2.a aula: 27fev (resumo)

2.1 *Adição de vetores.* Dados vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$, representamos $\vec{u} = \vec{A}B$ e $\vec{v} = \vec{B}C$. Então a soma $\vec{u} + \vec{v}$ é o vetor representado ppr $\vec{A}C$. Em outras palavras, $\vec{A}B + \vec{B}C = \vec{A}C$.

2.2 *Propriedades da adição de vetores.*

(A1) $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ (associatividade)

(A2) $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$ (existência de elemento neutro)

(A3) $\vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0}$ (existência de elemento inverso; $-\vec{u}$ é o *oposto* de $\vec{u}$).

(A4) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (comutatividade)

2.3 *Multiplicação de um vetor por um escalar.* Dados um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ e um escalar $\alpha \in \mathbb{R}$, representamos $\vec{v} = \vec{A}B$. Então $\alpha\vec{v}$ é o vetor representado por $\vec{A}C$, onde a medida $\mathrm{med}(AC) = |\alpha|\mathrm{med}(AB)$, e C pertence à semi-reta definida por AB se $\alpha \geq 0$, e C pertence à semi-reta oposta se $\alpha < 0$. Note que $0\vec{v} = \vec{0}$.

2.4 *Propriedades da multiplicação de um vetor por um escalar.*

(M1) $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ (distributividade de vetores)

(M2) $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u} = \vec{u}$ (distributividade de escalares)

(M3) $1\vec{u} = \vec{u}$ (existência de elemento neutro)

(M4) $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u} = \beta(\alpha\vec{u})$ (associatividade)

2.5 Em geral, um conjunto V munido de operações $V \times V \to V$, $\mathbb{R} \times V \to V$ satisfazendo as propriedades acima é chamado de um *espaço vetorial.*

2.6 Sejam A, $B \in \mathbb{E}$ pontos distintos. A reta definida por A e B consiste dos pontos $X \in \mathbb{E}$ que satisfazem $X = A + \alpha\vec{A}B$ para algum $\alpha \in \mathbb{R}$. A semi-reta (resp. segmento) definida(o) por A e B consiste de $X = A + \alpha\vec{A}B$ com $\alpha \geq 0$ (resp. $\alpha \in [0, 1]$). Sejam A, B, $C \in \mathbb{E}$ pontos não-colineares. Então esses pontos determinam um plano. O ângulo determinado por $\vec{A}B$ e $\vec{A}C$ é descrito por $X = A + \alpha\vec{A}B + \beta\vec{A}C$ para α, $\beta \geq 0$. O paralelogramo determinado por $\vec{A}B$ e $\vec{A}C$ é descrito por $X = A + \alpha\vec{A}B + \beta\vec{A}C$ para α, $\beta \in [0, 1]$.

Ex. 2.1 Demonstrar que os pontos médios dos lados de um quadrilátero são vértices de um paralelogramo.