

ANAIS

4º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática

Antonio Carlos Brolezzi
David Pires Dias
(Org.)

São Paulo
IME-USP
2018

Organizadores

Antonio Carlos Brolezzi
David Pires Dias
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo
Rua do Matão, 1010
05508-090 – São Paulo, SP

FICHA CATALOGRÁFICA

E56 Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (4. : 2017
São Paulo, Brasil)
Anais do 4º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática [realizado em] São Paulo (SP), Brasil, 21 de setembro de 2017,
[orgs.] Antonio Carlos Brolezzi e David Pires Dias. São Paulo : IME-USP,
2018.

32 p.

ISBN: 978-85-88697-34-8

1. Matemática - Estudo e Ensino (Congressos). I. Brolezzi, Antonio Carlos,
org. II. Dias, David Pires, org. III. Instituto de Matemática e Estatística,
Universidade de São Paulo.

CDD: 510.7

Elaborada pelo Serviço de Informação e Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra do IME-USP, pela
bibliotecária Eliana Mara Martins Ramalho CRB-8/4819

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA



Instituto de Matemática e Estatística - IME
Universidade de São Paulo - USP

4º ENCONTRO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA - 2017

APRESENTAÇÃO

O programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) do IME-USP iniciou suas atividades em agosto de 2012. Seu objetivo é contribuir para o ensino de matemática na educação básica, complementando a formação do professor.

O 4º Encontro do MPEM foi realizado no dia 21 de setembro de 2017 e contou com a participação de estudantes e orientadores. O encontro proporcionou uma reflexão sobre as atividades e a produção acadêmica desenvolvidas no programa.

Os estudantes, em fase adiantada no trabalho de dissertação, se inscreveram para apresentar seus resultados. Para este encontro recebemos quatro inscrições e organizamos as apresentações em comunicações orais de 30 minutos cada, incluindo o tempo de comentários e discussão. O ambiente participativo de todos os presentes contribuiu para que os apresentadores recebessem inúmeras sugestões para a continuidade de sua pesquisa. Também, para os estudantes presentes que não apresentaram trabalho, foi uma oportunidade para buscar temas e ideias para o desenvolvimento de suas dissertações. O encontro foi encerrado com uma plenária, de estudantes e orientadores, discutindo diversos aspectos do programa. Entre os assuntos tratados tivemos: avaliação do programa, esclarecimentos sobre questões regimentais, relação de disciplinas oferecidas, oferta de disciplinas no verão, prazos e exames regimentais, modificação nas datas dos seminário periódico do programa, etc.

Nos anais trazemos os trabalhos apresentados, todos em forma de texto e assim como foram entregues pelos autores.

Agradecemos a contribuição de todos os participantes.

Antonio Carlos Brolezzi e David Pires Dias

Organizadores – Outubro de 2017

CRONOGRAMA DE ATIVIDADES
Auditório Jacy Monteiro - Bloco B do IME-USP

14h00 Abertura

14h10 Apresentações

Leonardo Cascio de Souza (*Circe Mary Silva da Silva Dynnikov*)

Título: "BRASIL E CANADÁ: Uma análise preliminar dos documentos oficiais".

Renato Martins (*Cristina Cerri*)

Título: "Estimativa em sala de aula: o caso do conceito de área no Ensino Fundamental".

Jéssica Rocha Batista (*David Pires Dias*)

Título: "A Educação Financeira nos cursos de formação inicial de Professores de Matemática das Universidades Públicas do Estado de São Paulo".

Carolina Cavalheiro Crittelli (*Claudia Cueva Candido*)

Título: "Uma proposta de introdução à álgebra para estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática".

16h30 Reunião geral:

Informes gerais;

Avaliação do programa, sugestões e críticas.

BRASIL E CANADÁ

Uma análise preliminar dos documentos oficiais

Leonardo Cascio de Souza (leo.cascio@gmail.com)¹
Circe Mary Silva da Silva Dynnikov (cmdynnikov@gmail.com)²

Resumo: Diversas pesquisas internacionais evidenciam o nível abaixo do esperado no Brasil quando o assunto é educação matemática. Nessas mesmas pesquisas temos o Canadá como um dos países com maior nível nessa área. Na dissertação analisaremos os currículos utilizados em cada país, os programas de avaliação de livros didáticos e por último uma análise comparativa entre quatro livros didáticos, sendo dois no Brasil e dois do Canadá. O recorte utilizado para a pesquisa foi o conteúdo de geometria do 7º ano do ensino fundamental.

Palavras-chave: Livro didático; Currículo; Estudo comparado; Canadá; Brasil.

Abstract: Several international studies show the level below expectations in Brazil when it comes to mathematics education. In these same studies we have Canada as one of the countries with the highest level in this area. In the dissertation we will analyze the curriculum used in each country, the textbook programs and finally a comparative analysis between four textbooks, two in Brazil and two in Canada. The section used for the research was the content of geometry of the 7th year of elementary school.

Keywords: Textbook; Curriculum; Comparative study; Canada; Brazil.

Introdução

No atual cenário da educação Brasileira, particularmente no âmbito do ensino da matemática, algumas indagações precisam ser feitas, para assim proporcionar orientação em possíveis reformas e aperfeiçoamentos. Um método possível para responder tais indagações seria analisar o sistema de ensino da matemática de outros países, comparando-os, exibindo percepções diversas.

Segundo o resultado do PISA (*Programme for International Student Assessment*) de 2015, o Brasil está na 66ª posição em educação Matemática (em um total de 70 países) com 377 pontos. Com relação as avaliações nacionais, tais como SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), os números também são alarmantes, como afirma Menezes Filho (2007, p.20) “Os resultados, em primeiro lugar, confirmam que o desempenho dos alunos brasileiros é muito ruim com relação ao que seria desejável e com relação a outros países. ”

Utilizando o mesmo ranking, temos o Canadá na 9ª posição, com 516 pontos, sendo assim o país de língua inglesa melhor colocado (lembrando que o francês também é língua oficial do Canadá). Ainda, a OECD cita o Canada como um dos únicos a alcançar o nível máximo de proficiência nas três áreas do PISA (Ciência, Leitura e Matemática):

Somente no Canadá, Estônia, Finlândia, Hong Kong (China), Japão, Macau (China) e Cingapura pelo menos quatro de cada cinco estudantes de 15 anos

¹ Mestrando o MPEM do IME-USP

² Professora orientadora do Departamento de Matemática do IME-USP

dominam o nível básico de proficiência em ciência, leitura e matemática.³ (OECD, 2016, p.4, tradução livre do autor)

Entre as características de um bom ensino da matemática temos a escolha adequada do livro didático como um dos principais recursos, como diz Dante (1996) “O livro didático de matemática, quando bem utilizado, tem um papel fundamental no processo ensino-aprendizagem por várias razões”. Dentre estas razões, citamos a quantidade de problemas e exercícios de fixação, o fácil manuseio entre os conteúdos, já que a matemática é uma disciplina sequencial e acesso a definições, propriedades, tabelas e explicações quando o professor não está presente.

Diversos pesquisadores mencionam a importância da análise de livros didáticos, como Silva (2015), Choppin (2004) e Rosa (2012). Essa última menciona pontos dos quais uma análise competente pode auxiliar, como possíveis falhas:

Ao analisar livros didáticos é possível perceber a existência de falhas na sua composição, às vezes na forma de apresentação do conteúdo, nas atividades propostas, no desenvolvimento dos conceitos no decorrer das páginas, ou ainda de inadequação à realidade local, às práticas sociais do grupo escolar em questão. (ROSA *et al*, 2012, p. 3)

O objetivo dessa pesquisa é comparar livros didáticos de Matemática de cada país, identificando quais os conteúdos e metodologias de ensino dos mesmos.

Considerações teórico-metodológicas

Segundo Choppin (2000, p. 214), “é necessário partir de uma simples, mas fundamental constatação; todo manual está histórica e geograficamente determinado, ele é o produto de um grupo social e de uma determinada época”⁴. Com isso, livros didáticos brasileiros e canadenses terão, no seu âmbito, diferenças culturais e sociais, pois tratam-se de países díspares, cada qual com sua história e

Para Schneider (1998), o raciocínio comparativo é essencial para descobrir regularidades, deslocamentos e transformações, continuidades e discontinuidades, semelhanças e diferenças. O método comparativo não é uma técnica de levantamento de dados empíricos, pois segundo Schneider (1998, p. 1), “o uso da comparação, enquanto perspectiva de análise do social, possui uma série de implicações situadas no plano epistemológico, remetendo um debate acerca dos próprios fundamentos do conhecimento em ciências sociais”.

