UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Prova de seleção para ingresso no 1º semestre de 2025

Nome: ____ RG: _________________

Assinatura: ____

Parte 1 – Cálculo

Questão 1 (1,5 pontos)

Leia a tirinha abaixo e responda ao que se pede:

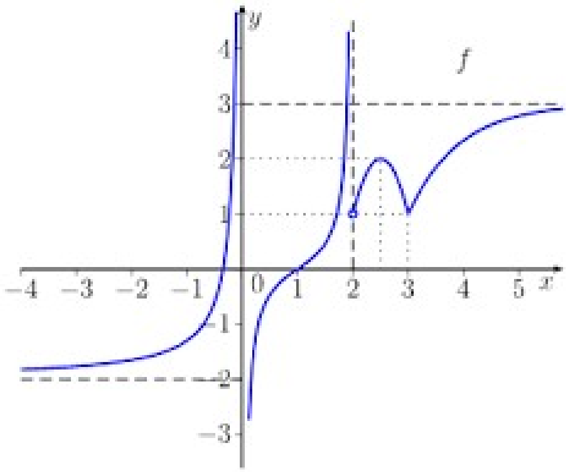
Fonte: https://twitter.com/piadasnerds/status/623462499321417728
Autor: @piadasnerds

(a) Que conteúdo de matemática ensinado na Educação Básica pode ser relacionado ao contexto da tirinha?

(b) Como você utilizaria o recurso à tirinha apresentada para abordar este conteúdo na Educação Básica? Para responder a essa questão, descreva procedimentos, atividades e perguntas que faria em sala de aula para abordar o conteúdo.

Questão 2 (1,5 pontos)

A seguir está representado o gráfico de uma função *f*, sendo seu domínio e imagem subconjuntos de $\mathbb{R}$.



A partir do gráfico, observe o comportamento da função para $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, e responda:

(a) Em quais destes pontos a função *f* é contínua? Justifique.

(b) Em quais destes pontos a função *f* não é contínua? Justifique.

(c) Em quais pontos a função *f* não é derivável? Justifique.

(d) Como você explicaria a ideia de continuidade de uma função para uma turma do Ensino Médio?

Parte 2 – Álgebra

Questão 3 (1,5 pontos)

a) Determine todas as soluções em $\mathbb{Z}$ da congruência: $2x \equiv 3 \ (mod\ 5)$. Justifique sua solução.

b) Dê o enunciado do algoritmo da divisão em $\mathbb{Z}$. Descreva o planejamento de uma aplicação deste resultado na abordagem de algum conteúdo do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Questão 4 (2,0 pontos)

As frações, presentes em diversas civilizações antigas, como a egípcia, a babilônica e a grega, foram fundamentais para o desenvolvimento do conceito de número racional. A partir dos conhecimentos sobre números fracionários e do conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z}$ com sua estrutura de anel comutativo, os matemáticos construíram um modelo para o conjunto dos números racionais. No contexto escolar, as frações são introduzidas nos Anos Iniciais e aprofundadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

a) Como você introduziria a relação de equivalência entre frações para alunos do Ensino Fundamental – Anos Finais? Apresente uma atividade envolvendo esta noção fundamental e explique como você a utilizaria para favorecer a compreensão pelos alunos.

b) Um aluno do 7º ano do Ensino Fundamental afirma que $\frac{1}{2} < \frac{2}{5}$, pois $1 < 2$ e $2 < 5$. Como você analisaria essa resposta? E como você discutiria essa resolução com a turma?

c) Seja ≈ a relação binária em $\mathrm{X} = \{(\mathrm{a}, \mathrm{b}) \mid \text{com a, b} \in \mathbf{Z}, \mathrm{b} \neq 0\}$, dada por (a, b) ≈ (c, d) se, e somente se, ad = bc. Mostre que esta relação é uma relação de equivalência e que também satisfaz: se (a, b) ≈ (a’, b’) e (c, d) ≈ (c’, d’), então (ac, bd) ≈ (a’c’, b’d’).

d) Diga o que representam as classes de equivalência do conjunto quociente de X por ≈. Justifique.

