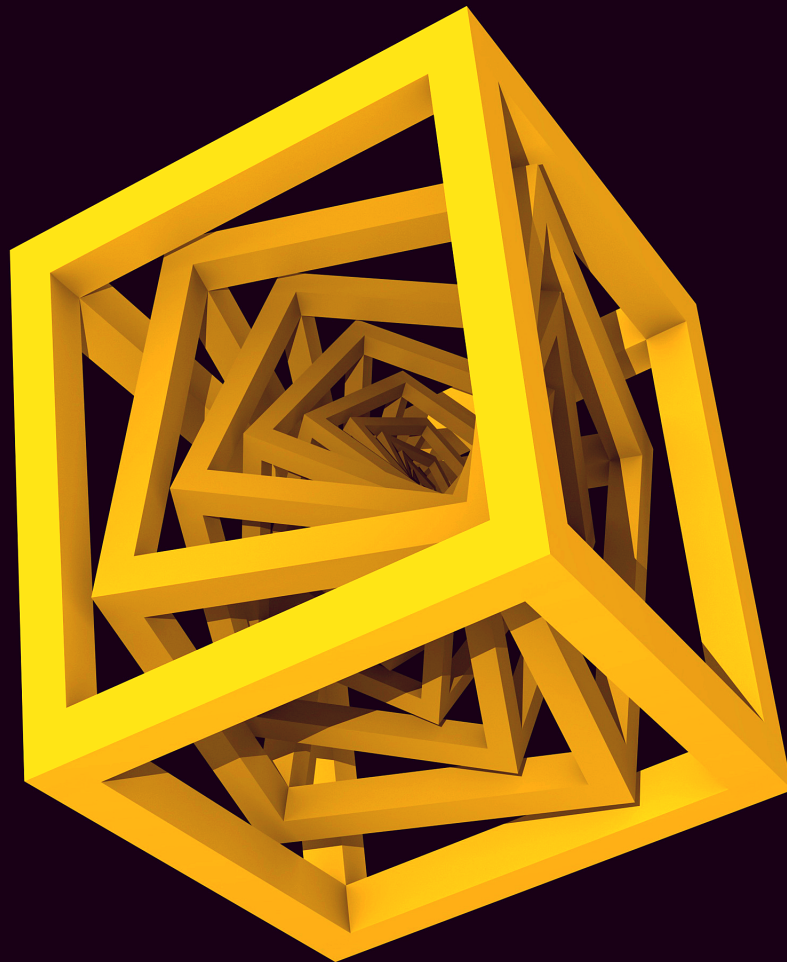


# ANAIS

## 5º ENCONTRO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA - 2018

Organizadores:

**DAVID PIRES DIAS  
RICARDO BIANCONI**



O Encontro promove as atividades e produções do  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de  
Matemática

---

Universidade de São Paulo - USP  
Instituto de Matemática e Estatística - IME

David Pires Dias  
Ricardo Bianconi  
**Organizadores**

**ANAIS**

**5º Encontro do Mestrado Profissional em  
Ensino de Matemática**

*São Paulo, SP, Brasil, 18 e 20 de setembro de 2018*

São Paulo  
IME-USP  
2019

**Universidade de São Paulo  
Instituto de Matemática e Estatística  
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

**Reitor**

Prof. Dr Vahan Agopyan

**Vice-reitor**

Prof. Dr. Antonio Carlos Hernandez

**Diretor do Instituto de Matemática e Estatística**

Prof. Dr. Junior Barrera

**Organizadores**

Prof. Dr. David Pires Dias

Prof. Dr. Ricardo Bianconi

**Diagramação, normalização e capa**

Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra

E56 Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (5. : 2018 : São Paulo, Brasil).  
Anais [do] 5º Encontro do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, São Paulo, SP, Brasil, 18 e 20 de setembro de 2018 [recurso eletrônico]. / organizadores David Pires Dias, Ricardo Bianconi. -- São Paulo : IME-USP, 2019.

ISBN: 978-85-88697-33-1 (e-book)

Modo de acesso: <<https://www.ime.usp.br/posempmat/encontros>>

1. Matemática – Estudo e Ensino (Congressos). I. Dias, David Pires, org. II. Bianconi, Ricardo, org. III. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.

CDD: 510.7

Catálogo na Fonte pelo Serviço de Informação e Biblioteca Carlos Benjamin de Lyra.  
Elaborada pela bibliotecária Maria Lucia Ribeiro – CRB 8/2766.

Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde que citada a fonte.  
Proibido qualquer uso para fins comerciais.



## Sumário

Apresentação.....	4
Cronograma de Atividades do Evento .....	5
Padrões geométricos em pavimentações do plano: uma experiência com professores de matemática.....	6
O vídeo como recurso didático no ensinode probabilidade .....	14
Uma proposta de introdução ao conceito de igualdade para o ensino de equações com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem.....	23
O currículo de Matemática no Estado de São Paulo (2008): uma construção histórica.....	32
Competições matemáticas baseadas em resolução de problemas: contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica .....	36
Ensino de variáveis estatísticas a partir de uma abordagem de currículo em espiral .....	44
Área e perímetro: um estudo sobre falsas concepções de alunos concluintes da educação básica.....	54

## **Apresentação**

O programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) do IME-USP iniciou suas atividades em agosto de 2012. Seu objetivo é contribuir para o ensino de matemática na educação básica, complementando a formação do professor.

O 5º Encontro do MPEM foi realizado nos dias 18 e 20 de setembro de 2018 e contou com a participação de estudantes e orientadores. O encontro proporcionou uma reflexão sobre as atividades e a produção acadêmica desenvolvidas no programa.

Os estudantes, em fase adiantada no trabalho de dissertação, se inscreveram para apresentar seus resultados. Para este encontro recebemos quatro inscrições e organizamos as apresentações em comunicações orais de 30 minutos cada, incluindo o tempo de comentários e discussão. O ambiente participativo de todos os presentes contribuiu para que os apresentadores recebessem inúmeras sugestões para a continuidade de sua pesquisa. Também, para os estudantes presentes que não apresentaram trabalho, foi uma oportunidade para buscar temas e ideias para o desenvolvimento de suas dissertações.

O encontro foi encerrado com uma plenária, de estudantes e orientadores, discutindo diversos aspectos do programa. Entre os assuntos tratados tivemos: avaliação do programa, esclarecimentos sobre questões regimentais, relação de disciplinas oferecidas, oferta de disciplinas no verão, prazos e exames regimentais, modificação nas datas dos seminários periódicos do programa, etc.

Nos anais trazemos os trabalhos apresentados, todos em forma de texto e assim como foram entregues pelos autores.

Agradecemos a contribuição de todos os participantes.

David Pires Dias e Ricardo Bianconi

## Cronograma de Atividades do Evento

### Terça-feira (18 de Setembro de 2018)

**14h00 Abertura – Auditório Jacy Monteiro**

**14h10 Apresentações – parte I**

**Vitor Hugo Santo** (*Ana Paula Jahn*)

Título: “Espelhos, Caleidoscópios e Pavimentações do Plano: um estudo com professores baseado em cinco práticas para a orquestração de discussões matemáticas produtivas na sala de aula”.

**Thiago Picos de Moraes** (*Marcos N. Magalhães*)

Título: “O vídeo como recurso didático no ensino de probabilidade”.

**Willian Pereira Barreto** (*Ana Paula Jahn*)

Título: “Secções Cônicas na Educação Básica: recursos didáticos em uma plataforma interativa”.

**Carolina Cavalheiro Crittelli** (*Cláudia Cueva Candido*)

Título: “Uma proposta de introdução ao conceito de igualdade para o ensino de equações com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem”.

**15h50 Intervalo – Café.**

**16h10 Respostas do questionário avaliativo** (Fernando Lima / Willian P. Barreto).

**16h40 Reuniões paralelas:** Estudantes (Aud. Jacy Monteiro). Orientadores (Sala B1).

### Quinta-feira (20 de Setembro de 2018)

**14h00 Apresentações – parte II – Auditório Jacy Monteiro**

**Rodrigo Batista de Oliveira** (*Antonio Carlos Brolezzi*)

Título: “A proposta curricular de Matemática no estado de São Paulo: construção histórica e participação de Nilson José Machado”.

**Adriana Martinez Grimaldos** (*Ana Paula Jahn*)

Título: “Competições Matemáticas baseadas em resolução de problemas: contribuições para o Ensino e Aprendizagem da Matemática na Educação Básica”.

**Diana Ferreira** (*Viviana Giampaoli / Elisete da C. Quintaneiro Aubin*)

Título: “Ensino de variáveis estatísticas desde uma abordagem de Curriculum em espiral”.

**Fernando Lima** (*Vera Helena Giusti de Souza*)

Título: “Área e Perímetro: Um estudo sobre falsas concepções de alunos”.

**Camilla de Sylos Moreno** (*Iole de Freitas Druck*)

Título: “Os princípios da Educação Matemática Realística na prática do professor”.

**16h00 Intervalo – Café.**

**16h20 Reunião geral:** Informes gerais. Avaliação do programa, sugestões e críticas.

# Padrões geométricos em pavimentações do plano: uma experiência com professores de matemática

Vitor dos Santos <sup>1</sup>, Ana Paula Jahn <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestrando do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP - vitorhm17@gmail.com

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora - anapjahn@gmail.com

**RESUMO:** A partir deste trabalho buscamos dar condições a professores de se apropriarem de alguns conceitos de Geometria Plana e explorar as formas de integrá-los em suas práticas. Para tanto, foi organizada uma ação formativa figurada em um curso de atualização para professores de diferentes níveis de Ensino, visando compreender e explicitar o potencial de uma abordagem de ensino focada no experimental e inspirada nas cinco práticas para a orquestração de discussões Matemáticas.

**Palavras-chave:** Pavimentações do plano. Caleidoscópios. Práticas docentes. Educação Matemática.

**ABSTRACT:** With this research we seek to give the teachers conditions to appropriate of some Plane Geometry concepts and explore the ways to integrate them in their use. Therefore, was organized an figurative teaching practice in a updating course for teachers with different levels of education, looking to understand and to make explicit the teaching approach focused on experimental and inspired on the five practices to the orchestration of Mathematical discussions.

