1.a aula: 25fev (resumo)

Seja $\mathbb{E}$ o espaço Euclidiano.

1.1. Dois segmentos orientados AB e $A'B'$, que não são colineares, são chamados de *fortemente equipolentes* se $AB \parallel A'B'$ e $AA' \parallel BB'$. Em outras palavras, $ABB'A'$ forma um paralelogramo. Notação: $AB \approx A'B'$.

1.2. Dois segmentos orientados AB e $A'B'$ (possivelmente colineares) são chamados de *equipolentes* se existe uma seqüência finita de segmentos orientados

$$A_0B_0 = AB, A_1B_1, \dots, A_nB_n = A'B'$$

tal que $A_{i-1}B_{i-1} \approx A_iB_i$ para $i = 1, \dots, n$. Notação: $AB \sim A'B'$. (A relação de equipolência é uma relação de equivalência.)

1.3. A *classe de equipolência* de um segmento orientado consiste de todos os segmentos orientados equipolentes a ele. Um *vetor* $\vec{v}$ é uma classe de equipolência de segmentos orientados. Dizemos que $\vec{v}$ é representado por um segmento orientado AB nessa classe, e escrevemos $\vec{v} = \vec{AB}$.

1.4 ★ Dado um segmento orientado AB e um ponto P , existe outro ponto Q tal que $PQ \sim AB$. Em outras palavras, um vetor $\vec{v} = \vec{AB}$ pode ser representado por um segmento orientado que se inicia em qualquer ponto dado, $\vec{AB} = \vec{PQ}$.

1.5 Fato: Se $AB \sim A'B'$, e $AB, A'B'$ não são colineares então $AB \approx A'B'$.

Seja $\mathbb{V}$ o espaço dos vetores.

1.6 ★ $\mathbb{V}$ opera em $\mathbb{E}$. De fato, seja $\vec{v} \in \mathbb{V}$ um vetor. Por 1.4, para todo $P \in \mathbb{E}$ existe $Q \in \mathbb{E}$ tal que $\vec{v} = \vec{PQ}$. Escrevemos

$$P + \vec{v} = Q.$$

Isso define a soma de um ponto com um vetor. Isso define também a *translação* $\tau_{\vec{v}}$ como o operador em $\mathbb{E}$:

$$\tau_{\vec{v}} : \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}, \quad \tau_{\vec{v}}(P) = Q.$$

Desta forma, $\mathbb{V}$ pode ser visto como o espaço das translações de $\mathbb{E}$.