Parte 3 – Geometria

Questão 5 (2,0 pontos)

Considere o seguinte enunciado: Dado um triângulo *MNP*, o produto do comprimento de um lado pelo comprimento da altura relativa a esse lado é uma constante *k*.

1. Faça um esboço das situações que precisam ser consideradas em sua aula de Matemática da Educação Básica para abordar essa propriedade. Justifique.

2. Sem usar o conceito de área, faça uma demonstração de uma das situações, enunciando hipótese e tese.

3. Em que ano ou série da Educação Básica você abordaria esse resultado e com qual(is) objetivo(s)? Justifique.

4. Explicite pelo menos dois conhecimentos prévios necessários para que os alunos compreendam essa aula.

Questão 6 (1,5 pontos)

Em aulas de Matemática da Educação Básica, podemos apresentar o segmento áureo de diferentes formas. Aqui estão duas delas.

1ª: Dado o segmento *AB*, o segmento *AC*, com *C* entre *A* e *B*, é chamado segmento áureo de $\overline{AB}$, se o comprimento *AC* é a média geométrica dos comprimentos *AB* e *CB*.

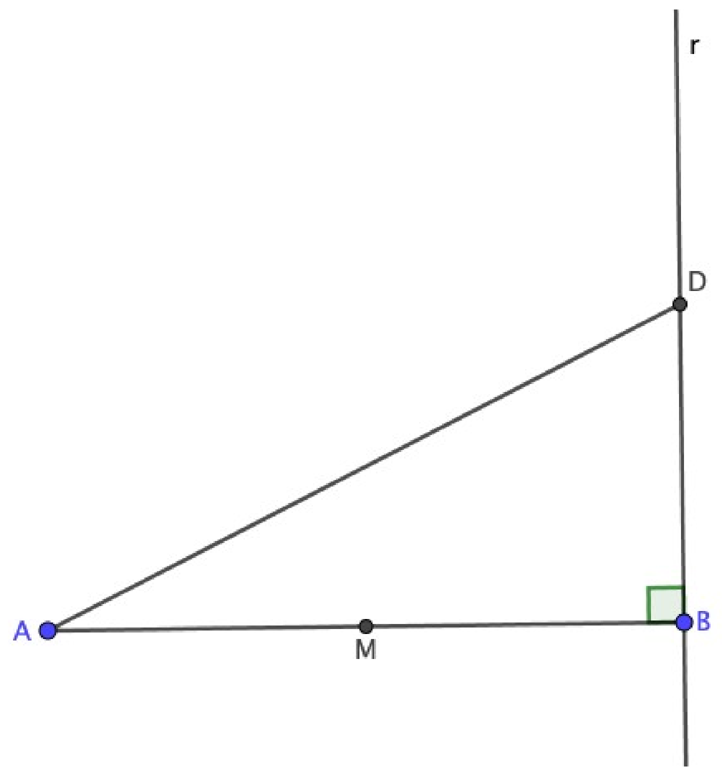
2ª: Dado o segmento *AB*, o segmento áureo de $\overline{AB}$ é o lado do decágono regular inscrito na circunferência de raio $\overline{AB}$.

1) Visando introduzir esse conceito na Educação Básica, em que ano ou série você usaria a primeira definição? E a segunda? Em cada caso, explicite pelo menos dois conhecimentos prévios necessários para que os alunos compreendam essa aula. Justifique.

2) Deduza a expressão do comprimento do segmento áureo no caso da primeira definição.

3) Na figura temos:

- Segmento *AB* arbitrário.
- *M* é ponto médio de $\overline{AB}$.
- A reta *r* é perpendicular a $\overline{AB}$ passando por *B*.
- *D* é ponto da reta *r*, com $\overline{BD}$ congruente a $\overline{BM}$.



Por construção com régua (não graduada) e compasso e deixando os traçados intermediários:

a) Determine o ponto *E* pertencente ao segmento *AD* tal que $\overline{DE}$ é congruente a $\overline{DB}$.
b) Determine o ponto *C* pertencente ao segmento *AB* tal que $\overline{AC}$ é congruente a $\overline{AE}$.
c) Justifique porque $\overline{AC}$ é o segmento áureo de $\overline{AB}$.