**Keywords:** Plane tessellations. Kaleidoscope. Teacher practices. Mathematics education.

## 1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

As lacunas na formação em Geometria estão presentes tanto nas escolas de Educação Básica como em grande parte das instituições de Ensino Superior e existem por inúmeras razões. Momentos marcantes na história do Ensino de Matemática como o Movimento da Matemática Moderna, na década de 60, que levou a enfatizar-se o ensino de Álgebra em detrimento da Geometria – o Ensino de Geometria limitou-se, neste período, a compreensão de figuras e transformações como conjuntos de pontos do plano representadas pela linguagem da Teoria dos Conjuntos –, tiveram grande impacto nos currículos e livros didáticos brasileiros. Na sequência, houve um momento em que a legislação – na década de 70 – deu às escolas mais autonomia para definirem seus

programas curriculares e, novamente, a Álgebra foi enfatizada. Com isso, era comum que professores de Matemática passassem a optar por lecionar menos tópicos de Geometria ou mesmo a evitá-los, dado que sua formação não lhes dava subsídios suficientes para lecionar esse tipo de conteúdo em sala de aula (MARTINS, 2003).

Entretanto, o estudo dessa parte da Matemática tem uma importância inegável na construção do conhecimento Matemático que foi reconhecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) e em outros documentos curriculares. Dessa forma, podemos perceber que existem esforços para manter a Geometria em todos os anos da Educação Básica e que estes vêm se intensificando, combatendo assim, a negligência do Ensino desse assunto, que ocorre nas escolas brasileiras, sobretudo as públicas. As causas desse problema estão relacionadas com a carga curricular excessiva, a uma formação de professores insuficiente e a diversas medidas governamentais caracterizadas desde o início do século XX (PAVANELLO, 1993).

Muitos professores reconhecem que a Geometria é fundamental para o desenvolvimento do conhecimento matemático ao longo da Educação Básica e que ações realizadas com materiais concretos ou manipulativos têm uma influência significativa no desenvolvimento de visão espacial, de noções de perspectiva, capacidade de medição, experimentos físicos, entre outros (SILVA; SILVA, 2014). Entretanto, é comum haver certa insegurança ou mesmo dificuldades no ensino de Geometria nessas perspectivas.

Em vista desta necessidade de aperfeiçoamento do Ensino de Geometria e, sobretudo, da formação de professores de Matemática optamos por trabalhar com o tema pavimentações do plano. Uma das principais motivações para essa escolha refere-se a um projeto de ensino desenvolvido no final da Graduação (como trabalho de conclusão de curso) intitulado «Pavimentação do Plano usando Espelhos Planos e Caleidoscópios». Nesse contexto, elaboramos uma sequência de atividades de Geometria relacionadas ao estudo das propriedades de reflexões em retas e pavimentações do plano com polígonos que foram, posteriormente, testadas em oficinas no Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CAEM) e no XX EPEM (SANTOS; JAHN, 2017). Desde o início desse projeto fomos sustentados principalmente – em relação a fundamentação matemática - pelo texto “Descobrimos Padrões em Mosaicos” (BARBOSA, 2005), no qual são enunciadas e demonstradas quais são as pavimentações do plano com polígonos regulares e também são propostas atividades para o Ensino Básico.



## **2 OBJETIVOS**

Nosso objetivo principal é testar e validar um conjunto de atividades concebidas e aplicadas no cuja abordagem é inspirada num curso de atualização de professores de Matemática, cuja abordagem é inspirada nas Cinco Práticas para a Orquestração de Discussões Matemáticas (STEIN; SMITH, 2011).

E, mais especificamente, buscamos: evidenciar em nosso conjunto de atividades, quais os tópicos específicos de Ensino Geometria que, na perspectiva de professores, tem potencial de serem exploradas com essas atividades; colaborar na formação em Geometria das Transformações dos participantes; descobrir formas de como adaptar o estudo das pavimentações do plano para diferentes níveis de Ensino.

## **3 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO**

A metodologia desta pesquisa é de cunho qualitativo, de natureza interpretativa, no qual realizamos um estudo exploratório com professores visando validar nossa sequência de atividades aplicadas por meio de uma abordagem de ensino inspirada nas cinco práticas.

A abordagem das atividades aplicadas e também dos trabalhos finais, intitulados roteiros foi fortemente inspirada nas Cinco Práticas para a Orquestração de Discussões Matemáticas (STEIN; SMITH, 2011), que são, de forma resumida:

1. Antecipar: preparar tarefas, prever erros, determinar expectativas e duração;
2. Monitorar: organização da turma, circular pela sala e intervir com questionamentos;
3. Selecionar: escolher as resoluções elaboradas e as ideias mais criativas dos alunos;
4. Sequenciar: ordenar a exposição de ideias, em complexidade crescente;
5. Estabelecer Conexões: conectar, em conjunto, conclusões e objetivos traçados.

Essas práticas podem ser aplicadas ao se ter, previamente, o conhecimento do currículo a ser trabalhado, preestabelecidos os objetivos de aprendizagem e um plano de todas as tarefas que se pretende apresentar aos alunos.

Nosso principal interesse com esse estudo foi especificar condições, tarefas, recursos e estratégias didático-metodológicas para uma ação de formação que pudesse resultar em subsídios para os professores fazerem uma reflexão de sua prática acerca de tópicos de Geometria, desenvolvendo-se profissionalmente, em especial, desenvolvendo o conhecimento pedagógico do conteúdo, que segundo Shulman (1986, p. 9), compreende: as formas mais úteis de representação das ideias, as analogias mais importantes, as ilustrações, exemplos, explicações, demonstrações, a forma de representar e formular a matéria para a tornar compreensível (SHULMAN apud PONTE, 1994, p. 10).

#### **4 DESENVOLVIMENTO DO CURSO E RESULTADOS JÁ OBTIDOS**

O curso que oferecemos e que constituiu o contexto para a coleta de dados do nosso estudo exploratório intitulou-se *Geometria Plana: Pavimentações do plano a partir de Espelhos e Caleidoscópios* (CAEM-IME-USP, 2018) no qual buscamos contribuir na formação de professores, desenvolvendo a sua autonomia em produzir e planejar atividades, além da criação de estratégias para o uso de diferentes instrumentos e materiais manipuláveis relacionados a situações de aprendizagem de Geometria.

Em cada um dos encontros, foram trabalhados tópicos específicos a partir de um conjunto de atividades, realizadas em grupo ou individualmente. Podemos descrever o material que compõe os dados coletados para a pesquisa como: para cada encontro participado, os professores escreveram em seu diário de bordo; todos os registros das atividades realizadas que foram entregues; foram elaborados roteiros de atividades aplicadas nas salas de aulas dos participantes; foram feitas apresentações no início e no final do curso. As apresentações do trabalho final do curso iniciaram-se no encontro 8 e se encerraram no encontro 9 (encontro extra para apresentações).

Todas as atividades são compostas por diversos itens e foram realizadas a partir de discussões. A Figura 1 ilustra como os encontros foram contextualizados a partir das atividades: temos o início da Atividade 5 com a apresentação de uma definição de pavimentação e duas questões. Na resolução, os professores utilizaram materiais

cedidos pelo CAEM, tais como régua, compasso, diversos polígonos regulares em peças de acrílico que foram utilizados não apenas nessa atividade, mas em várias outras.

**Figura 1** – Atividade 5: Pavimentações de um único tipo

Para efeito das atividades de pavimentações do plano, ampliaremos a definição de polígono P: o **interior** da região delimitada por P faz parte do polígono.

Compreendemos uma **pavimentação** do plano:

- 1) Ao redor de cada vértice há um agrupamento de polígonos dispostos lado a lado, com todos os lados congruentes, de forma a não sobrar lacunas e nem haver sobreposições.
- 2) A composição de polígonos ao redor de todos os vértices no plano são todas iguais ou alternadamente iguais.

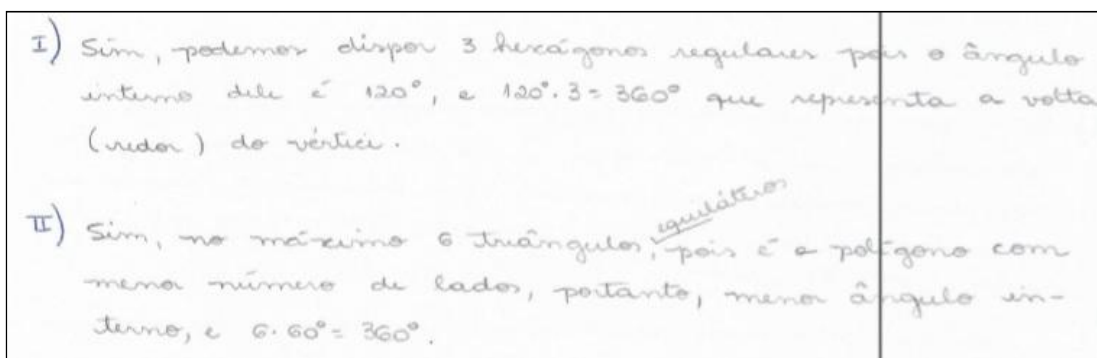
I - Existe uma quantidade mínima de polígonos regulares que podem ser dispostos ao redor de um vértice? Justifique (dica: pense em como são os ângulos internos de polígonos regulares).

II - Existe uma quantidade máxima de polígonos regulares que podem ser dispostos ao redor de um vértice? Justifique.

Fonte: elaborado pelos autores (SANTOS; JAHN, 2018).

As respostas das tarefas foram formuladas pelos professores a partir da investigação de conjecturas levantadas por meio da manipulação dos materiais, de desenhos representativos e de discussões coletivas, orientadas pelos formadores (autor desta comunicação e sua orientadora), sempre buscando a explicitação das elaborações, resoluções e construções dos participantes, inclusive fazendo representações na lousa e pedindo que os professores participantes explicassem, justificassem e demonstrassem suas ideias, matematicamente. Na Figura 2 podemos observar que, mesmo com os diversos meios utilizados para resolver os problemas, a resposta por escrito (sem discussão das heurísticas utilizadas) é o principal registro.

