MAE1512 - Estatística para Licenciatura II

2o. semestre de 2013 - Lista 1

1. Verifique se as expressões a seguir são funçoes densidade de probabilidade (assuma que elas se anulam fora dos intervalos especificados).

   (a) $f(x) = 3x$, se $0 \leq x \leq 1$.

   (b) $f(x) = x^2/2$, $x \geq 0$.

   (c) $f(x) = (x - 3)/2$, $3 \leq x \leq 5$.

   (d) $f(x) = 2$, $0 \leq x \leq 2$.

   (e)
   $$f(x) = \begin{cases} (2 + x)/4, & \text{se } -2 \leq x \leq 0; \\ (2 - x)/4, & \text{se } 0 \leq x \leq 2; \end{cases}$$

   (f) $f(x) = \pi$, se $-\pi < x < 0$.

2. O tempo (em anos) necessário para a troca do amortecedor dianteiro esquerdo em automóveis pode ser modelado por uma variável aleatória contínua com f.d.p. dada por

   $$f(x) = \begin{cases} x/4, & \text{se } 0 \leq x \leq 2; \\ 1/8, & \text{se } 2 \leq x \leq 6; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   (a) Verifique se a função acima é, de fato, uma f.d.p.

   (b) Qual é a probabilidade de um automóvel necessitar trocar o amortecedor dianteiro esquerdo antes de 1 ano de uso? E entre 1 e 3 anos?

   (c) Supondo que um automóvel está a três anos com um mesmo amortecedor dianteiro esquerdo, qual é a probabilidade de que seja necessário fazer uma troca antes de completar 4 anos de uso?

   (d) Qual é o tempo médio adequado para a troca do amortecedor dianteiro esquerdo desses automóveis?

3. Um parafuso produzido por um torno automático pode ter uma pequena variação em seu comprimento, dada em mm. Afirma-se que o comportamento aleatório dessa variação pode ser modelado por

$$f(x) = \begin{cases} kx + 15/32, & \text{se } 1/16 \leq x \leq 33/16; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   (a) Determine o valor de k para que $f(x)$ seja uma f.d.p.

   (b) Para um parafuso escolhido ao acaso dentre os produzidos por esse torno, qual a probabilidade de obtermos uma variação no comprimento maior do que 1 mm?

   (c) Calcule o valor esperado da variação do comprimento desses parafusos.

4. A função apresentada a seguir corresponde à f.d.p. de uma variável aleatória X.

$$f(x) = \begin{cases} x^3/4, & \text{se } 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Determine:

   (a) $P(X > 1)$;

   (b) $P(X < 1/2)$;

   (c) $P(1/2 < X \leq 1 \mid X < 3/2)$.

5. O tempo de corrosão dado em anos, de uma peça metálica pode ser modelado por uma variável aleatória contínua com f.d.p.

$$f(x) = \begin{cases} ax, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \\ a, & \text{se } 1 \leq x \leq 2; \\ -ax + 3a, & \text{se 2<x<3;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   (a) Calcule o valor de a;

   (b) Uma peça é considerada como tendo boa resistência à corrosão se permanece livre do problema por mais que 1,5 anos. Em um lote com 3 peças, qual é a probabilidade de termos exatamente uma delas com boa resistência?

6. Vigas de ferro são soldadas em toda a sua extensão a uma estrutura metálica. Uma falha na soldagem pode aparecer com probabilidade 0,1. Se isso ocorrer, poderá ser em qualquer ponto da viga com igual probabilidade. Se a viga tem especificação de comprimento igual a 6 metros, determine a probabilidade de que:

   (a) Sabendo-se que uma falha ocorreu, ela ser distante no máximo em 1 metro das extremidades.

   (b) Ocorrer falha de solda nos dois metros centrais da viga.

7. Seja $X \sim Exp(1/10)$. Calcule:

   (a) $PX \leq 5)$.

   (b) $P(4 < X < 6)$.

   (c) $P(2 < X < 5)$.

   (d) $P(X \leq 7 \mid X > 2)$.

   (e) O valor esperado de Y, sendo $Y = 3X + 2$.

   (f) A variância de Y,

8. O tempo em minutos de utilização de um caixa eletrônico por clientes de um certo banco foi modelado por uma variável aleatória T com distribuição exponencial de parâmetro 3. Determine:

   (a) $P(T < 1)$.

   (b) $P(T > 1 \mid T \leq 2)$.

   (c) Encontre o número a tal que $P(T \leq a) = 0,4$.

9. Suponha que o tempo de vida de um tipo de vírus, dado por uma variável aleatória T, em segundos, segue uma distribuição Exponencial com parâmetro $\alpha = 1/20$s.Calcule a probabilidade condicional $P(T > 15 \mid T > 10)$.

10. Um banco faz operações via Internet e, após um estudo sobre o serviço prestado, concluiu o seguinte modelo teórico para o tempo de conexão (em minutos):

$$f(x) = \frac{1}{4} k e^{-kx/4}, \quad x > 0,$$

com k sendo 1 ou 2, dependendo de o cliente ser pessoa física ou jurídica. Dentre os clientes desse banco que utilizam a Internet, a porcentagem dos que são classificados como pessoa física é 20%.

(a) Sendo pessoa física, qual a probabilidade de mais de 2 minutos de conexão?

(b) Sendo pessoa jurídica, qual a probabilidade de ficar conectado menos de 6 minutos?

(c) Determine a probabilidade de um cliente ficar mais de 2 minutos conectado.

(d) Se um cliente fica mais de 5 minutos conectado, qual a probabilidade de ele ser pessoa jurídica?