, obtenha o valor de  $P(|\bar{X} - \mu| \leq 2)$  nos casos de tamanho da amostra igual a 2, 20 e 60. Comente os resultados obtidos.
6. Para se ajustar a uma máquina a correia deve ter entre 60 e 62 cm de comprimento. Tendo em vista o processo de fabricação, o comprimento dessas correias pode ser considerado como uma variável aleatória com distribuição Normal de média 60,7 cm e desvio padrão 0,8 cm. Pergunta-se:
  - (a) Qual a probabilidade de uma correia, escolhida ao acaso, poder ser usada na máquina?
  - (b) Um grande revendedor dessas correias estabelece um controle de qualidade nos lotes que compra da fábrica: ele sorteia 4 correias do lote e só aceita o lote se o comprimento médio estiver dentro do tamanho aceito pela máquina. Calcule a probabilidade de aceitação do lote.
7. Desejamos coletar uma amostra de uma variável aleatória  $X$  com distribuição Normal de média desconhecida e variância 30. Qual deve ser o tamanho da amostra para que, com de probabilidade 0,92, a média amostral não difira da média da população por mais de 3 unidades?
8. Seja  $X \sim N(\mu, 36)$ .
  - (a) Para uma amostra de tamanho  $n = 50$  obtivemos média amostral 18,5. Construa intervalos com confiança 91%, 96% e 99% para  $\mu$ .
  - (b) Para uma confiança de 94%, construa intervalos de confiança supondo três tamanhos de amostra 25, 50 e 100 (admita que todos forneceram a mesma média amostral igual a 18,5).
  - (c) Comente sobre a precisão dos intervalos construídos em (a) e (b).

9. Em um grupo de pacientes, o nível de colesterol é uma variável aleatória com distribuição Normal, de média desconhecida e variância  $64 \text{ (mg/ml)}^2$ .
- (a) Para uma amostra de 46 indivíduos que forneceu nível médio de colesterol de 120 mg/ml, construa o intervalo de confiança de 88%.
  - (b) Se você desejasse diminuir a amplitude do intervalo encontrado em (a) quais seriam suas alternativas?
10. O intervalo  $[35,21; 35,99]$  é o intervalo com confiança 95%, construído a partir de uma amostra de tamanho  $n = 100$ , para a média  $\mu$  de uma população Normal com desvio padrão igual a 2.
- (a) Qual o valor encontrado para a média dessa amostra?
  - (b) Se utilizássemos essa mesma amostra, mas uma confiança de 90%, qual seria o novo intervalo de confiança?