**Figura 2** – Atividade 5: Respostas



Fonte: elaborado pelos autores (SANTOS; JAHN, 2018).

Além das atividades de cada encontro, cada professor participante foi acompanhado e avaliado pela entrega de um Roteiro, no qual devia(m) constar alguma(s) das atividades vivenciadas no curso. Junto a essa atividade, havia o plano de aula, cujos elementos, além do objetivo global, conteúdo e tempo de duração, eram:

1. Descrição e Enunciados: questões a serem trabalhadas e intervenções previstas;
2. Expectativas de Aprendizagem: o que se espera, principais dificuldades e ações;
3. Possibilidades de Resoluções: comuns e incomuns;
4. Objetivos de Aprendizagem: noções, conceitos, técnicas e habilidades;
5. Propostas de Continuação: tarefas para uma sequência didática.

Realizada essa experiência, cada professor – com base na aplicação em sua(s) turma(s) – elaborou um relatório de aplicação, destacando o que foi discutido e as intervenções necessárias e, por fim, uma conclusão descrevendo se e como os objetivos foram alcançados.

Dentre estes, haviam professores que lecionavam na Educação Básica e Superior. Os roteiros trazidos por cada um foram bem diferentes e é importante ressaltar que dois dos professores participantes não conseguiram aplicar as atividades, mas todos apresentaram um plano de aula adequado aos critérios estabelecidos.

Ao analisarmos não apenas as conclusões dos roteiros, mas também os resultados das principais atividades propostas como, por exemplo, a criação de bases para a produção de pavimentações com o caleidoscópio, podemos afirmar que tanto a prática dos professores participantes como a nossa (enquanto professores) foi

modificada no sentido de valorizar a “conquista” de um teorema, ao conseguir enunciá-lo, demonstrá-lo e justificá-lo, a partir de um problema colocado que é, por sua vez, resolvido com diversas heurísticas desenvolvidas em experiências concretas. Neste exemplo podemos destacar que percebemos que existem diversas justificativas que explicam porque determinada figura forma certo tipo de polígono.

Podemos dizer que os dados coletados são compostos por instrumentos diversificados, em particular as produções dos professores em torno das atividades propostas, relato de cada encontro no diário de bordo (especificando os pontos positivos e negativos de cada etapa proposta), roteiro composto por plano de aula, atividades aplicadas e um relatório de experiência em sala de aula, questionários (inicial e final) e videogravação de algumas duplas selecionadas em função de alguns critérios de formação e experiência profissional.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PRÓXIMOS PASSOS**

Desde já, as produções dos professores nos fazem crer que o impacto do curso, em sua formação, se deu em aspectos importantes, sobretudo compreender o que é uma transformação do plano, justificar ideias do pensamento geométrico e trazer elementos de Geometria para a sala de aula a partir do uso de materiais concretos. Inclusive, após o encerramento do curso, alguns professores solicitaram uma continuação do curso, mostrando que estão instigados a continuar aprimorando-se no Ensino de Geometria.

Quando acompanhamos alguns dos professores durante a aplicação de seus roteiros e ao lermos seus relatórios de aplicação, pudemos perceber nitidamente como eles passaram a fazer uma nova reflexão sobre sua prática e, em especial, uma professora afirmou que “aquilo que se movimenta na discussão é mais importante que a quantidade de atividades realizadas.”, ela também questionou sobre quais dos enfoques em disciplinas de Geometria no curso de Licenciatura de Matemática podem surtir maiores efeito na formação dos futuros professores de Educação Básica.

É necessário ressaltar que inicialmente planejamos aplicar o curso sustentados pelas *Cinco Práticas*, entretanto não seguimos essa concepção, pois oferecemos aos professores apenas alguns exemplos e uma discussão para conduzi-los no roteiro.

O próximo passo é fazer a análise das atividades realizadas por todos para descrever o cenário global do curso na perspectiva dos professores e, em particular,

fazer uma análise mais refinada das produções de dois deles. Essa etapa está em andamento.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. M. **Descobrendo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual Editora, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2000.

MARTINS, R. A. **Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais**. 2003. 246 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2003. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91156>>. Acesso em: 29 set. 2018.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 1, n. 1, p. 1-17, jan./dez. 1993.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, v. 31, p. 9-12, 1994.

SANTOS, V. H. M.; JAHN, A. P. Pavimentações do plano com espelhos e caleidoscópios. *In*: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2017, São Paulo (SP). **Anais [...]**. São Paulo: Universidade da Cidade de São Paulo (UNICID), 2017. p. 446-452.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2012. 72 p.

SHULMAN, L. Those who understand knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SILVA, A. B.; SILVA, L. B. Educação e Desenvolvimento na Perspectiva do Direito à Educação: O Currículo de Geometria e a Formação do Professor de Matemática. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL EM PERNAMBUCO, 2014, Garanhuns (PE). **Anais [...]**. Garanhuns (PE): Fundação Joaquim Nabuco, 2014.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. **NCTM - National Council of Teachers of Mathematics: five practices for orchestrating productive mathematics discussions**. Virgínia (EUA): Corwin, 2011.

# O vídeo como recurso didático no ensino de probabilidade

**Thiago Picos de Moraes <sup>1</sup>, Marcos Nascimento Magalhães <sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Mestrando do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP - thiagopicos@gmail.com

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Estatística do IME-USP e orientador - marcos@ime.usp.br

**RESUMO:** A pesquisa apresenta uma reflexão sobre o ensino de probabilidade usando o vídeo como recurso didático. Para isso, pretende-se realizar uma experiência com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola privada de São Paulo. Tendo em vista as atuais necessidades escolares diante de um mundo cada vez mais tecnológico, os pressupostos teóricos relacionados à área de probabilidade e experiências já realizadas anteriormente, será realizada uma proposta de ensino bem como o estabelecimento de critérios para sua análise.

**Palavras-chave:** Vídeo. Probabilidade. Tecnologia. Estatística. Aleatoriedade.

**ABSTRACT:** This article discusses the use of video as a resource for teaching probability. For such, an experiment is intended to be done with elementary school's students from a private school in São Paulo. Considering the current school requirements in a world increasingly technological, the theoretical background of probability studies, and earlier experiences in the area, this article presents a teaching proposal and its method of assessment.

**Keywords:** Video. Probability. Technology. Statistic. Randomness.

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e, mais especificamente, a introdução de conceitos relacionados à probabilidade podem se utilizar das novas tecnologias que, a cada dia, aparecem com mais força no cotidiano dos alunos e na escola. Tendo essa ideia como pressuposto, propõe-se, neste trabalho, abordar o vídeo como recurso didático para o ensino de Probabilidade no segundo ciclo do Ensino Fundamental.

## 2 OBJETIVOS E QUESTÃO DE PESQUISA

O principal objetivo da pesquisa é a elaboração e a execução de uma abordagem para o ensino-aprendizagem de Estatística utilizando recursos tecnológicos que potencializem e amplifiquem essa aprendizagem e que concedam um lugar de protagonismo para o estudante. Para isso, pretende-se desenvolver um projeto para a introdução do conceito de probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental, utilizando o vídeo como recurso.

Os objetivos gerais de pesquisa são: investigar como o vídeo pode ser um recurso didático com potencial para o ensino e elaborar estratégias para facilitar e potencializar a introdução ao conceito de probabilidade em sala de aula.

Dessa forma, os objetivos específicos da pesquisa são:

1. traçar um panorama geral a respeito do atual cenário do ensino de probabilidade, com foco nas dificuldades apresentadas pelos alunos;
2. identificar características do processo de criação áudio visual e compreender as contribuições para a aprendizagem;
3. conceber, desenvolver, experimentar e analisar situações de ensino utilizando o vídeo para introduzir o conceito de probabilidade.

Buscando alcançar os objetivos propostos, constitui-se a seguinte pergunta norteadora deste estudo: *Quais são as contribuições da produção de vídeos para a introdução ao conceito de probabilidade?*

Mais especificamente, pretende-se, ao longo da pesquisa, elaborar uma proposta de experimento que utilize uma das possibilidades de uso do vídeo em sala de aula apresentadas por Moran (1995): o vídeo como produção.

## 3 JUSTIFICATIVAS

As novas tecnologias na educação, o vídeo como recurso pedagógico e o ensino de probabilidade apresentam-se como temas importantes para a área de conhecimento em que essa pesquisa está inserida, conforme descrevemos a seguir. No meio acadêmico, vemos cada vez mais crescente o estudo de tecnologias na educação. Também observamos, nas escolas e nos documentos oficiais, a presença de incentivos ao uso de recursos tecnológicos.



Apesar de, em 1970, a UNESCO ter abordado o uso de tecnologia em uma conferência sobre programas de formação para técnicos do ensino e de a denominação “novas tecnologias da informação e da comunicação” ter surgido na década de 80 (PONS, 1998), vemos ainda, nas escolas, muitos professores com dificuldade de trazer recursos tecnológicos para sua prática docente. Tal dificuldade é justificada ora pela falta de capacitação do uso da tecnologia, ora pela limitação de suportes e recursos na instituição de ensino.

Atualmente, a preocupação com o uso de tecnologia aparece também nos documentos oficiais de educação do Brasil, como nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Neste sentido, vemos constantemente presente a ideia de que a tecnologia pode e deve entrar na prática docente cada vez mais.

As pesquisas que envolvem a utilização e criação de vídeos voltados ao ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos também estão em evidência nos tempos atuais. A utilização de vídeos como recurso didático é explorada desde 2006 pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Rio Claro/SP. Os professores-pesquisadores, coordenados pelo professor doutor Marcelo Borba, desenvolvem projetos e estudam a forma como alunos podem utilizar celulares e outros dispositivos, com a intenção de criar, publicar e compartilhar narrativas que abordem questões do ensino e da aprendizagem de Matemática.

