

Prova de Seleção para o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Turma de 2016 - 07/11/2015

Nome: _____

Documento: _____

PARTE I: CÁLCULO

(1) (2,0) Identifique quais afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas. Justifique as respostas.

a) $\frac{1-x}{x} < 1 \Leftrightarrow 1-x < x \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x$

b) $||x| - 2| \leq |x - 2|$, para todo $x \in \mathbb{R}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(7x)}{x} = 7$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)^{\frac{1}{\ln x}} = 1$

(2) (2,0) A quantidade de uma substância na corrente sanguínea em função do tempo t , dado em horas, após sua ingestão é dada, em mg, por

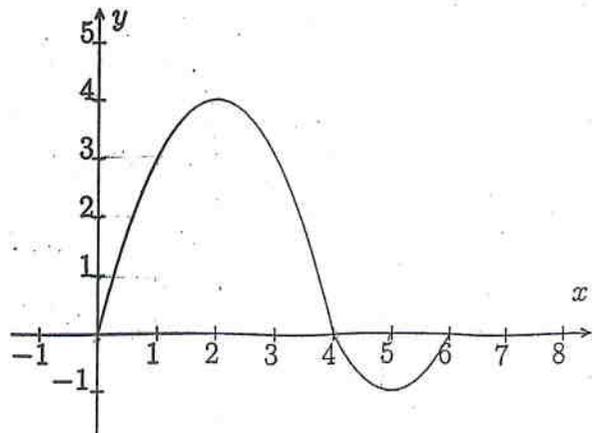
$$Q(t) = 20(e^{-t} - e^{-2t})$$

- a) Esboce o gráfico de Q , indicando os intervalos de crescimento e decrescimento, pontos críticos e de inflexão e os limites necessários.
- b) Em que instante a quantidade de medicamento na corrente sanguínea é máxima? Qual é essa quantidade máxima?

(3) (2,0) Considere uma função contínua $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico está representado ao lado.

Seja $A(x) = \int_0^x f(t) dt$, para $x \in [0, 6]$.

Quais afirmações abaixo a respeito de A são verdadeiras? Quais são falsas? Justifique as respostas.



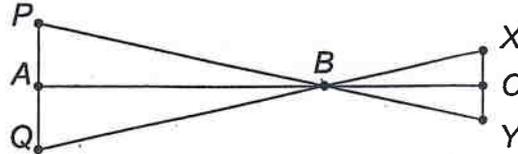
- a) A é crescente em $[0, 4]$
- b) $A(x) \geq 0$, para todo $x \in [0, 6]$
- c) $A(6) = 0$
- d) $A'(4) = 0$

PARTE II: GEOMETRIA

(1) (2.0)

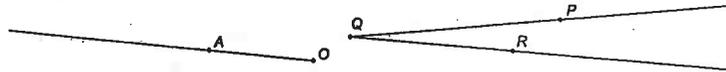
- a) Enuncie o Postulado das Paralelas.
- b) Na figura, os pontos A , B e C são colineares, $AP = AQ$, $BP = BQ$, $BX = BY$ e $CX = CY$.

Demonstre que \overline{PQ} é paralelo a \overline{XY} . Justifique as suas afirmações, enunciando resultados, critérios de congruência e de semelhança, que forem eventualmente utilizados.



(2) (2.0) Os gregos antigos usavam apenas régua não graduada e compasso para as construções geométricas. Descreva as construções com régua não graduada e compasso, solicitadas abaixo, e justifique porque elas estão corretas.

- a) A mediatriz de um dado segmento \overline{AB} .
- b) O transporte de um ângulo agudo dado, a partir de uma semirreta \overrightarrow{OA} .



- c) O arco capaz de visualizar um dado segmento \overline{AB} sob um ângulo agudo dado.



PARTE III: ÁLGEBRA

(1) (2,0) Dado que $x = 13$ é uma das soluções do sistema de congruências

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{6}$$

$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

determine todas as soluções desse sistema. Justifique sua resposta.

(2) (2,0) Considere os polinômios $p(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ e $q(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$. Obtenha $\text{mdc}(p(x), q(x))$ e $\text{mmc}(p(x), q(x))$.