Comparar comportamentos educacionais de diversos países não é novidade. Como diz Valente (2012, p.169): “Encontros e congressos no início e na metade do século XX – que organizam as propostas de reformar a matemática escolar – valorizam os inventários sobre as experiências nos diversos países”. Tais experiências são consideradas na criação de modelos curriculares.

A pesquisa terá caráter documental, com abordagem qualitativa e objetivo exploratório. Em relação a questão documental, Fonseca diz:

A pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como:

³ Tradução livre do texto: “Only in Canada, Estonia, Finland, Hong Kong (China), Japan, Macao (China) and Singapore do at least four out of five 15-year-old students master the baseline level of proficiency in science, reading and mathematics”.

⁴ Tradução livre do texto: “Es necesario partir de una simple pero fundamental constatación: todo manual está histórica y geográficamente determinado; es el producto de un grupo social y de una época determinada.”

tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc. (FONSECA, 2002, p. 32).

Os livros didáticos escolhidos para a pesquisa são:

TÍTULO	AUTOR	EDITORA	LOCAL	EDIÇÃO
PROJETO ARARIBÁ 7	Everton José Luciano	Moderna	Brasil	4ª edição
PROJETO TELÁRIS 7	Luiz Roberto Dante	Ática	Brasil	2ª edição
MATH MAKES SENSE 7	Marc Garneau	Pearson	Canadá	1ª edição
NELSON MATHEMATICS 7	Marian Small	Nelson	Canadá	1ª edição

Tabela 1 – Livros didáticos utilizados

A escolha por uma abordagem qualitativa permite explicar os porquês dos resultados, não importando o valor numérico. A principal preocupação são os aspectos que não podem ser quantificados, centrando-se assim na compreensão do item.

A escolha dos livros didáticos baseou-se nas listas de livros aprovados de cada país, *Trillium List*⁵ no Canadá e o guia de livros didáticos do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) no Brasil. A escolha do Canadá não foi aleatória, pois trata-se de livros didáticos em inglês, auxiliando na pesquisa, língua essa que o investigador domina, não necessitando de auxílio de um tradutor. Além disso, nenhum estudo comparativo sobre o ensino de matemática entre esses dois países foi encontrado até o momento, o que o torna original.

Para situar a educação no Brasil e Canadá, explicitaremos os currículos utilizados, além do modelo escolar em cada país. O Canadá, por ser um país dividido em províncias (onde cada qual possui um currículo e sistema de ensino diferenciado), utilizamos a de Ontário, maior província e localização da capital Ottawa.

Segundo o PCN, ao término do 7º ano, no quesito de geometria, o aluno deverá:

DIVISÕES DA GEOMETRIA	CONTEÚDOS
GEOMETRIA PLANA	Distinguir e classificar figuras bidimensionais; Compor e decompor figuras planas; Transformar uma figura por meio de reflexões, translações e rotações; Ampliar e reduzir uma figura; Construir ângulos; Utilizar instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, entre outros; Medir superfícies.
GEOMETRIA ESPACIAL	Distinguir e classificar figuras tridimensionais; Planificar poliedros; Estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas; Utilizar instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, entre outros; Medir volumes.

⁵ The Trillium List contains the titles of those textbooks approved by the Minister of Education for use in Ontario schools. The textbooks named on the Trillium List have been subjected to a rigorous evaluation in accordance with the criteria specified in Section 4 of *Guidelines for Approval of Textbooks*.
<http://www.trilliumlist.ca/>. Acessado em: 19/02/2017

GEOMETRIA ANALÍTICA	Interpretar posições e deslocamento de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas;
----------------------------	---

Tabela 2 – Conteúdos de geometria para o 7º ano segundo PCN

No currículo da província de Ontário (*The Ontario Curriculum: Grades 1-8*), de 2005, ao terminar o 7º ano, em relação a geometria, o aluno deverá:

DIVISÕES DA GEOMETRIA	CONTEÚDOS
GEOMETRIA PLANA	Construir retas utilizando compasso; Distinguir e classificar figuras bidimensionais; Construir ângulos; Identificar as congruências triangulares; Determinar relações entre perímetro e área; Transformar uma figura por meio de reflexões, translações e rotações; Ampliar e reduzir uma figura; Compor e decompor figuras planas.
GEOMETRIA ESPACIAL	Distinguir e classificar figuras tridimensionais; Planificar poliedros; Estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas.
GEOMETRIA ANALÍTICA	Interpretar posições e deslocamento de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas;

Tabela 3 – Conteúdos de geometria para 7º ano segundo Ontário Curriculum

Análise comparativa

Por tratar-se de uma pesquisa qualitativa baseada em documentos e que utilizou a análise de conteúdo como metodologia, selecionamos as seguintes categorias para realizar a análise comparativa: Importância da matemática segundo os documentos oficiais; Conteúdos geométricos e PNLD e a *Trillium List*

1) Importância da matemática segundo os documentos oficiais

Para o PCN (1998, p.24), a matemática “caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural.”

Segundo o *Ontário Curriculum* (2005, p.3) “Uma sociedade baseada na informação e na tecnologia exige indivíduos capazes de pensar criticamente sobre questões complexas, analise e adapta-se para novas situações e resolve problemas de vários tipos.”⁶

De imediato já observamos similaridades, pois os dois documentos tratam sobre a visão global, de como o conhecimento matemática está enraizado na sociedade e sua importância na compreensão do mundo.

Ainda sobre o conhecimento matemático, o PCN opõe-se à visão onde a matemática é imutável, apenas assimilada pelo aluno. A matemática é uma ciência viva, sempre em movimento, auxiliando diversas áreas do conhecimento. Claro que isso não

⁶ Tradução livre do texto: “An information- and technology-based society requires individuals who are able to think critically about complex issues, analyse and adapt to new situations, solve problems of various kinds”

elimina o caráter especulativo, pragmático da matemática. Ambos podem, e devem existir lado a lado.

Assim como nos documentos de Ontário, o PCN também se preocupa com a questão da tecnologia:

Em função do desenvolvimento das tecnologias, uma característica contemporânea marcante no mundo do trabalho, exigem-se trabalhadores mais criativos e versáteis, capazes de entender o processo de trabalho como um todo, dotados de autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe e para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita). Isso faz com que os profissionais tenham de estar num contínuo processo de formação e, portanto, aprender a aprender torna-se cada vez mais fundamental. (BRASIL, 1998, p.27)

A matemática, nesse aspecto, contribui ao desenvolver metodologias diversas para a solução de um problema, a comprovação e justificativa das respostas encontradas, ao trabalho em equipe, criatividade na elaboração de estratégias e tomadas de decisão.

Ainda sobre o PCN, uma importante proposta é de contextualização da matemática com os chamados “temas transversais”, como: Ética; orientação sexual; meio ambiente; saúde; pluralidade cultural; trabalho e consumo.

Em temas como orientação sexual, meio ambiente, saúde e trabalho e consumo a matemática está implícita na coleta, quantificação e comparação de dados. A análise estatística auxilia na visão macrosocial, pois contribui na compreensão de diversos problemas destas áreas.

Sobre ética, o PCN ressalta:

[...] o ensino de Matemática muito pode contribuir para a formação ética à medida que se direcione a aprendizagem para o desenvolvimento de atitudes, como a confiança dos alunos na própria capacidade e na dos outros para construir conhecimentos matemáticos, o empenho em participar ativamente das atividades em sala de aula e o respeito ao modo de pensar dos colegas. Isso ocorrerá à medida que o professor valorizar a troca de experiências entre os alunos como forma de aprendizagem, promover o intercâmbio de ideias como fonte de aprendizagem, respeitar ele próprio o pensamento e a produção dos alunos e desenvolver um trabalho livre do preconceito de que Matemática é um conhecimento direcionado para poucos indivíduos talentosos. (BRASIL, 1998, p.29-30)

É importante dizer que o conhecimento matemático não é elitista, todos podem adquiri-lo de forma homogênea. Além disso, deve-se encorajar a criação de meios alternativos para a solução de problema e o diálogo entre os alunos, para que assim exista o auxílio mútuo entre eles.

