MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
EXAME DE ADMISSÃO - 2018-2

NOME: ______________________________

Documento: ______________________________

Parte I: Cálculo (6 pontos).

I.1 (2 pontos) Dada uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, cuja derivada é dada por $f(x) = \frac{|x|}{x}$, para todo $x \in \mathbb{R}^*$(ou seja, $x \neq 0$), decida se as afirmações abaixo são verdadeiras ou não, justificando sua resposta.:

(a) f é contínua em $\mathbb{R}$.

(b) f é crescente em $\mathbb{R}_+$.

I.2 (2 pontos) Um estudante de matemática resolveu um limite da seguinte forma:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = (1+0)^x = 1.$$

Sabendo que existem diversos problemas nessa solução, descreva, justificando, pelo menos dois erros cometidos pelo estudante.

I.3 (2 pontos) Um caixa sem tampa em formato de paralelepípedo deve ser construída com $1,2m$ de altura e volume medindo $2,5m^3$. Sabendo que o custo do material utilizado na base (oposta à face que ocuparia o lugar da tampa) é 1,75 vezes o custo do material utilizado nas faces laterais, determine as dimensões que minimizam o custo de construção da caixa.

Parte II: Álgebra (4 pontos)

II.1 (2 pontos) O Teorema Chinês dos Restos diz quando um sistema de congruências tem solução. Quais são as condições sobre o sistema abaixo para que tenha soluções?

$$\begin{cases} a_1 x \equiv b_1 \mod m_1 \\ \vdots \\ a_n x \equiv b_n \mod m_n \end{cases}$$

II.2 (2 pontos) Como você apresentaria o Princípio da Indução Finita a alunos de ensino médio? Enuncie precisamente este princípio.

Parte III: Geometria (4 pontos)

III.1 (2 pontos) Sejam $\mathbb{S}$ uma circunferência de centro O, P um ponto no exterior de $\mathbb{S}$, $A, B \in \mathbb{S}$, tais que P, A e B sejam colineares, com A entre P e B, e tais que o centro O não esteja na reta PB. Mostre que os triângulos $\triangle POB$ e $\triangle PAO$ são semelhantes.

III.2 (2 pontos) Dadas as medidas dos lados $AB = 1$ e $AC = 2$, e do ângulo $B\hat{A}C = \pi/6$ (ou $30°$), pede-se a medida do lado BC. Um aluno usou o Teorema de Pitágoras e obteve $BC = \sqrt{3}$, argumentando que era um triângulo com hipotenusa AC. Está correta a solução? Se sim, detalhe a argumentação. Se não, como encaminharia o aluno para obter uma solução correta?