O assunto escolhido para a aplicação do projeto é o ensino-aprendizagem do conceito de probabilidade para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Lopes (2008) considera que, além de permitir uma sólida base para o futuro desenvolvimento de estudos em áreas científicas, a competência em probabilidade é imprescindível no mundo em rápida e constante transformação em que vivemos, pois favorece decisões e a capacidade de fazer previsões.

Assim, temos que o estudo de estatística e probabilidade no Ensino Fundamental tem como objetivos “o desenvolvimento da capacidade de crítica e a autonomia desse aluno para que exerça plenamente sua cidadania, ampliando suas possibilidades de êxito na vida pessoal e profissional” e o “desenvolvimento de habilidades essenciais como a análise crítica e a argumentação” (LOPES, 2008, p. 60).

#### **4 REFERENCIAL METODOLÓGICO**

A metodologia escolhida para o desenvolvimento da pesquisa tem caráter qualitativo que de acordo com Borba (2004), tem se expandido na área de Educação Matemática. Diversos pesquisadores têm validado suas reflexões científicas utilizando diferentes modalidades de metodologia dentro da pesquisa qualitativa. É de interesse desse tipo de pesquisa compreender as atitudes e pensamentos que determinados grupos de pessoas possuem em relação a certos assuntos. Dessa maneira, o olhar é destinado à trajetória e não a um simples resultado. Por enfatizar a qualidade das entidades envolvidas, e não a quantidade, fica estabelecida a impossibilidade de se comprovar ou refutar uma eventual hipótese inicial, tal qual a impossibilidade de estabelecer regulamentações em processos sistemáticos, prévios, estatísticos e generalistas.

Como o objetivo dessas pesquisas é a descrição e compreensão de um fenômeno, verificar-se a validade de pesquisas nessa área é determinar se a mesma possui processos metodológicos coerentes e resultados consistentes. É fundamental a descrição minuciosa dos fatos e a regressão constante nos referenciais teóricos metodológicos. Há grande responsabilidade dos pesquisadores no tratamento dos dados obtidos, envolvendo dessa maneira, intensa preocupação ética.

Em busca de aperfeiçoar e embasar o método de pesquisa, serão realizadas leituras que trarão diferentes concepções de procedimentos metodológicos. Dentre elas estarão: conceitos dos Experimentos de Ensino abordados e descritos por Steffe e Thompson (2000), aspectos relativos à pesquisa-ação explorados por Tripp (2005) e Franco e Amelia (2005), noções a respeito do processo investigativo e colaborativo em sala de aula apresentadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), além da teoria da Pedagogia da Autonomia de Freire (1996).

#### **5 REFERENCIAL TEÓRICO**

Com a finalidade de traçar um panorama geral a respeito do atual cenário do ensino de probabilidade que se trata de um dos objetivos específicos propostos no início do trabalho, pretende-se investigar na literatura quais são as principais dificuldades encontradas em relação à área de probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Até o momento, foram analisados alguns trabalhos e pretende-se realizar outras leituras para aprofundar essa temática.

Há na literatura algumas produções científicas que se propõem investigar diferentes abordagens para a introdução de conceitos relacionados à probabilidade. Oliveira e Cordani (2016) destacam dificuldades mais acentuadas no ensino desse tema do que dos demais tópicos do currículo de Matemática do ensino básico. Tal característica, segundo os autores, é fruto de uma pouca familiaridade e reflexão dos professores com questões envolvendo a incerteza e a variabilidade devido à tardia inclusão da disciplina nos cursos de licenciatura em Matemática.

Batanero (1994) apresenta razões para algumas das dificuldades no ensino-aprendizagem de probabilidade. A correlação de conceitos estatísticos como a probabilidade com o raciocínio proporcional é enunciada como uma dessas razões, pelo fato desse raciocínio ser um conceito difícil em matemática. Além disso, a existência de falsas intuições que os alunos trazem para a sala de aula e a exposição dos conceitos de uma forma altamente abstrata e formal colaboram para a propagação das dificuldades dos estudantes em questões referentes a esse assunto.

O vídeo como recurso didático já foi abordado como objeto de estudo em pesquisas na área de Educação. Moran (1995) discute o uso do vídeo em sala de aula, apontando que essa prática “aproxima a sala de aula do cotidiano, das linguagens de aprendizagem e comunicação da sociedade urbana, mas também introduz novas questões no processo educacional” (MORAN, 1995, p. 1). Outro autor que aparece como precursor da pesquisa com vídeos na educação é Ferrés (1988, 1996) que, no final dos anos 80 já apontava para a utilização enquanto recurso pedagógico e indicava possibilidades de utilização do vídeo em sala de aula. Segundo o autor, a tecnologia do vídeo, quando posta à disposição do aluno, provoca uma ação libertadora, pois os permite a experiência da pesquisa, de se avaliar e de se conhecer. Além disso, permite a rica experiência de uma criação coletiva (FERRÉS, 1996).

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) em seu livro “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática”, traçam um panorama histórico do uso das tecnologias para o ensino da Matemática. Para isso, buscam entender como as inovações tecnológicas têm permeado o ensino, como foram se transformando, que tipo de atividades são realizadas e quais recursos foram utilizados. Sendo assim, ele delimita quatro fases e as descreve detalhadamente, sendo a primeira iniciada na década de 80 e a última referente ao uso das tecnologias atualmente.

É exemplo do interesse em pesquisas utilizando vídeo como recurso dentro da área de Educação Matemática o surgimento do Grupo de Pesquisa em Informática,

outras mídias e Educação Matemática (GPIMEM). Criado a partir da percepção da familiaridade que os jovens possuem ao lidar com vídeos, Domingues e Borba (2018, p. 48) apontam que o grupo busca “pesquisar a produção de vídeos com conteúdo matemático por alunos, buscando entender, dentre outras questões, a maneira com que eles comunicam ideias matemáticas por meio desse artefato digital”. Sendo assim, alunos da educação básica e da licenciatura em Matemática são estimulados a produzir vídeos com ideias matemáticas.

Em relação ao conteúdo trabalhado - no nosso caso, a probabilidade -, tendo em vista que será constantemente revisitado, espera-se uma maior apropriação por parte do aluno. Neste sentido, a criação de um vídeo demandará que ele necessariamente se aproprie do conteúdo para, assim, poder produzir um material claro, coerente e de qualidade.

## **6 RESULTADOS JÁ OBTIDOS**

Com a intenção de aproximação ao tema e experimentar algumas etapas da proposta que mais tarde seria apresentada, foi realizado nos meses de outubro e novembro do ano de 2017 um projeto com o uso de vídeo. Ele foi desenvolvido em uma escola particular da zona oeste de São Paulo, utilizando o vídeo como recurso didático para o ensino de tópicos de Estatística. Na dissertação é relatada essa experiência acompanhada considerações a respeito dos aspectos positivos e negativos observados. Tais observações e análises serão importantes na elaboração da proposta a ser preparada e aplicada nas próximas etapas dessa pesquisa.

A produção do vídeo foi encarada com entusiasmo pela maior parte dos grupos. Para fazer a gravação, alguns grupos optaram por usar o celular enquanto outros usaram tablets. A edição foi realizada de diferentes formas, com o aplicativo iMovie, em dispositivos do sistema IOS, ou com programas de edição, como o Movie Maker, nos computadores. Ao confeccionar o produto final, foi possível observar que os alunos souberam utilizar muitas ferramentas de edição e, além disso, conseguiram lidar com a linguagem audiovisual de maneira bastante adequada e criativa. Foram diversas as produções que desenvolveram suas explicações de maneira oral e utilizaram representações gráficas e figurais durante os momentos de fala.

Para realizar uma análise mais aprofundada dos vídeos produzidos, faz-se necessário o levantamento cuidadoso de critérios de observação. Neste sentido,

pretende-se, para o projeto definitivo dessa pesquisa, elencar esses critérios de maneira mais embasada para que a análise compreenda todas as especificidades e características do vídeo.

## 7 PRÓXIMOS PASSOS

Após a execução da experiência descrita e analisada anteriormente, pretende-se realizar a elaboração e aplicação de uma intervenção nas aulas de Matemática que utilize a confecção de vídeos para promover a discussão e reflexão de ideias que envolvem probabilidade. Essa experiência será realizada com alunos de 8º ano de uma escola particular de São Paulo localizada na zona oeste de São Paulo. Essa execução contará com as seguintes etapas:

Etapa 1: Discussão dos conceitos trabalhados nas aulas de matemática

Etapa 2: Levantamento de critérios para um bom vídeo didático e elaboração de roteiro.

Etapa 3: Gravação e edição do material.

Etapa 4: Apresentação dos vídeos, discussão dos conteúdos apresentados e júri.

Etapa 5: Reelaboração do material e reapresentação para a comunidade escolar.

O cronograma abaixo apresenta, de forma detalhada, as próximas etapas de trabalho.

PERÍODO	ATIVIDADE
Outubro 2018	Aprofundamento de pesquisa: (1) ensino/aprendizagem de probabilidade e (2) potencial didático-pedagógico dos vídeos.
Novembro 2018	Leituras relacionadas às questões metodológicas.
Dezembro 2018	Revisão, alteração e conclusão da proposta de trabalho. Confecção do material a ser utilizado.
Fevereiro 2019	Aplicação da proposta de trabalho.
Março a junho 2019	Análise e avaliação dos dados e resultados coletados.
Julho 2019	Finalização e entrega da dissertação.

## REFERÊNCIAS

- BATANERO, C. *et al.* Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 25, n. 4, p. 527-547, 1994.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1997.
- DOMINGUES, N. S; BORBA, M. C. Compreendendo o I Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 18, p. 47-68, 2018.
- FERRÉS, J. **Como integrar el video en la escuela**. Barcelona: Ediciones CEAC, 1988.
- FERRÉS, J. **Vídeo e educação**. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- FRANCO, S; AMELIA, M. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e pesquisa**, v. 31, n. 3, 2005.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática docente**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- LOPES, C. A. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.
- LOPES, J. M. Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 19, n. 36, p. 75-93, 2012.
- MORAN, J. M. **Leituras dos meios de comunicação**. São Paulo: Pancast. 1993.
- MORAN, J. M. O vídeo na sala de aula. **Comunicação e Educação**, v. 2, p. 27-35, 1995.
- MORAN, J. M. Desafios da televisão e do vídeo à escola. *In*: ALMEIDA, M. E. B; MORAN, J. M. (org.). **Integração das tecnologias na educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2005. p. 96-100.