Em relação a pluralidade cultural, a matemática está inserida em diversos contextos, como história, apresentando sistemas numéricos de diversos povos, cada qual com suas regras e algarismos únicos. Além disso, a matemática do ensino fundamental possui raízes nas mais diversas culturas, como: Egípcios, romanos, árabes, entre outros.

No *Ontário Curriculum*, a matemática também é vista como essencial à sociedade, pois seu estudo capacita os alunos com conhecimentos e habilidades necessários para o convívio. Aprender matemática envolve experiências em sala de aula que ajudem na compreensão do mundo.

Observa-se também a utilização da matemática em outras áreas, como ciências, música e linguagem. O conhecimento adquirido nas aulas de matemática pode ser visto como ferramenta para resolução de problemas, aplicando-as em situações do dia a dia e, eventualmente, no local de trabalho.

2) **Análise preliminar**

Utilizando as tabelas 2 e 3 como base, uma análise comparativa foi realizada entre os conteúdos curriculares dos países em questão.

Ao analisar o conteúdo dos documentos oficiais, várias similaridades são encontradas, pois trata-se de conhecimento básico da matemática. Porém, algumas disparidades aparecem, como a identificação das congruências triangulares e a construção de retas utilizando o compasso, que estão no currículo canadense, mas não aparecem no PCN.

Alguns conteúdos são semelhantes, mas com ressalvas, como é o caso entre medir superfícies (no PCN) e determinar relações entre perímetro e área (no currículo de Ontário). Perímetro e área estão inclusos na medição de superfície, mas não é claro se na versão brasileira é inclusa a relação entre as duas medidas.

Em geometria espacial não foi observado o cálculo de volume no currículo canadense, presente na versão brasileira. Excluindo essa diferença os dois documentos são semelhantes em geometria espacial.

Em geometria analítica não há diferenças marcantes, ambos tratam o assunto de interpretar posições e deslocamentos de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas.

3) **O PNLD e a *Trillium List***

O Ministério da Educação, juntamente com a Secretaria de Educação Básica e Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação publicam o Guia de livros didáticos de 2017, onde encontram-se as coleções aprovadas para uso em todo o território nacional. O documento de 2017 contempla os anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano). O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) surge no ano de 1985, substituindo o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF) e tem como função avaliar, indicar, e distribuir livros didáticos para as escolas públicas. Porém, apenas no ano de 1997 é implantado o Guia de Livros Didáticos, contendo análises de especialistas em cada área do conhecimento.

O documento de 2017 traz critérios eliminatórios para a aprovação de uma coleção. Tais critérios podem ser de origem comum (para qualquer disciplina ou área do saber) ou específica (salientando características de uma área). No âmbito comum, são mais de 50 itens verificados, todos com característica eliminatória. Na área de matemática são 12 itens, analisados e sintetizados pelos profissionais responsáveis.

As resenhas de cada obra são divididas em quatro partes. Inicialmente é dada uma visão geral da obra, seguida de uma descrição mais aprofundada de cada livro. Uma análise mais completa é realizada, verificando o conteúdo, metodologia, linguagem e aspectos visuais. Por último é discutido como aquela obra pode ser utilizada em sala de aula, quais suas principais qualidades.

Após a leitura e análise das onze obras, os professores e coordenadores das escolas públicas escolhem a coleção que atende suas necessidades e de seus alunos.

A *trillium list* foi criada em 2002 pelo Ministério da Educação de Ontário, substituindo a *Circular 14*, de 1995. Ao contrário do guia de livros didáticos brasileiro, a versão canadense não é revisada todo ano, cada livro aceito recebe um “prazo de aprovação”, podendo ultrapassar dez anos. Os livros utilizados foram aprovados até o dia 31 de julho de 2017.

As condições necessárias para uma obra ser elegível são divididas em quatro partes: congruência com as políticas do currículo oficial, guia do professor, orientações

canadenses (utilizar modelos e exemplos de acordo com a cultura local) e fabricação nacional. Após a comprovação das condições necessárias, nove itens são analisados por profissionais de cada área, aprovando ou não tais obras

Considerações finais

Os documentos oficiais do Brasil e Canadá possuem mais semelhanças do que diferenças. Além disso, os dois documentos tratam sobre importância de proporcionar uma visão global da matemática e de como este conhecimento está enraizado na sociedade. O conteúdo programático é próximo, contendo apenas duas diferenças: congruências triangulares e construção de retas utilizando o compasso.

O PNLD é um programa mais completo comparado ao *Trillium List*. Todo ano atualizam algum ciclo do ensino fundamental, com amplas análises, gráficos e sugestões. A *Trillium List* é mais sucinta, com menos critérios e maior validade para cada obra. Outra característica importante é a diferença na quantidade de obras aceitas, onze no PNLD contra apenas três na *Trillium List*.

Tais semelhanças e diferenças serão melhor exploradas ao analisar livros didáticos dos países em questão, além de trazer um maior aprofundamento nas questões do currículo e programas de livros didáticos.

Referências

- BRASIL, **Guia de Livros Didáticos**. Brasília, 2016;
- _____, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017;
- CHOPPIN, A. **Pasado y presente de los manuales escolares**. Revista Educación y Pedagogía, v. 13, n. 29-30, Medellín, 2000;
- DANTE, R. L. **Projeto Teláris: Matemática 7**. 2ª edição. Editora Ática, São Paulo, 2015;
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002;
- GARNEAU, M. **Math Makes Sense 7**. Pearson Education Canada, Ontario, 2007;
- LUCIANO, E. J. **Araribá Plus: Matemática 7**. 4ª edição. Editora Moderna, São Paulo, 2014;
- MENEZES FILHO, N. **Os Determinantes do Desempenho Escolar do Brasil**. FEA-USP, São Paulo, 2007;
- OECD, **PISA 2015: PISA Results in Focus**. Paris, França, 2016;
- ONTÁRIO. **The Ontário Curriculum Grades 1-8: Mathematics**. Ministério da Educação, 2005;
- ROSA, C. P., RIBAS, L.C., BARAZZUTTI, M. **Análise de Livros Didáticos**. III Escola de Inverno de Educação Matemática, Santa Maria, 2012;
- SCHNEIDER, S., SCHMITT, C. J. **O uso do método comparativo nas ciências sociais**. Caderno de Sociologia, Porto Alegre, v. 9, 1998;
- SILVA, C. M. S. **Livro aberto: Uma análise histórica**. Revista do programa de pós-graduação em educação matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, v. 8, 2015;
- SMALL, M. **Nelson Mathematics 7**. Nelson Education, Ontario, 2005;
- VALENTE, W. R. **Por uma história comparativa da educação matemática**. Caderno de pesquisas, v. 42, n. 145, 2012.

ESTIMATIVA EM SALA DE AULA: O CASO DO CONCEITO DE ÁREA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Renato Martins ⁷(rmartins@ime.usp.br)
Cristina Cerri ⁸(cerri@ime.usp.br)

Resumo: A medição está presente em todos os aspectos sociais da vida humana desde a origem das civilizações até a atualidade e seu uso é indispensável para realizar todo tipo de atividades comerciais e cotidianas. O conceito de área de superfícies planas está presente nos currículos da educação básica e estudos mostram que os alunos têm dificuldades de entendimento desse conteúdo. Nesta pesquisa temos como objetivo principal avaliar a influência da estimativa para a compreensão da noção de área. Para tanto, planejamos um experimento de ensino que evidencie os processos de percepção, comparação, medição e estimação que estão relacionados com a abordagem do referido tema.

Palavras-chave: área; medida; estimativa; educação básica.

Abstract: Measurement is present in all social aspects of human life from the origin of civilizations to the present day and it is indispensable to carry out all kinds of commercial and daily activities. The concept of flat surface area is present in the curricula of basic education and studies show that students have difficulties understanding this content. In this research the main objective is evaluate the influence of the estimation for the comprehension of the area concept. An educational experiment is planning to show the processes of perception, comparison, measurement and estimation that are related to the approach of the said theme.

Keywords: area; measure; estimative; basic education.

