MAT122 e MAT2116 – Álgebra Linear
Lista de Exercícios 5 – 24/04/2008

Prof. Claudio Gorodski

1. Qual é a curva-imagem do círculo $x^2 + y^2 = 1$ pela transformação linear $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definida pela matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$?

2. Escrever a matriz 3 por 3 que representa as transformação do $\mathbf{R}^3$ que:

a. projeta todo vetor sobre o plano xy;

b. reflete todo vetor em relação ao plano xy;

c. roda o plano xy de 90 graus e deixa o eixo z fixo.

3. Escreva a matriz A 4 por 4 que representa uma permutação cíclica: (x_1, x_2, x_3, x_4) é transformado em (x_2, x_3, x_4, x_1). Verifique diretamente que $A^3 = A^{-1}$.

4. Escreva uma matriz A 4 por 3 que representa o "right shift": cada vetor (x_1, x_2, x_3) é transformado em $(0, x_1, x_2, x_3)$. Exiba também uma matriz B 3 por 4 para o "left shift" que leva (x_1, x_2, x_3, x_4) em (x_2, x_3, x_4). Como são as matrizes AB e BA?

5. Seja P_3 o espaço vetorial dos polinômios de grau no máximo 3 mais o vetor nulo. Seja S o subespaço de V formado pelos vetores p satisfazando $\int_0^1 p(x)dx = 0$. Verifique que p é um subespaço de V e calcule uma base e a dimensão de S.

6. Calcular os comprimentos e o produto escalar de $x = (1, 4, 0, 2)$ e $y = (2, -2, 1, 3)$.

7. Existem vetores em $\mathbf{R}^2$ que são LI mas não mutualmente ortogonais? Justifique.

8. Calcular todos os vetores de $\mathbf{R}^3$ que são simultaneamente ortogonais aos vetores $(1, 1, 1)$ e $(1, -1, 0)$.

9. Calcule uma base para o núcleo de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

e verifique diretamente que ele é ortogonal ao espaço-de-linhas de A. Dado $x = (3, 3, 3)$, decomponha x em suas componentes x_r ao longo do espaço-de-linhas e x_n ao longo do núcleo.

10. Mostre que $x - y \perp x + y$ se e somente se $||x|| = ||y||$.

11. Decida sobre a veracidade das asserções:

a. Se V é ortogonal a W, então $W^\perp$ é ortogonal a $V^\perp$.

b. Se U é ortogonal a V e V é ortogonal a W, então U é ortogonal a W.

12. Seja S o subespaço de $\mathbf{R}^4$ definido pela equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$. Escreva uma base para o subespaço $S^\perp$.