OLIVEIRA, C. R.; CORDANI, L. K. Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 3, p. 1265-1289, 2016.

PONS, J. P. Visões e conceitos sobre a tecnologia educacional. *In*: SANCHO, J. M. (org.). **Para uma tecnologia educacional**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 50-71.

PONTE, J. P. O Ensino da Matemática na Sociedade da Informação. **Educação e Matemática (APM)**, n. 45, p. 1-2, 1997. Disponível em:  
[http://www.apm.pt/apm/revista/educ45/educ45\\_2.htm](http://www.apm.pt/apm/revista/educ45/educ45_2.htm). Acesso em: 12 out. 2017.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

SANTOS, M. L. **Do giz à era digital**. São Paulo: Zouk, 2003.

STEFFE, L.; THOMPSON, P. Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. *In*: LESH, R.; KELLY, A. E. (Eds.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p. 267-307.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

# Uma proposta de introdução ao conceito de igualdade para o ensino de equações com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem

Carolina Cavalheiro Crittelli <sup>1</sup>, Cláudia Cueva Candido <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestranda do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora - cueva@ime.usp.br

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho de pesquisa é investigar uma abordagem para a introdução ao conceito de igualdade a partir da ideia da equivalência que contribua para a aprendizagem de equações, com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. Mais precisamente, essa pesquisa envolve um *design experiments* (COBB et al., 2003) com atividades que levam em conta o Ensino Multissensorial e a abordagem de assuntos relacionados ao interesse pessoal dos estudantes como meios para a aprendizagem por parte desse público específico (FERNANDES; HEALY, 2016). Para isso, foi realizado um estudo bibliográfico a respeito do ensino de equações na Educação Básica e acerca das dificuldades de aprendizagem, com uma perspectiva histórico-cultural (VYGOTSKI, 1997).

**Palavras-chave:** Igualdade, equivalência, equações, dificuldades de aprendizagem, *design*, ensino multissensorial.

**ABSTRACT:** The objective of this research work is to investigate an approach to the introduction to the concept of equality from the idea of equivalence that contributes to the learning of equations, focusing on students with a mathematical learning difficulties history. This research involves, more precisely, a design experiment (COBB et al., 2003) with activities that consider the Multisensory Teaching and the approach of subjects related to the personal interest of the students as a means for the learning by that specific public (FERNANDES; HEALY, 2016). For this, a bibliographic study was carried out regarding the equations teaching in Basic Education and about of learning difficulties, with a perspective historical-cultural (VYGOTSKI, 1997).

**Keywords:** Equality, equivalence, equations, learning difficulties, design, multisensory teaching.

## 1 INTRODUÇÃO

Aparentemente, no Brasil, há pouca divulgação de pesquisas que estudam dificuldades de aprendizagem desvinculadas da área médica. Conseqüentemente, os alunos que possuem dificuldades e que se sentem incapazes intelectualmente, na



maioria das vezes, são deixados de lado por falta de preparo por parte de profissionais da educação.

Healy e Kranz (2013), em um artigo acerca de pesquisas relacionadas à discalculia, afirmam o seguinte:

Uma vez determinada a amostra de nossa pesquisa, reconhecemos que a mesma é pequena e pouco avançou entre os anos de 2011 a 2013, o que pode ser um indicador da necessidade de mais estudos na área. Também ressaltamos o fato da maioria dos trabalhos serem ligados a outras áreas que não a educação, mesmo sendo a discalculia relacionada à aprendizagem da matemática. (HEALY, KRANZ, 2013, p. 3).

A atitude de buscar o conhecimento de estratégias para evitar a desmotivação e a frustração de alunos rotulados por transtornos de aprendizagem, torna-se fundamental no decorrer da carreira de um professor de Matemática. Para Castelo Branco (2015):

Urge compreendermos esses distúrbios para que possamos tornar mais efetiva a aprendizagem da Matemática por todos aqueles que a encaram como um “desafio intransponível” e se vêem privados da beleza do conhecimento matemático, pois acreditamos que esta ciência pode contribuir de maneira decisiva no bem estar do indivíduo, bem como no progresso da humanidade. (CASTELO BRANCO, 2015, p. 2).

Com essa mesma perspectiva, serão exploradas, neste projeto de pesquisa, estratégias eficazes para o ensino de um conteúdo que, para muitos alunos, é o ponto de partida para o fracasso escolar: introdução à álgebra ou, mais especificamente, ao estudo de equações.

A respeito do uso da álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas, Usiskin (1995) afirma o seguinte:

A Álgebra continua sendo um veículo para resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses triunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p. 21).

Neste sentido, além de tornar-se ferramenta facilitadora para o tratamento de problemas, a álgebra é conteúdo chave para a compreensão de diversas estruturas na Matemática escolar. Dada a sua importância, não é aceitável que existam alunos desfavorecidos na aprendizagem deste tema.

## **2 OBJETIVO**

A questão explorada nesta pesquisa em curso é: Quais intervenções podem ser feitas para promover um efetivo aprendizado de equações em estudantes que apresentam um histórico de dificuldade em matemática? Primeiramente será exposto um panorama geral de transtornos de aprendizagem na perspectiva histórico-cultural (VYGOTSKI, 1997) em comparação com a perspectiva biológica.

Será exposta, também, uma pesquisa bibliográfica acerca do ensino e aprendizagem de equações no Brasil, na qual serão destacadas algumas particularidades que tornam problemático o ensino e aprendizagem deste tema.

Por fim, foram realizados dois ciclos de testes e, posteriormente, será realizado um terceiro, por meio de um conjunto de atividades selecionadas mediante fundamentação teórica, junto a um grupo de estudantes com níveis de domínio em Matemática heterogêneo.

## **3 MOTIVAÇÃO**

Durante a minha trajetória escolar, tive a oportunidade de vivenciar de perto duas situações que exemplificam a problemática descrita nesse trabalho.

Na primeira série do Ensino Médio, ingressei, na escola em que eu estudava, uma menina com deficiência visual. Tornamo-nos grandes amigas e eu pude observar o seu excelente desempenho em História, Geografia e Inglês. Porém, nas aulas de Matemática ela se sentia tão deslocada e excluída por não saber o que estava sendo escrito na lousa que, segundo ela, se estivesse acordada ou dormindo durante a aula, não faria a menor diferença. Ela optou então pela alternativa que lhe trazia maior satisfação: dormir.

Naquela mesma sala de aula, encontrava-se uma outra garota que não possuía deficiência, porém o seu percurso de aprendizagem matemática foi ainda pior. Depois de muitos anos de sofrimento, sua família resolveu investigar o que se passava e, em

poucos dias, aquele mal todo passou a ter nome: discalculia. Foi a primeira vez que ouvi essa palavra, não fazia a menor ideia do que significava. Para facilitar a nossa compreensão, a definição encontrada por ela foi: “fobia de números”.

A única vantagem que o laudo trouxe para ela foi que, a partir de então, ela tinha o “passe livre” para não ser reprovada. O desfecho dessas histórias pode ser expresso com apenas uma palavra: desistência. Desistência por parte das alunas, por parte do professor e, também, por parte da escola, que optou pela maneira mais fácil de lidar com essas situações.

Ao me formar, resolvi fazer faculdade de Matemática, tornar-me professora e, quem sabe um dia, impedir que essas situações se repetissem na vida de outros estudantes.

No entanto, no início de minha prática profissional, descobri que eu tinha mais de um aluno por sala com diferentes laudos e que eu não fazia a menor ideia de como lidar com eles. Permiti que muitos conteúdos fossem deixados para trás sem a verdadeira compreensão por parte deles e atribuí muitas notas baixas.

O conteúdo que mais me intrigou, entre todos que ensinei, foi o de equações do primeiro grau. Eu pensava ser detentora de ótimas estratégias para ensinar tal conteúdo, entretanto, a minha experiência me provou o contrário. Apenas os alunos que já possuíam boas notas em Matemática se apropriaram daqueles conceitos. Ao observar as atividades e avaliações, percebi que, ao contrário do que eu esperava, eu estava excluindo meus alunos que apresentavam dificuldades do processo de aprendizagem.

Motivada pela trajetória pessoal escolar e profissional aqui descrita, decidi aprofundar meus estudos a respeito das dificuldades de aprendizagem existentes, a fim de obter subsídios para lidar com esses alunos e, de certa forma, contribuir com o trabalho de outros professores que, assim como eu, não querem fechar os olhos para essas situações.

#### **4 REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO**

Esse trabalho de pesquisa será fundamentado na concepção histórico-cultural acerca das dificuldades de aprendizagem segundo Vygotski (1997). Para ele, a verdadeira trajetória de desenvolvimento do pensamento não vai no sentido do pensamento individual para o socializado, mas do pensamento socializado para o individual. Esse processo é chamado de *internalização*.

Dessa forma, o indivíduo não é culpabilizado pela sua dificuldade, uma vez que fatores biológicos ou cognitivos não são os únicos fatores determinantes para a aprendizagem. Essa perspectiva permite o desenvolvimento de estratégias para auxiliar os estudantes a superar suas barreiras na aprendizagem. De acordo com Healy e Kranz (2013), a concepção histórico-cultural:

Considera as influências do contexto histórico e cultural na constituição e na aprendizagem de conceitos matemáticos dos sujeitos. Busca compreender a dinâmica envolvida nas rotas pelas quais o aluno pode alcançar seu pleno desenvolvimento. (HEALY; KRANZ, 2013).

Como meio de propiciar a aprendizagem, Vygotski (1997) defende que o educador deve estabelecer dificuldades superáveis aos sujeitos. Isso pressupõe conhecer não apenas as possibilidades atuais do sujeito (frutos já maduros), mas ainda visualizar aquelas em potencial (frutos ainda verdes). Vygotski (1997) definiu esse potencial de aprendizagem do indivíduo como *Zona de Desenvolvimento Proximal*.