Introdução

Os números naturais são abstrações do processo de contar coleções finitas de objetos. Na vida diária precisamos não apenas contar objetos individuais, mas também medir grandezas tais como comprimentos, áreas, pesos e tempos. A importância de se abordar temas relacionados a grandezas e medidas é clara, pois estão muito presentes em nosso cotidiano.

Contudo, frequentemente não nos damos conta disso. Por exemplo, as seguintes questões envolvem uma comparação, uma medição ou uma estimativa da medida

⁷ Mestrando do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP.

⁸ Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora.

relativa a alguma grandeza: quanto tempo falta para passar o próximo ônibus? quem está mais longe?

A inclusão do ensino das grandezas e medidas nos anos iniciais do ensino fundamental justifica-se, conforme Lima e Belleiman (2010), basicamente por três razões: os seus usos sociais, com suas utilizações nas técnicas e nas ciências; as conexões com outras disciplinas escolares; e as articulações com outros conteúdos na Matemática.

Em nosso dia a dia, muitas vezes, não há necessidade de maior exatidão na medida de uma grandeza, apenas uma estimativa dessa medida é suficiente. Assim, a introdução de atividades com estimativa de medida tem o mérito de aproximar os alunos das aplicações práticas da Matemática e de acordo com Lima e Belleiman (2010, pg. 181) “contribui ainda para que os alunos se familiarizem com modelos concretos de unidades padronizadas, o que pode ajudá-los na escolha da unidade mais adequada a uma determinada medição”.

O trabalho com estimativas é recomendado nos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1997). Esse documento aponta que ao trabalharmos conteúdos do bloco Grandezas e Medidas devemos privilegiar a prática de estimativas em lugar de memorização sem compreensão de fórmulas. De fato, em muitas situações cotidianas não necessitamos de um valor exato, pois para tomar uma decisão basta uma estimativa ou o valor aproximado de uma grandeza.

De acordo com Lima e Belleiman (2010, pg. 167) o ensino e a pesquisa das Grandezas e Medidas têm avançado “podemos observar alguma evolução no ensino deste campo e, sem dúvida, é dada maior atenção a ele nos estudos acadêmicos sobre questões de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos”. Apesar disso, os estudantes apresentam algumas dificuldades no trabalho com grandezas e medidas, como afirma Perrot *et al.* (1998, apud Lima, 2004), por exemplo, fazem confusão entre grandezas e medidas de grandezas; sabem calcular medidas, usando fórmulas, sem saber o que eles calculam; acham que somente os polígonos “particulares”, “os que têm um nome e fórmulas”, têm também um perímetro e uma área.

Diante desses resultados decidimos realizar nossa investigação tendo como enfoque o conceito de área de superfícies planas, pretendemos compreender melhor os aspectos associados ao estudo dessa grandeza no ensino fundamental.

Objetivos

Nosso objetivo com este trabalho é apresentar uma abordagem para o tratamento do conceito de área de superfícies planas que enfatize suas principais características e não apenas o cálculo. Pretendemos analisar se uma abordagem utilizando estimativas e aproximações contribuem para o aprendizado desse tema importante. As seguintes hipóteses guiaram nossos estudos:

- Uma sequência de atividades utilizando estimativas e aproximações pode ampliar a compreensão sobre o processo de medida de área?
- A exploração de procedimentos de cálculo de área de figuras irregulares contribui significativamente para o aprendizado do conceito de área?

Aspectos teóricos e metodológicos

Os pesquisadores Lima e Belleimain (2010) enfatizam que há mais de dez anos diversas recomendações curriculares para o ensino fundamental, bem como livros didáticos, têm valorizado o ensino das Grandezas e Medidas. Uma contribuição importante para as investigações do processo de ensino e aprendizagem da noção de área encontra-se no trabalho de Douady e Perrin- Glorian (1989, apud Lima, 2004), no qual essas pesquisadoras francesas, com o intuito de construir um processo de aprendizagem para o conceito de área de superfície plana distinguem, três quadros: o quadro geométrico (superfícies planas), o quadro numérico (medidas das superfícies planas) e o quadro das grandezas (classes de equivalência de superfícies de mesma área). Segundo as pesquisadoras (1989, p. 389), “um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações”.

A estimativa em cálculo e medida é uma competência matemática que vem sendo incorporada gradativamente no currículo de matemática da Espanha desde os anos oitenta de acordo com Segovia *et al.*, (1989). Desde essa década e especialmente nos Estados Unidos, tem-se realizado muitas investigações sobre o tema tentando esclarecer os elementos que caracterizam a estimativa assim como uma forma de incluí-la no currículo.

Para Albarracín, Gorgorió e Pizarro (2016, pg. 94): “uma estimativa de medida é atribuir perceptivamente um valor ou um intervalo de valores em uma unidade correspondente a uma grandeza discreta ou contínua por meio dos conhecimentos prévios ou por comparação indireta de algum objeto auxiliar”. Portanto, a estimativa de

medida é baseada em três componentes fundamentais: atribuir um valor numérico com a unidade correspondente, realizar a tarefa perceptivamente e a relação da percepção com os conhecimentos prévios, isto é, com base em uma referência.

A obsessão por respostas exatas a qualquer preço leva a cálculos desnecessários e impede as pessoas de adquirirem experiências e confiança em juízos de estimação. Para Usiskin (1986, *apud* Segovia *et al.*, 1989), uma instrução dedicada apenas a produzir respostas únicas perde outras faces da matemática e passa uma visão distorcida desta ciência e do seus usos.

Portanto, o ensino escolar deve abarcar este duplo caráter da matemática, exato e aproximado, e deve proporcionar aos estudantes atividades que lhes permitam apreciar em que circunstâncias convêm utilizar uma ou outra.

Nosso estudo terá como abordagem metodológica o Design Experiment. Essa metodologia surgiu por volta de 1970 nos Estados Unidos. Segundo Karrer (2006) o modelo surgiu da necessidade de validar pesquisas por meio de modelos que não fossem de outras áreas como: psicologia, epistemologia e filosofia. Além disso, preencheu uma lacuna entre a prática da pesquisa e a prática de ensino. Esse método de investigação tem como objetivo compreender como os estudantes aprendem, buscando meios para apoiar tal aprendizagem, bem como avaliar se os meios utilizados contribuíram no desenvolvimento dessa aprendizagem no decorrer do processo.

Uma característica importante de um Design Experiment é que o pesquisador, após cada aplicação de atividade, faça a análise da mesma e identifique quais modificações são necessárias para atingir o objetivo específico daquela atividade, revelando assim o caráter cíclico dessa metodologia.

A expressão Design Experiments é traduzida por Barbosa e Oliveira (2015, pg. 527) como “pesquisa de desenvolvimento” e referem-se aquelas “investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema, à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e repercussões”. Por delineamento, entende-se a elaboração do artefato em sua primeira versão; o desenvolvimento refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática.

A pesquisa de desenvolvimento envolve a geração de um produto educacional que pode ser um material didático ou software educativo. Portanto é caracterizada como um tipo de pesquisa de intervenção. Essa modalidade, de acordo com Barbosa e Oliveira (2015), é apresentada como resposta às críticas de

que a pesquisa educacional tem tido pouca relevância para enfrentar os problemas educacionais.

Segundo Cobb *et al.*, (2003), Design Experiments possui algumas características relevantes como: de proporcionar o desenvolvimento de modelos ou teorias que apoiem a aprendizagem dos alunos; de investigar possibilidades de diferentes formas de aprendizagem e trazer para os estudantes uma nova abordagem de estudo diferente da convencional, praticada na maioria das escolas; de possuir um caráter cíclico e flexível que possibilita aos pesquisadores fazer análises sobre suas conjecturas durante todo o processo; o pragmatismo, pois as atividades estão relacionadas a um domínio específico.

Desenvolvimento e planejamento

Para a construção do trabalho de pesquisa que tem como tema: “Estimativa em sala de aula: o caso do conceito de área no ensino fundamental” foi feita uma pesquisa e leitura bibliográfica sobre o assunto. Pretendemos, agora, realizar uma pesquisa de campo, com atividades que exijam a habilidade de estimar medidas, em particular, área de superfícies planas. Também será observada a produção dos alunos nas atividades.

Uma das nossas metas é observar e analisar as concepções dos estudantes no conteúdo das áreas das superfícies planas, quando deparados com uma abordagem que procura explorar as estimativas. Para tanto, vamos elaborar e aplicar um experimento de ensino a estudantes, apoiado nas estimativas, a fim de avaliar a sua influência no processo de conceitualização da noção de área.

Estamos na fase de planejamento do nosso experimento de ensino que será aplicado em uma escola da rede estadual de ensino, ainda a ser escolhida, bem como nas formas de coleta de dados e análise dos resultados, parte importante de um trabalho investigativo. Um conjunto de atividades será aplicado numa turma do 9º ano, pelo fato desses alunos já terem estudado o conteúdo investigado em anos anteriores, provavelmente com outras abordagens. Nas atividades pretendemos abordar situações de comparação, medição e estimativa e produção de áreas, com base nos estudos já realizados.

Considerações finais

A aprendizagem da grandeza área é um processo complexo que requer uma série de conceitos, processos e habilidades como: percepção, comparação, medição e

estimativa, o que permitem ao aluno acessar as várias nuances e representações onde a grandeza área aparece. O ensino tradicional da grandeza área é feito, na maioria das vezes, a partir de uma abordagem aritmética, na qual prioriza-se o cálculo, o uso de fórmulas e as conversões de unidades; as aplicações estão relacionadas, quase que exclusivamente, ao cálculo de áreas de polígonos.

Esperamos que a dissertação possa fornecer um material útil e adequado para o ensino e aprendizagem do conceito de áreas de superfícies planas.

Referências

ALBARRACÍN, L.; GORGORIO, N.; PIZARRO, N. **Caracterización de las tareas de estimación y medición de magnitudes.** In: *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, v. 91, p. 91–103, mar. 2016.

BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A.M.P. **Por que a Pesquisa de Desenvolvimento na Educação Matemática?** In: *Perspectivas da Educação Matemática – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*, v. 8, p.526-546, 2015.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Grandezas e medidas.** Brasília: v. 17, p. 167-200, 2010. (Coleção explorando o ensino – Matemática.)

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/ Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1997

COBB, P. et al. **Design Experiments in Education Research.** *Educational Researcher*, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

DOUADY, R.; GLORIAN, M. J. P. **Un Processus D'Apprentissage du Concept D'Aire de Surface Plane.** *Educational Studies in Mathematics*, n.4, p. 387- 424, 1989.

KARRER, M. **Um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica.** 2006. 435f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LIMA, P. F.; SILVA, M. F. F. **Frações e Grandezas Geométricas:** Um estudo exploratório da abordagem dada pelos livros didáticos. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8, 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004. p. 1-10.

SEGOVIA, I. , CASTRO, E. , CASTRO, E. , & RICO, L. **Estimación en cálculo y medida.** Madrid: Síntesis, 1989. 208p.

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS DO ESTADO DE SÃO PAULO

*Jéssica Rocha Batista*⁹(*jessicar@ime.usp.br*)

*David Pires Dias*¹⁰ (*dpdias@ime.usp.br*)

Resumo: O presente trabalho tem como principal objetivo analisar se e como a educação financeira é tratada na formação inicial dos professores de matemática das Universidades Públicas do Estado de São Paulo. Com esse intuito serão analisadas as atuais grades curriculares dos cursos de licenciatura em matemática e realizados questionários com professores de matemática oriundos dessas Universidades.

Palavras Chave: Educação Financeira, Formação Inicial de Professores de Matemática, Universidades Públicas do Estado de São Paulo.

Abstract: The present work has as main objective to analyze if and how the financial education is treated in the initial formation of the mathematics teachers of the Public Universities of the State of São Paulo and for this purpose will be analyzed the current curricular grades of the degree courses in mathematics and realized interviews with math teachers from these universities.

Keywords: Financial Education, Initial Teacher Training in Mathematics, Public Universities of the State of São Paulo.

Introdução

A ideia deste trabalho surgiu da curiosidade e conseqüente necessidade de analisar se a educação financeira é tratada em cursos de formação inicial de professores de matemática e, caso seja, como tal tema é abordado.

⁹ Mestranda do MPEM do IME-USP

¹⁰ Professor orientador do Departamento de Matemática do IME-USP

Atualmente vivemos imersos em uma oferta de produtos de créditos bancários que facilitam o consumo para os indivíduos, gerando assim uma sociedade de consumidores.

Numa sociedade de consumidores, todo mundo precisa ser, deve ser e tem que ser um consumidor por vocação (ou seja, ver e tratar o consumo como vocação). Nessa sociedade, o consumo visto e tratado como vocação é ao mesmo tempo um direito e um dever humano universal que não conhece exceção. A esse respeito, a sociedade de consumidores não reconhece diferenças de idade ou gênero (embora de modo contrafactual) e não lhe faz concessões. Tampouco reconhece (de modo gritantemente contrafactual) distinções de classe. (BAUMAN, 2007, p.71)

Para que se estabeleça um cidadão crítico e consciente com relação a tomada de decisões financeiras, já que este comumente vive numa sociedade de consumidores, é importante que a educação financeira seja abordada nas salas de aula da Educação Básica. Contudo, tal abordagem pode ficar comprometida se o professor desconhece ou não domina o tema, o que ressalta sua relevância na formação do professor.

Sintetizando, um problema que permeia as pesquisas é a observação de que o professor de matemática não recebe ou pouco recebe uma formação específica em matemática financeira. Pelo fato de o ensino da educação financeira se encontrar em fase de implementação no Brasil, seguindo os exemplos dos Estados Unidos, Europa e Japão, se faz necessário melhorar a formação dos professores que lecionam matemática financeira, objetivando conectar essa disciplina à educação financeira. (TEIXEIRA, COUTINHO, 2015, p.5)

Essa deficiência, pode ser em parte explicada pela ausência de discussões sobre o Educação Financeira, ou mesmo Matemática Financeira, nos cursos de formação de professores, particularmente, nos cursos de licenciatura em matemática.

Este trabalho trata da análise das grades curriculares dos cursos de licenciatura em matemática das Universidades Públicas do Estado de São Paulo, mais especificamente, se existem disciplinas de Educação Financeira ou Matemática Financeira, ou mesmo se tais temas são abordados em algum outro momento do curso. Essa análise será feita por meio de questionários sobre como os temas são tratados, se nas discussões a matemática financeira aparece como uma ferramenta matemática, uma ferramenta de decisão e se são discutidos tópicos como ética, consumo consciente, etc.

Educação e Matemática Financeira

Matemática Financeira e de Educação Financeira, apesar de serem conceitos diretamente relacionados, possuem diferenças importantes que devem ser destacadas.

Dentre as diversas, mas não excludentes, definições de Matemática Financeira destaca-se a que assume que “a matemática financeira é um ramo da matemática aplicada. Mais precisamente é aquele ramo da matemática que estuda o comportamento do dinheiro no tempo.” dada por ARAÚJO (1992), já a Educação Financeira pode ser definida como “a capacidade de fazer julgamentos inteligentes e decisões eficazes em relação ao uso e gestão do dinheiro” GALLERY (2011) ou também como define a OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico).

Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005, p.2)

Cabe portanto ressaltar que uma boa Educação Financeira dificilmente ocorrerá sem os mínimos conhecimentos de Matemática Financeira, mas que o conhecimento de ambas pode contribuir para tomadas de decisões críticas, o que é fundamental para o cotidiano das pessoas.

Nos trabalhos sobre Educação Matemática Crítica, SKOVSMOSE (2008), propõe que por meio do conhecimento o cidadão é capaz de estabelecer uma postura crítica diante da sociedade, portanto conhecimentos sobre Educação Financeira adquiridos na Educação Básica podem contribuir na formação de jovens e adultos críticos e capazes de analisar e tomar decisões frente a sociedade de consumo vigente. De acordo com LELIS (2006), a Educação Financeira é importante, pois abrange informações de como aumentar a renda, reduzir despesas e gerenciar fundos, ou seja, é parte, por exemplo, do conhecimento necessário para fazer uma gestão eficiente e eficaz do próprio dinheiro.