As atividades desenvolvidas para a pesquisa aplicada são baseadas, também, no Ensino Multissensorial, que envolve o emprego de diferentes sistemas sensório-motores na aprendizagem. Esta concepção pode ser um importante instrumento para a aprendizagem de alunos com dificuldades de aprendizagem, uma vez que desempenha, também, um papel motivador.

Para Fernandes e Healy (2016), ao se referirem a trabalhos desenvolvidos com deficientes visuais, auditivos, sujeitos com transtornos globais do desenvolvimento ou com transtornos funcionais específicos, tais como transtorno de déficit de atenção (TDA), transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (TDHA) e dislexia, afirmam:

O emprego de diferentes sistemas sensório-motores proporciona diferentes modos de agir matematicamente e, portanto, diferentes caminhos pelos quais os significados matemáticos podem ser apropriados (FERNANDES; HEALY, 2016, p. 45).

A abordagem metodológica adotada nesta pesquisa é a qualitativa, que visa a compreender processos, e não resultados. Diferente da abordagem quantitativa, a qualitativa não pretende validar ou invalidar hipóteses pré-estabelecidas, mas sim reconstruir conhecimentos sobre os temas investigados (HUMMES, 2014).

Nessa perspectiva, optou-se pela utilização do *Design Experiments* como metodologia deste trabalho.

Para Cobb et al. (2003), o objetivo do *Design Experiments* é analisar processos de aprendizagem de domínios específicos, não se limitando a uma sequência de atividades, mas envolvendo um sistema complexo e interativo com múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, intitulado *ecologia de aprendizagem*.

Neste tipo de metodologia, faz-se necessário estabelecer algumas etapas. A primeira trata-se da definição da intenção teórica da pesquisa, na qual se torna imprescindível o levantamento bibliográfico. É preciso, também, definir o nível social e intelectual em que os estudantes se encontram. Em seguida, são levantadas conjecturas iniciais acerca do entendimento dos estudantes sobre o domínio a ser trabalhado, sendo desenvolvido um trabalho “piloto”, no qual são definidos o ponto de partida, os elementos da trajetória e pontos futuros do experimento de ensino.

Durante a condução do experimento, são realizadas e testadas conjecturas mais especializadas e, se alguma conjectura inicial for refutada, novas conjecturas podem ser geradas e testadas. (KARRER, 2006). Assim, esta metodologia possui uma característica cíclica, uma vez que o desenho pode ser alterado frequentemente, conforme as informações obtidas nas aplicações.

Seguindo as etapas estabelecidas na metodologia escolhida, foi realizado, primeiramente, um levantamento bibliográfico acerca do ensino e aprendizagem de equações. Desse estudo, vale ressaltar que um dos fatores principais para dificuldades na aprendizagem desse conceito está relacionado à mudança de significados do sinal de igualdade. (LESSA, 1996). De acordo com Trivilin e Ribeiro (2015):

(...) é dada uma importância secundária de tal sinal para os alunos, os quais o reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas. (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015).

No que se refere à concepção dos estudantes, três significados podem ser atribuídos ao sinal de igualdade, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009): o primeiro relacionado à noção **operacional**; o segundo a noção **relacional**; e, por último, o terceiro envolvendo a ideia de **equivalência**. A noção operacional diz respeito ao sinal de igualdade apenas como o indicador do local onde deve ser posicionado o resultado de uma operação aritmética. A noção relacional utiliza o sinal de igualdade para relacionar diferentes operações matemáticas que apresentam o mesmo resultado. Já a noção de equivalência associa o sinal de igualdade em diferentes contextos que representam

valores iguais, exemplo: massas iguais de objetos em balanças de dois pratos equilibradas, áreas iguais de terrenos com formatos diferentes, etc.

Na aprendizagem de equações é essencial que estudantes tenham compreensão do sinal de igualdade como indicativo de uma equivalência. Nesse sentido, as atividades desenvolvidas na pesquisa aplicada visam essa compreensão.

## **5 RESULTADOS JÁ OBTIDOS E PRÓXIMOS PASSOS**

Inicialmente, com a necessidade de encontrar um público específico para a aplicação da pesquisa prática, buscou-se auxílio do Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem (NAAPA), instituição pública que visa acompanhar práticas educativas que respeitem a diversidade humana. O NAAPA direcionou a aplicação para a Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Jean Mermoz, localizada na Chácara Inglesa, em São Paulo. De acordo com os coordenadores da escola, a maioria dos estudantes apresentava intensas dificuldades de aprendizagem, necessitando de uma nova perspectiva de ensino. Foi realizado o primeiro ciclo de testes em uma turma de reforço formada por estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental II dessa escola.

Com base nos resultados obtidos, foi realizado um *redesign* das atividades e foi decidido que o próximo ciclo de aplicação seria realizado com um público heterogêneo, ou seja, seria composto por estudantes com diferentes níveis de domínio em Matemática.

O público escolhido para a aplicação do segundo ciclo de testes é formado por 32 alunos do 8º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen - SESI Ipiranga. Entre os sujeitos, apenas um apresenta laudo médico em Transtorno de Déficit de Atenção (TDAH) e Hiperatividade, mas oito alunos possuem um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram os seguintes: gravações de áudio, de vídeos, fotografias e produção dos alunos.

Foram realizados relatórios das aplicações nesse segundo ciclo de testes e novas alterações foram feitas. O projeto agora é composto por quatro atividades, nas quais a ideia de equivalência é trabalhada, sem a utilização de letras, em um contexto que se aproxima a realidade dos estudantes: redes sociais.

O último ciclo de testes será realizado com outro público dessa mesma escola, mas de 7º ano do Ensino Fundamental II, com o mesmo número de estudantes. Foi

realizado um estudo do histórico escolar dos estudantes desse público. Há três estudantes com laudo médico: um com Discalculia, um com Transtorno de Déficit de Atenção (TDAH) e outro com Déficit do Processamento Auditivo (DPA). Além disso, há sete estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em Matemática. A fim de analisar essas dificuldades sob uma perspectiva histórico-cultural, foram realizadas entrevistas com os pais desses estudantes.

A análise dos resultados do último ciclo de testes será realizada levando em consideração as variáveis do clima, engajamento e internalização por parte dos estudantes com dificuldades de aprendizagem. Será observado o favorecimento ou desfavorecimento desses estudantes com relação aos demais estudantes da sala.

## REFERÊNCIAS

CASTELO BRANCO, A. **A má temática da dislexia: aspectos da utilização da arte e da tecnologia na aprendizagem da matemática por alunos portadores de dislexia.** 2015. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

COBB, P. *et al.* Design experiments in education research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003.

FERNANDES, S.; HEALY, L. Rumo à educação matemática inclusiva: reflexões sobre nossa jornada. **REnCiMa**, v. 7, n. 4, p. 28-48, 2016. Edição Especial: Educação Matemática.

HEALY, L.; KRANZ, C. R. **Pesquisas sobre discalculia no Brasil: uma reflexão a partir da perspectiva histórico-cultural.** **Rematec Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 8, n. 13, p. 58-81, 2013.

HUMMES, V. B. **Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor.** 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

KARRER, M. **Articulação entre álgebra linear e geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica.** 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra**: um estudo comparativo. 1996. 236 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1996.

PONTE, J. P.; M. L.; BRANCO, N.; MATOS, A. **A álgebra no ensino básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular - DGIDC, Lisboa, 2009.

TRIVILIN, L. R; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. *In*: COXFORD, A; SHULTE, A. (org.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1995.

VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas, V**: fundamentos de defectología. Madrid: Visor, 1997.



# O currículo de Matemática no Estado de São Paulo (2008): uma construção histórica

Rodrigo Batista de Oliveira <sup>1</sup>, Antônio Carlos Brolezzi <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestrando do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientador - brolezzi@ime.usp.br

**RESUMO:** O estado de São Paulo propôs uma reformulação de seu currículo em 2008, que vigora até o presente. Ele vem substituir a proposta curricular dos anos 80, após reformulações nacionais como a LDB de 1996, os Parâmetros Curriculares e o ENEM de 1998. O presente trabalho tem por objetivo a construção de uma história deste currículo de São Paulo, suas influências e objetivos, a partir do depoimento de um dos seus autores principais. Para a elaboração desse trabalho, utilizamos a metodologia da História Oral, aplicada em uma entrevista com o coordenador da área de matemática em 2008, Prof. Dr. Nilson José Machado. Por meio dessa voz, pudemos ampliar uma visão do documento que não se apresentava explicitamente nos textos disponíveis. Estudando as teorias curriculares pudemos entender como um currículo pode ser elaborado, como os conteúdos são distribuídos e quais fatores são relevantes na escolha destes conteúdos em Matemática. Como suporte teórico, utilizamos os textos de Sacristán (2000), Silva (2002) e Lopes (2011) para orientações históricas e conceituais no campo do currículo. Em Lima (2012) encontramos conhecimentos necessários sobre a utilização do recurso da História Oral e sua importância. Em Godoy (2011), Machado (2011), Pires (2008, 2013) estudamos influências e contribuições para constituição de um currículo em Matemática. Estudamos documentos oficiais do estado (Proposta Curricular de 2008) e da federação (LDB, PCN, ENEM, BNCC). Pudemos concluir a respeito da proposta curricular, seus objetivos, ideais e as dificuldades de sua implementação. Contribuímos, assim, para refletir sobre os dias atuais, em que propostas curriculares são apresentadas nacionalmente aparentemente sem levar em conta o que já se pratica em diversos estados, como é o caso de São Paulo.