A importância de se abordar temas de Educação Financeira em salas de aula da Educação Básica aumenta a cada dia, não apenas pelo baixo nível de letramento financeiro destacado por HOFFMAN e MORO (2010), como também pelo alto nível de jovens inadimplentes. A preocupação com a literacia financeira que os indivíduos possuem também é foco de órgãos internacionais como a OCDE (2005) que sugeriu a criação de iniciativas sobre o tema de forma que as principais instituições financeiras do Brasil fossem parceiras do Estado na criação de conteúdos com o objetivo de promover a Educação Financeira para a população. Tal prática, sugerida pela OCDE, não é bem

vista por muitos como, por exemplo, CAMPOS, KISTEMANN JR. (2013), já que os conteúdos dessa "alfabetização" financeira podem ser produzidos com o objetivo de estabelecer vantagens para tais instituições e não necessariamente para tornar e formar os cidadãos mais críticos com relação à gestão e uso do dinheiro.

Em 2010 surge a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) uma política de Estado, de caráter permanente, envolvendo instituições financeiras, públicas e privadas, de âmbito federal, estadual e municipal que tem como principal objetivo promover a educação financeira da população brasileira .

Formação inicial de professores de Matemática e análise da grade curricular dos cursos de licenciatura em matemática

Para que o aprendizado da Educação Financeira esteja associado ao cotidiano dos alunos, é necessário que o professor domine o assunto e saiba relacioná-lo ao dia-a-dia dos estudantes, pois o conteúdo ensinado em sala de aula deve estar relacionado com problemas reais e não somente com os conteúdos descritos nos livros didáticos.

A formação dos professores deve possibilitar a superação de simples reprodução dos modelos apresentados no livro didático. Na maioria das vezes, os conteúdos apenas são transferidos sem nenhuma contextualização não ocorrendo a aprendizagem significativa. (PEPPE, 2015, p.3)

A contextualização é importante em sala de aula para que o professor possa aproximar os conteúdos aprendidos durante a sua formação a realidade dos alunos.

Contudo, o ensino de conteúdos de Matemática Financeira dentro da disciplina de Matemática em si não basta para cumprir o papel de formar cidadãos e promover a Educação Financeira se ele não for contextualizado em situações reais ou realísticas, próximas ao cotidiano do educando. (CAMPOS, TEIXEIRA, COUTINHO, 2005, p.564)

Sobre tal espectro, é necessária a capacitação dos professores e portanto fundamental que o tema esteja presente na formação desse professor, em particular o de matemática. Para que o professor de matemática possa trabalhar a Educação Financeira com seus alunos é necessário que este professor esteja preparado e seguro do que aprendeu durante a sua formação para que possa refletir e discutir sobre o tema.

A educação financeira, tão importante para o cidadão, só pode ser ensinada nas escolas por meio de um corpo docente devidamente letrado. Isso implica em que o professor conheça e domine os conceitos de matemática financeira, além de conhecer e aplicar em suas aulas os pressupostos da Matemática Crítica. (TEIXEIRA, COUTINHO , 2015, p.19)

Com base na ideia de que a discussão sobre Educação Financeira, ou pelo menos Matemática Financeira, é necessária durante a formação inicial do professor de matemática pretende-se analisar se este tema está presente nessa formação, seja como uma disciplina específica do curso de licenciatura, seja como conteúdo pertinente a alguma outra disciplina ou atividade prevista na grade curricular.

Para tal análise consultou-se em <http://emec.mec.gov.br>, página do Ministério da Educação, curso de graduação de licenciatura em matemática, gratuitos, na modalidade presencial e de instituições do Estado de São Paulo e como resultado dessa consulta obteve-se as seguintes Universidades: Universidade de São Paulo, Universidade Federal de São Carlos, Universidade Estadual de Campinas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Universidade Federal do ABC e Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Ao analisar a grade curricular estabelecida e vigente dos cursos de licenciatura em matemática de cada uma dessas Universidade em cada um de seus campi, já que algumas possuem cursos de licenciaturas distintos dependendo do campus, verificou-se que somente a grade curricular da UNESP campus Bauru prevê a disciplina Educação Financeira como obrigatória. Nas demais Universidades não consta a disciplina Educação Financeira nem como obrigatória e nem como optativa, mas em algumas existe a disciplina Matemática Financeira ou como obrigatória ou como optativa, como descrito na tabela a seguir.

Instituição de Ensino	Nome do curso	Educação Financeira	Matemática Financeira
Universidade de São Paulo	Ciências Exatas com habilitação em matemática		Optativa
Universidade de Campinas	Licenciatura em Matemática		Optativa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo	Licenciatura em Matemática		Obrigatória no segundo semestre do terceiro ano.
Universidade de São Paulo	Licenciatura em Matemática		Optativa
Fundação Universidade Federal do ABC	Licenciatura em Matemática		

Universidade Federal de São Carlos - São Carlos	Licenciatura em Matemática		Optativa
Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba	Licenciatura em Matemática		
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Bauru	Licenciatura em Matemática	Obrigatória no segundo semestre do primeiro ano.	
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Ilha Solteira	Licenciatura em Matemática		Obrigatória no primeiro semestre do segundo ano até 2015.
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - São José do Rio Preto	Licenciatura em Matemática		Obrigatória no primeiro semestre do terceiro ano.
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Rio Claro	Licenciatura em Matemática		

Atualmente o trabalho está em fase de coleta de informação, através de questionário aplicado aos alunos do curso de licenciatura em matemática na UNESP do campus de Bauru, para posterior análise dos dados obtidos. O objetivo dessa fase é o de obter informações mais detalhadas dos conteúdos ministrados e discutidos na disciplina de Educação Financeira e também reflexões provenientes da mesma. Pretende-se também, futuramente, elaborar um comparativo com alunos oriundos de cursos de licenciatura em matemática de outras Universidades que não fizeram uma disciplina específica de Educação Financeira.

Considerações Finais

Dada a necessidade, importância da abordagem e discussão do tema Educação Financeira na Educação Básica pretende-se que este trabalho consiga, se não salientar a importância de que o mesmo seja tratado na formação inicial do professor, em específico o de Matemática, pelo menos que este consiga evidenciar a diferença entre abordar a Educação Financeira e a Matemática Financeira durante o curso de licenciatura.

Referências bibliográficas

- ARAÚJO, Carlos Roberto Vieira. *Matemática Financeira: uso das mini calculadoras HP12C e HP19BI*. Ed. Atlas, São Paulo, 1992.
- BAUMAN, Z. *Vida para consumo*. São Paulo: Ed. Zahar, 2008.
- CAMPOS, A. KISTEMANN JR., M. A. *Qual Educação Financeira queremos em nossa Sala de Aula*. Revista Educação Matemática em Revista, v.40, p.48-56, 2013.
- CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. Q. S. *Reflexões sobre a Educação Financeiras e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica no III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.17, n.2, pp.556-577, 2015.
- GALLERY, N.; GALLERY, G.; BROWN, K.; PALM, C. *Financial literacy and pension investment decisions*. Financial Accountability & Management. EUA, v. 27, n. 3, p. 286-307, 2011.
- HOFMANN, R. M.; MORO M. L. F. *Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF*. Zetetiké - Unicamp, v. 20, n. 38, jul/dez 2012.
- LELIS, M. G. *Educação financeira e empreendedorismo*. Viçosa, MG: Centro de Produções Técnicas, 2006.
- NETO, ALMEIDA, A. KISTEMANN JR., M. D. I. *Uma experiência com educação financeira de jovens indivíduos consumidores no PRÓBIC-JR-FAPEMIG/UFJF*. Revista Paranaense de Educação Matemática, v.6, n.10, p.223-245, 2017.
- ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *OECD's Financial Education Project*. 2005. Disponível em: <<http://www.oecd.org>>. Acesso em: 30 de agosto de 2017.
- PEPPE, B. L. *Perspectiva da Educação Financeira: uma análise didática*, São Paulo, 2015.
- SKOVSMOSE, O. *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Coleção Perspectivas em Educação Matemática; Ed. Papirus, Campinas, 2008.
- TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. Q. S. *Letramento Financeiro: Um Diagnóstico de Saberes Docentes*. REVEMAT. Florianópolis, v.10, n. 2, p. 1-22, 2015.

Uma proposta de introdução à Álgebra para estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática

Carolina Cavalheiro Crittelli

Orientadora: Profa. Dra. Cláudia Cueva Candido

Resumo

O objetivo deste trabalho de pesquisa é investigar uma abordagem para a introdução à álgebra que contribua para uma aprendizagem significativa por parte de alunos com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. Mais precisamente, essa pesquisa envolve o *design* de atividades que incluem as quatro concepções da álgebra estabelecidas por Usiskin (1995) e que levam em conta o Ensino Multissensorial e a abordagem de assuntos relacionados ao interesse pessoal dos estudantes como meios para a Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1980) por parte desse público específico (FERNANDES; HEALY, 2016). A fim de obter subsídios para o desenvolvimento das atividades, será realizado um estudo bibliográfico a respeito do ensino de álgebra na Educação Básica e, também, acerca das dificuldades de aprendizagem, com uma perspectiva não apenas biológica, mas também histórico-cultural (HEALY e KRANZ, 2012).

Palavras-chave: Álgebra, concepções da álgebra, dificuldades de aprendizagem, *design*, ensino multissensorial, aprendizagem significativa.

Abstract

The purpose of this research is to investigate an approach to an introduction to algebra that contributes to a meaningful learning by students with mathematical learning difficulties history. Precisely, this research involves the activity design including the four conceptions of school algebra of Usiskin (1995), those ones that consider the Multisensory Teaching and the approach of subjects related to the students' personal interests as a resource for the Meaningful Learning (AUSUBEL, 19980) by this specific audience (FERNANDES; HEALY, 2016). To obtain subsidies for the activities development, a bibliographic study about the teaching of basic high school algebra will be conducted, as well as a research on learning difficulties, with biological, historical and cultural perspective (HEALY e KRANZ, 2012).

Keywords: Algebra, conceptions of algebra, learning difficulties, design, multisensory teaching, meaningful learning.

Introdução

Aparentemente, no Brasil, há pouca divulgação de pesquisas que estudam transtornos de aprendizagem, de modo que muitos professores passam anos lecionando sem nunca terem recebido nenhuma orientação quanto a isso. Consequentemente, os alunos que possuem dificuldades sentem-se incapazes intelectualmente e, na maioria das vezes, são deixados de lado por não apresentarem bom desempenho.

Healy e Kranz (2012), em um artigo acerca de pesquisas relacionadas à discalculia, afirmam o seguinte:

Uma vez determinada a amostra de nossa pesquisa, reconhecemos que a mesma é pequena e pouco avançou entre os anos de 2011 a 2013, o que pode ser um indicador da necessidade de mais estudos na área. Também ressaltamos o fato da maioria dos trabalhos serem ligados a outras áreas que não a educação, mesmo sendo a discalculia relacionada à aprendizagem da matemática. (HEALY, KRANZ, 2012, p. 3)

A atitude de buscar o conhecimento desses transtornos, bem como o de estratégias para evitar a desmotivação e a frustração de alunos rotulados por eles, torna-

se fundamental no decorrer da carreira de um professor de Matemática. Para Castelo Branco (2015):

Urge compreendermos esses distúrbios para que possamos tornar mais efetiva a aprendizagem da Matemática por todos aqueles que a encaram como um “desafio intransponível” e se vêem privados da beleza do conhecimento matemático, pois acreditamos que esta ciência pode contribuir de maneira decisiva no bem estar do indivíduo, bem como no progresso da humanidade. (CASTELO BRANCO, 2015, p.2)

Com essa mesma perspectiva, serão exploradas, neste projeto de pesquisa, estratégias eficazes para o ensino de um conteúdo que, para muitos alunos, é o ponto de partida para o fracasso escolar: introdução à Álgebra.

A respeito do uso da álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas, Usiskin (1995) afirma o seguinte:

A Álgebra continua sendo um veículo para resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p.21)

Neste sentido, além de tornar-se ferramenta facilitadora para o tratamento de problemas, a álgebra é conteúdo chave para a compreensão de diversas estruturas na Matemática escolar. Dada a sua importância, não é aceitável que existam alunos desfavorecidos na aprendizagem deste tema.

Objetivo

A partir de pesquisa aplicada, a seguinte questão será explorada: Quais intervenções podem ser feitas para promover um efetivo aprendizado de introdução à álgebra em crianças que apresentam um histórico de dificuldade em matemática?

Primeiramente será exposto um panorama geral de alguns transtornos de aprendizagem, com enfoque na discalculia, ressaltando as características que a definem, bem como certas divergências relativas a seu diagnóstico. Será levantada não apenas a perspectiva médica, mas também a histórico-cultural.

Será realizada, também, uma pesquisa bibliográfica acerca do ensino e aprendizagem de álgebra no Brasil, na qual serão destacadas diferentes concepções, abordagens e particularidades que tornam problemático o ensino e aprendizagem deste tema.

Por fim, será testada uma abordagem do ensino de pré-álgebra, por meio de um conjunto de atividades de aprendizagem selecionadas mediante fundamentação teórica, junto a um grupo de estudantes com histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática.

Motivação

Durante a minha trajetória escolar, tive a oportunidade de vivenciar de perto duas situações que exemplificam a problemática descrita nesse trabalho.

Na primeira série do Ensino Médio, ingressou, na escola em que eu estudava, uma menina com deficiência visual. Tornamo-nos grandes amigas e eu pude observar o seu excelente desempenho em História, Geografia e Inglês. Porém, nas aulas de

Matemática ela se sentia tão deslocada e excluída por não saber o que estava sendo escrito na lousa que, segundo ela, se estivesse acordada ou dormindo durante a aula, não faria a menor diferença. Ela optou então pela alternativa que lhe trazia maior satisfação: dormir.

Naquela mesma sala de aula, encontrava-se uma outra garota que não possuía deficiência, porém o seu percurso de aprendizagem matemática foi ainda pior. Depois de muitos anos de sofrimento, sua família resolveu investigar o que se passava e, em poucos dias, aquele mal todo passou a ter nome: discalculia. Foi a primeira vez que ouvi essa palavra, não fazia a menor ideia do que significava. Para facilitar a nossa compreensão, a definição encontrada por ela foi: “fobia de números”.

A única vantagem que o laudo trouxe para ela foi que, a partir de então, ela tinha o “passe livre” para ter seis na média. O desfecho dessas histórias pode ser expresso com apenas uma palavra: desistência. Desistência por parte das alunas, por parte do professor e, também, por parte da escola, que optou pela maneira mais fácil de lidar com essas situações.

Ao me formar, resolvi fazer faculdade de Matemática, tornar-me professora e, quem sabe um dia, impedir que essas situações se repetissem na vida de outros estudantes.

No entanto, no início de minha prática profissional, descobri que eu tinha mais de um aluno por sala com diferentes laudos e que eu não fazia a menor ideia de como lidar com eles. Permiti que muitos conteúdos fossem deixados para trás sem a verdadeira compreensão por parte deles e atribuí muitas notas baixas.

O conteúdo que mais me intrigou, entre todos que ensinei, foi o de equações do primeiro grau. Eu pensava ser detentora de ótimas estratégias para ensinar tal conteúdo, entretanto, a minha experiência me provou o contrário. Apenas os alunos que já possuíam boas notas em Matemática se apropriaram daqueles conceitos. Ao observar as atividades e avaliações, percebi que, ao contrário do que eu esperava, eu estava excluindo meus alunos que apresentavam dificuldades do processo de aprendizagem.

Motivada pela trajetória pessoal escolar e profissional aqui descrita, decidi aprofundar meus estudos a respeito das dificuldades de aprendizagem existentes, a fim de obter subsídios para lidar com esses alunos e, de certa forma, contribuir com o trabalho de outros professores que, assim como eu, não querem fechar os olhos para essas situações.

Referencial Teórico e metodológico

Esse trabalho de pesquisa será fundamentado na concepção de Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980). Para o autor:

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo. (AUSUBEL, 1980, iv).

Conhecimentos particulares prévios concretizados na mente de um indivíduo são chamados de *conceitos subsunçores*. Para Ausubel (1980), o *subsunçor* vai se modificando à medida que se relaciona com a nova informação, tornando-se mais inclusivo e interagindo mais facilmente com as novas informações recebidas (HUMMES, 2014).

Quando o aprendiz não possui, em sua estrutura cognitiva, *subsunçores* que sirvam de base para novas aprendizagens, ou quando se constata que os *subsunçores*

existentes não são suficientes para que o próximo conteúdo faça sentido, o autor sugere a utilização de organizadores prévios.