**Palavras-chave:** Currículo. Educação matemática. Teorias curriculares. Reforma curricular.

**ABSTRACT:** The state of São Paulo proposed a reformulation of its curriculum in 2008, which is still in force. It replaces the curricular proposal of the 1980s, after national reformulations such as the LDB of 1996, the Curricular Parameters and the ENEM of 1998. This paper aims to build a history of this curriculum of São Paulo, its influences and objectives, from the testimony of one of its main authors. For the elaboration of this work, we used the methodology of Oral History, applied in an interview with the coordinator of the area of mathematics in 2008, Prof. Dr. Nilson José Machado. Through this voice, we were able to expand a vision of the document that was not explicitly presented in the available texts. By studying the curricular theories we could understand how a curriculum can be elaborated, how the contents are distributed and what factors are relevant in the choice of these contents in Mathematics. As a theoretical support we use the texts of Sacristán (2000), Silva (2002) and Lopes (2011) for historical and conceptual orientations in the field of curriculum. In Lima (2012) we

find necessary knowledge about the use of Oral History and its importance. In Godoy (2011), Machado (2011), Pires (2008, 2013) we study influences and contributions for the constitution of a curriculum in Mathematics. We studied official documents of the state (Curricular Proposal of 2008) and the federation (LDB, PCN, ENEM, BNCC). We could conclude about the curricular proposal, its objectives, ideals and the difficulties of its implementation. We thus contribute to reflect on the present day, in which curricular proposals are presented nationally apparently without taking into account what is already practiced in several states, as is the case of São Paulo.

**Keywords:** Curriculum. Mathematical education. Curricular theories. Curricular reform.

Etimologicamente a palavra currículo origina-se da palavra latina *scurrere*, que se refere a curso ou carro de corrida. É comum que se entenda currículo como sendo uma “lista de conteúdos” que o professor deve cumprir durante o ano (ou semestre) letivo. Mas currículo vai muito além deste resumo em uma “lista”. Segundo William Pinar, a palavra currículo deve ser entendida como um verbo, assim, o ato de correr deixa de lado a ênfase da “pista de corrida” para o ato de “percorrer a pista”.

Para além de simples lista de conteúdos, o currículo aborda diversos outros aspectos do ensinar:

Ao ensinar um certo conteúdo de matemática, em geral, perguntamos: o quê? Como? O que devo ensinar? Como ensiná-lo? Mas a pergunta, hoje, deveria ser: por quê? Quais as razões de ensiná-lo? Por que está presente no currículo escolar? Por que ele foi escolhido e não outro? (GARCIA, 2012, p. 14).

Entendemos que uma investigação sobre o currículo de Matemática poderia dar, assim, respostas para as perguntas típicas que serviram de motivação para o início deste estudo. “Professor, mas por que eu tenho que aprender isso?”

Um episódio pessoal ilustra a relação entre essa questão e a pesquisa sobre currículos. Em 2016 participei de uma palestra com os professores Luiz Imenes e José Pastore, na Selic (Semana da Licenciatura em Matemática do IME-USP), onde o tema era *BNCC e a matemática: cenários, perspectivas e incertezas*. Ao término da apresentação foi reservado um período para perguntas, foi então que perguntei ao Prof. Imenes sobre essa indagação dos estudantes no nível básico. Ele disse que, quando o estudante nos faz esse questionamento, ele não está se preocupando com aplicações daquele determinado assunto ou sobre o desenvolvimento histórico do mesmo, mas a

real intenção por detrás desta pergunta é: “Professor, por que é que o Sr. está me ensinando isso agora? Por que é que o Sr. está me contando tudo isso agora?”.

Ou seja, refletir sobre currículo é refletir sobre o que devemos ensinar e o que não devemos, e quando, e como. As constituições curriculares, suas formulações e reformulações, são fontes de informações sobre processos de ensino e aprendizagem. Segundo Garcia (2012): “Uma mudança curricular, portanto, não consiste apenas em retirar ou inserir conteúdos, mas pode constituir-se numa proposta de nova metodologia, de nova abordagem ou de novo sistema de avaliação.”.

Assim chegamos à ideia de estudar alguma proposta curricular que pudesse servir de base para reflexões a respeito de nossa inquietação original. Fomos então, nos aproximando e focando o tema deste trabalho, que é a proposta curricular de 2008 para o ensino de matemática do estado de São Paulo.

Optamos por abordar essa história não a partir, somente, do que está disponível para consulta, mas adotando uma metodologia de pesquisa que pudesse trazer contribuições originais para a constituição de uma história desse currículo.

Entendemos que algumas pessoas simplesmente ignoram o que é, propriamente, um currículo, e podem tomar, por exemplo, os materiais didáticos veiculados junto a uma determinada proposta curricular como se fossem o próprio currículo.

No caso do currículo de São Paulo de 2008, um estudo dos Cadernos do Professor ou do Aluno, materiais que foram produzidos junto com ele, não seria suficiente para se entender os objetivos do próprio currículo. Mas o que queremos é estudar o currículo, e para além dos próprios textos escritos.

Por isso, tivemos a ideia de utilizar a chamada História Oral Temática.

Na História Oral Temática partimos de um assunto específico (o currículo) para obter informações referentes à construção deste explicitando a opinião de um de seus autores. Segundo Garnica (2003, p. 10): “pensada como metodologia de pesquisa, a História Oral exige uma pré-seleção dos depoentes – ou um critério significativo para selecioná-los”. Escolhemos assim o Prof. Nilson como entrevistado, pois no ano de 2008 ele foi o coordenador de Matemática na elaboração da proposta curricular do estado de SP comentada em maiores detalhes no Capítulo 3. O professor, antes de sua participação na construção estadual, também participou da elaboração do ENEM em 1998.

Em seu depoimento, o Prof. Nilson relata que já houve tentativas de estudar o currículo de São Paulo sem atentar para o que seria mesmo o currículo, ou seja,

tomando o estudo de exercícios propostos em alguns materiais como se fosse o currículo.

Uma vez aqui eu recebi, como a gente está conversando, uma professora que estava fazendo um mestrado pela Unicamp, um mestrado sobre o currículo de matemática do estado de São Paulo, aí marcou uma conversa comigo, como você, e ela chegou aqui com o caderno do aluno, colocou aqui dizendo: "esse exercício..." aí eu falei "espera... nós vamos conversar sobre o currículo de matemática?" - ela: "É! Mas veja, esse exercício..." aí eu falei: "Não, não, mas o currículo de matemática você leu?" Não, (ela) não leu o currículo. Eu tinha no pen drive, como tenho aí, imprimi uma cópia dei pra ela e falei: "leia o currículo, o currículo são os princípios, e aí sim vamos discutir o currículo né?" (...) Aí eu dei pra ela uma cópia, tirei aqui, dei pra ela uma cópia do currículo e ela nunca mais voltou, não teve sequência, pelo menos que eu saiba, do trabalho dela. (Machado, 2018).

Percebemos como o contato direto com uma pessoa que participou ativamente de um processo de construção curricular pode ser útil para se compreender o que um currículo quer dizer.

Escolhemos o prof. Nilson então por acreditar que sua participação na elaboração da proposta curricular nos mostrasse aspectos históricos complementando os documentos prescritos. Lima (2012), citando Meihy (1996, p. 41), afirma que "o pesquisador deve buscar que a História Oral Temática revele a verdade de quem presenciou um acontecimento ou que dele tenha alguma versão discutível ou contestatória".

Ou seja, iremos partir de uma visão sobre o processo histórico, dando voz a um dos seus participantes. Desse modo, esperamos contribuir para a construção de uma história, que evidentemente pode ser complementada ou contraposta por visões de outros envolvidos no processo, em outras pesquisas que se vierem a fazer.

## REFERÊNCIAS

GARCIA, V. C. V. Formação de professores de matemática e mudanças curriculares na escola. In: BÚRIGO, E. Z. et al (Orgs.). **A matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática: de um inventário a uma regulação. **Zetetiké**, v. 11, n. 1, p. 9-56, 2003.

# Competições matemáticas baseadas em resolução de problemas: contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica

Adriana Martinez <sup>1</sup>, Ana Paula Jahn <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestranda do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP - martinez@ime.usp.br

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientadora - anajahn@ime.usp.br

**RESUMO:** Este trabalho tem como temática de estudo as Competições Matemáticas baseadas em Resolução de Problemas. A pesquisa visa analisar as concepções de alunos e professores acerca das competições matemáticas que implementam a Resolução de Problemas e como elas os afetam em seus processos de aprendizagem e de ensino, respectivamente. A metodologia que consideramos mais adequada para orientar o nosso projeto é o estudo de caso, uma vez que dentre as várias competições matemáticas existentes, vamos nos concentrar em uma competição que é disputada em equipes e com uma fase via *internet*, a qual temos acesso a toda estrutura e dados do seu desenvolvimento. Esta competição – denominada *Liga Promat* – é realizada pelo Centro de Aperfeiçoamento de Ensino de Matemática (CAEM) do IME-USP e fortemente inspirada em uma experiência portuguesa. Entrevistas semi-estruturadas também serão planejadas com um grupo de sujeitos que participam da competição. Com isso, a finalidade do estudo é a compreensão do impacto de tais atividades no contexto escolar e suas possíveis contribuições para a formação de estudantes e para as práticas docentes na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Competições Matemáticas; Resolução de Problemas; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Educação Básica.

**ABSTRACT:** This work has the theme of study Mathematical Competitions based on Problem Solving. The research aims at analyzing students and teachers conceptions about the mathematical competitions that implement Problem Solving and how they affect them in their learning and teaching processes, respectively. The methodology that we consider most appropriate to guide our project is the case study, since among the various mathematical competitions, we will concentrate on a competition that is played in teams and with an internet phase, which we have access to structure and data of its development. This competition - called the *Liga Promat* - is held by the Centro de Aperfeiçoamento de Ensino de Matemática (CAEM) of the IME-USP and strongly inspired by a Portuguese experience. The instruments to be used in data collection are the problems proposed in the *Liga Promat*, the answers elaborated by the teams of students, the feedback sent by the organizing team of the competition and the questionnaires prepared for teachers and students. Semi-structured interviews will also be planned with a group of subjects participating in the competition. Thus, the purpose of the study is to understand the impact of such activities in the school context and its possible contributions to student training and to teaching practices in Basic Education.