As atividades desenvolvidas para a pesquisa aplicada serão baseadas, também, no Ensino Multissensorial, que envolve o emprego de diferentes sistemas sensório-motores na aprendizagem. Esta concepção pode ser um importante instrumento para a aprendizagem de alunos com dificuldades de aprendizagem, uma vez que desempenha papel motivador ou, também, organizador, contribuindo para a Aprendizagem Significativa.

Para Fernandes e Healy (2016), ao se referirem a trabalhos desenvolvidos com deficientes visuais, auditivos, sujeitos com transtornos globais do desenvolvimento ou com transtornos funcionais específicos, tais como transtorno de déficit de atenção (TDA), transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (TDHA) e dislexia, afirmam:

Cabe destacar que acreditamos que as particularidades dos alunos com os quais trabalhamos nos ajudam a ilustrar que não é só o material e as ferramentas semióticas que impactam sobre as práticas que emergem nos cenários. Igualmente importantes são os recursos corporais por meio dos quais as ferramentas e as tarefas são vivenciadas. O emprego de diferentes sistemas sensório-motores proporciona diferentes modos de agir matematicamente e, portanto, diferentes caminhos pelos quais os significados matemáticos podem ser apropriados (FERNANDES; HEALY, 2016, p.45).

A abordagem metodológica que será adotada nesta pesquisa é a qualitativa, que visa a compreender processos, e não resultados. Diferente da abordagem quantitativa, a qualitativa não pretende validar ou invalidar hipóteses pré-estabelecidas, mas sim reconstruir conhecimentos sobre os temas investigados (HUMMES, 2014).

Nessa perspectiva, optou-se pela utilização do *Design Experiments* como metodologia deste trabalho.

Para Cobb et al. (2003), o objetivo do *Design Experiments* é analisar processos de aprendizagem de domínios específicos, não se limitando a uma sequência de atividades, mas envolvendo um sistema complexo e interativo com múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, intitulado *ecologia de aprendizagem*.

Neste tipo de metodologia, faz-se necessário estabelecer algumas etapas. A primeira trata-se da definição da intenção teórica da pesquisa, na qual se torna imprescindível o levantamento bibliográfico. É preciso, também, definir o nível social e intelectual em que os estudantes se encontram. Em seguida, são levantadas conjecturas iniciais acerca do entendimento dos estudantes sobre o domínio a ser trabalhado, sendo desenvolvido um trabalho “piloto”, no qual são definidos o ponto de partida, os elementos da trajetória e pontos futuros do experimento de ensino.

Durante a condução do experimento, são realizadas e testadas conjecturas mais especializadas e, se alguma conjectura inicial for refutada, novas conjecturas podem ser geradas e testadas. (KARRER, 2006). Assim, esta metodologia possui uma característica cíclica, uma vez que o desenho pode ser alterado frequentemente, conforme as informações obtidas nas aplicações.

Considerações finais: resultados já obtidos e próximos passos

Seguindo as etapas estabelecidas na metodologia escolhida, foi realizado, primeiramente, um levantamento bibliográfico acerca do ensino de álgebra e, também, acerca das dificuldades de aprendizagem existentes.

Desse estudo, vale ressaltar a perspectiva de Usiskin (1995) a respeito da álgebra escolar. Para ele, resumir o estudo de variáveis a uma única concepção, implica

simplificar e distorcer os seus objetivos. Assim, ele caracteriza tais concepções de quatro maneiras:

- 4) A Álgebra como generalizadora da aritmética: Nessa concepção, as letras são generalizadoras, ou seja, o papel da Álgebra é o de generalizar padrões numéricos que foram construídos indutivamente na aritmética.
- 5) A Álgebra como estudo de processos para resolução de problemas: Nessa concepção, as letras possuem a função de incógnita, ou seja, as letras representam um valor desconhecido que pode ser encontrado por meio da resolução de equações ou de sistemas de equações. A Álgebra, neste sentido, é utilizada como facilitadora para resolver problemas.
- 6) A Álgebra como expressão da variação de grandezas: Nessa concepção, as letras assumem a função de variável, ou seja, elas não representam apenas um número, mas sim quantidades que podem variar.
- 7) A Álgebra como estudo de estruturas matemáticas: Nessa concepção, as letras são signos arbitrários de uma estrutura estabelecida por certas propriedades, desvinculados de qualquer padrão observado, problema a ser resolvido ou função a ser analisada. Assim, o objetivo da Álgebra é, neste caso, manipular as letras através de regras das operações aritméticas ou de estruturas algébricas mais complexas.

A respeito da classificação de indivíduos com dificuldades de aprendizagem, Moysés e Collares (2013) afirmam:

Nas sociedades ocidentais, é crescente a translocação para o campo médico de problemas inerentes à vida, com a transformação de questões coletivas, de ordem social e política, em questões individuais, biológicas. Tratar questões sociais como se biológicas iguala o mundo da vida ao mundo da natureza. Isentam-se de responsabilidades todas as instâncias de poder, em cujas entranhas são gerados e perpetuados tais problemas. (MOYSÉS; COLLARES, 2013, apud. SME, 2016, p.10)

Dessa forma, a percepção histórico-social dos transtornos de aprendizagem serão levadas em conta nesta pesquisa, uma vez que a intenção não é culpabilizar sujeitos pela sua dificuldade, mas sim, encontrar meios para auxiliá-los a superá-las.

A respeito da continuidade das etapas, ou seja, com a necessidade de encontrar um público específico formado por estudantes com algum transtorno de aprendizagem, buscou-se auxílio do Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem (NAAPA), instituição pública que visa acompanhar práticas educativas que respeitem a diversidade humana, os diferentes modos e potências de aprender.

O NAAPA direcionou a pesquisa para a Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Jean Mermoz, localizada na Chácara Inglesa, em São Paulo. De acordo com os coordenadores da escola, a maioria dos estudantes apresenta intensas dificuldades de aprendizagem, necessitando de uma nova perspectiva de ensino.

Foi disponibilizada uma turma de reforço formada por estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental II. Primeiramente, foi feita uma pesquisa do histórico escolar dos estudantes envolvidos na pesquisa, a partir de uma análise dos boletins. Foram elaboradas, também, duas entrevistas semi-estruturadas, uma a ser realizada com os sujeitos e outra, com os pais ou responsáveis.

Além disso, a fim de obter informações acerca dos *conceitos subsunçores* dos sujeitos da pesquisa, foi elaborada uma atividade diagnóstica, com questões abrangendo conteúdos básicos importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Como foi mencionado, o *design* das atividades deve ser baseado em conjecturas. Assim, foram estabelecidas três conjecturas iniciais e, também, foram elaboradas quatro

atividades que visam o teste de tais conjecturas. As atividades serão pré testadas por um outro público, formado por 34 alunos do 7º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen - SESI Ipiranga.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados serão os seguintes: gravações de áudio, fotografias e produção dos alunos. A análise dos resultados será realizada levando em consideração as variáveis do clima, em comparação com as aulas de reforço tradicionais. Além disso, para verificar a evolução dos alunos, será levada em conta a devolutiva da professora titular e da professora de reforço.

Referências bibliográficas

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

CASTELO BRANCO, Audino. **A Má Temática da DISLEXIA**: Aspectos da utilização da Arte e da Tecnologia na aprendizagem da Matemática por alunos portadores de DISLEXIA. 2015. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2015.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design experiments in education research**. *Educational Researcher*, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

FERNANDES, Solange; HEALY, Lulu. **Rumo à Educação Matemática Inclusiva**: Reflexões sobre nossa jornada. REnCiMa, Edição Especial: Educação Matemática, v.7, n.4, p. 28-48, 2016.

HEALY, Lulu; KRANZ, Cláudia Rosana. **Pesquisas sobre Discalculia no Brasil**: Uma reflexão a partir da perspectiva histórico-cultural. Artigo, 2012.

HUMMES, Viviane Beatriz. **Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau**: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

KARRER, Mônica. **Articulação entre álgebra linear e geometria**: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica. 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo. 2006.

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO. **Caderno de debates do NAAPA**: Questões do cotidiano escolar. São Paulo, 2016. 160 p.

USISKIN, Zalman. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis**. In: COXFORD, A; SHULTE, A. (Org.). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995