**Keywords:** Mathematical Competitions; Problem solving; Teaching and Learning of Mathematics; Basic education.

## 1 INTRODUÇÃO

Estabelecemos como principal objetivo de pesquisa investigar quais podem ser as influências de competições matemáticas baseadas na Resolução de Problemas (RP) na formação de estudantes na Educação Básica, tomando como objeto de estudo um campeonato realizado por equipes nas quais participaram estudantes do 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental e realizado pelo CAEM-IME-USP.

Considerando as leituras de páginas oficiais de diferentes competições matemáticas no mundo, podemos dizer que, atualmente, muitos estudantes participam de atividades extracurriculares dessa natureza e os organizadores as colocam como uma forma de ampliar os conhecimentos dos alunos e como uma oportunidade para cultivar o gosto pela disciplina de Matemática. Segundo essas fontes, tais atividades buscam atrair os estudantes para o domínio da Matemática, dando alguma liberdade para aprender de uma maneira diferente, despertando a sua curiosidade e propondo desafios para desenvolver a sua capacidade de raciocinar. Elas pretendem simbolizar um ambiente matemático diferente daquele que os alunos geralmente experimentam em sala de aula.

Reconhecendo que a sala de aula é apenas um dos muitos contextos de aprendizagem possíveis, é importante conhecer profundamente o impacto e o potencial das competições relacionadas ao conhecimento matemático, especialmente aquelas que ocorrem no contexto escolar. Nos questionamos então sobre qual pode ser a contribuição dessas experiências nos processos de ensino e de aprendizagem em Matemática de estudantes da Educação Básica. E ainda, em que medida os objetivos elencados acima são, de fato, identificados nas escolas, pelos sujeitos participantes.

No sentido de responder a esses questionamentos iniciais, empreendemos estudos preliminares sobre a Resolução de Problemas no ensino e aprendizagem da Matemática. Com as primeiras leituras, pudemos verificar que diversas pesquisas mostram que a implementação da RP permite ao aluno criar estratégias, relacionar o que já foi aprendido com novos conceitos, além de dar mais sentido à Matemática, ou seja,

permite que os alunos vejam a aplicabilidade desta ciência (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Os professores que usam essa metodologia reconhecem que seus alunos são mais participativos, permitindo às salas de aula um ambiente de comunicação e raciocínio matemático, uma vez que os alunos expõem e discutem estratégias, comunicam as soluções, suas razões para os procedimentos adotados e eventuais erros que podem ter durante a busca pela solução. Segundo Allevato (2005), a RP favorece um trabalho mais autônomo, em que o conhecimento construído faz mais sentido para o aluno, aumentando a confiança em suas próprias capacidades.

Embora existam numerosos estudos sobre a RP como uma metodologia no ensino e aprendizagem de Matemática que sustentam que sua implementação gera uma aprendizagem significativa, ela ainda é pouco integrada, de maneira sistemática, às práticas pedagógicas de professores de Matemática da Educação Básica no Brasil (BRASIL, 1998). As razões são diversas, em particular, porque a RP não é enfatizada na formação inicial ou ainda porque requer uma maior preparação por parte do professor, com planejamento e elaboração de suas aulas, exigindo um maior conhecimento matemático e pedagógico das tarefas para poder interagir adequadamente com seus alunos no desempenho de um papel ativo quando confrontados à resolução de situações problemáticas no ensino. Em outras palavras, o papel do professor é alterado nesse contexto da RP.

Desse modo, nossa pesquisa de Mestrado justifica-se pelo fato de que, embora o volume de estudos existentes sobre Resolução de Problemas de Matemática já é considerável, pesquisadores de todo o mundo reconhecem a necessidade de ampliar o conhecimento atual sobre o assunto, especialmente em contextos para além da sala de aula, uma vez que estes constituem um terreno muito pouco investigado. É nessa perspectiva que optamos por aliar a RP ao âmbito das competições matemáticas.

A seguir, apresentamos os objetivos do estudo e discutiremos sobre aspectos teóricos e metodológicos que irão apoiar o desenvolvimento de nosso trabalho.

## **2 OBJETIVOS**

O objetivo geral desta pesquisa é investigar – identificar e compreender – as concepções que professores e alunos possuem sobre as competições matemáticas que implementam a Resolução de Problemas e como elas afetam seus processos de ensino e

aprendizagem. Seus objetivos específicos são analisar: (1) perspectivas de alunos e professores quando participam de uma competição matemática baseada na resolução de problemas; (2) como os estudantes argumentam e constroem as soluções para os problemas colocados pela competição; (3) quais as estratégias metodológicas implementadas por professores para orientar ou acompanhar seus alunos na busca da solução para os problemas.

Para atender aos objetivos traçados nesta pesquisa, faz-se necessária a adoção de um embasamento teórico e de uma metodologia específica, que serão resumidamente apresentados nas próximas seções.

### **3 EMBASAMENTO TEÓRICO**

#### **3.1 Resolução de Problemas no Ensino e Aprendizagem da Matemática**

A Resolução de Problemas é atualmente reconhecida como uma atividade relevante na Matemática escolar, no Brasil e em muitos países do mundo. É vista como uma orientação para a aprendizagem, porque fornece o contexto no qual conceitos matemáticos, procedimentos e atitudes podem ser compreendidos (BRASIL, 1997). A Matemática ensinada através da RP procura criar um ambiente de aprendizagem motivador e estimulante que inclua a ativação de problemas de construção do conhecimento. É importante ressaltar que esta metodologia não consiste em apresentar os problemas e esperar que a aprendizagem aconteça, é necessário intervir e o professor é responsável por essa tarefa. Cabe ao docente criar meios favoráveis, para que ocorra a aprendizagem. A RP, nesta concepção de educadores matemáticos como Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004), permite aos estudantes a capacidade de usar seus próprios conhecimentos para gerenciar as informações que estão ao seu redor. Assim, ampliam seus conhecimentos, desenvolvem seu raciocínio lógico, contextualizam situações e tornam-se capazes de enfrentar novas situações. Além disso, o professor que trabalha com a RP alcança seus objetivos e torna as aulas mais interessantes e motivadoras.



## 3.2 A Liga Promat

Figura 1 - Imagem da página inicial da *Liga Promat*



Fonte: [www.ime.usp.br/caem](http://www.ime.usp.br/caem)

Dentre as inúmeras competições existentes, escolhemos realizar o estudo no contexto da Liga Promat, promovido pelo CAEM-IME-USP, em 2017. Esta competição teve cerca de 1200 alunos do 4º ao 9º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas de São Paulo. Foi disputado por equipes (de 2 a 4 alunos) divididas por categorias de acordo com o nível de escolaridade. Incluiu duas fases: uma on-line e uma final presencial. Na primeira fase foram disponibilizados on-line 5 problemas, um por quinzena, dando duas semanas para os alunos elaborarem suas soluções com a possibilidade de solicitar ajuda de professores, colegas, familiares ou mesmo de membros da organização. A resolução era enviada em formato eletrônico. A resposta para cada problema foi considerada válida somente se uma explicação detalhada da estratégia utilizada e uma justificativa do raciocínio fosse apresentada. A equipe organizadora retornou uma apreciação do trabalho de cada grupo participante, com comentários, questionamentos, indicações ou pistas no intuito de auxiliar os alunos a corrigir ou completar as resoluções. As equipes que solucionaram corretamente pelo menos 3 problemas da primeira fase foram convidadas para a final presencial na USP, para participar de um desafio com três problemas.

## 4 METODOLOGIA

A presente pesquisa inclui um estudo de caso, cujas análises são de natureza qualitativa. Os instrumentos selecionados para o desenvolvimento do estudo compreendem análises dos problemas propostos na *Liga Promat*, das soluções enviadas pelos alunos e dos *feedback* realizados pelo grupo organizador. Além disso, foram concebidos dois questionários, um para professores e um para alunos, com o objetivo de captar as perspectivas e as visões dos alunos e professores sobre a competição *Liga Promat* e sobre a Resolução de Problemas. Além disso, um roteiro também será escrito para entrevistas com professores que acompanharam seus alunos na construção da solução dos problemas.

O estudo de caso difere de outras abordagens metodológicas, concentrando a pesquisa em um sistema limitado ou caso. Assim, localizando os objetivos e a atenção do presente estudo sobre concepções de alunos e professores acerca de competições baseadas em Resolução de Problemas, pretende-se avaliar seu impacto nos processos de ensino e aprendizagem, no contexto particular da *Liga Promat*.

Os instrumentos descritos enriquecem nosso estudo, pois, como afirma Ponte (2006), normalmente, o estudo de caso é uma pesquisa empírica, baseada em trabalho de campo e/ou análise documental; estuda os fenômenos no contexto real, a partir de fontes variadas de dados, e é usado ao tentar entender uma situação e não com o propósito de transformá-la.

O principal objetivo de um estudo de caso é conhecer uma realidade bem definida num determinado contexto, com a pretensão de compreender em profundidade o “como” e os “porquês” do fenômeno em estudo, destacando vários de seus aspectos próprios, principalmente os que servem às questões do estudo, numa situação específica e supostamente única (PONTE, 2006).

Para ter uma orientação sobre como desenvolver esta metodologia, utilizaremos a estrutura proposta por Montero e Leon (2002) que é dividida em cinco fases: (1) seleção e definição do caso; (2) elaboração de uma lista de perguntas; (3) localização das fontes de dados; (4) análise e interpretação; (5) desenvolvimento do relatório. Levando em conta a primeira fase que trata de selecionar o caso apropriado e também defini-lo, optamos pelo estudo da *Liga Promat*, com seus sujeitos – alunos e professores – que participaram da 1ª edição, em 2017. Será planejada a seleção de escolas que tiveram um número significativo de equipes participantes até o final e professores que,

de fato, se engajaram no acompanhamento das atividades de seus alunos ao longo da competição.

Seguindo o que está descrito na segunda fase, podemos dizer que a abordagem dos objetivos específicos nos guiará na elaboração dessas questões, a fim de saber quais dados precisamos coletar para construir a solução para o nosso problema de pesquisa.

Já foi iniciada a terceira fase, uma vez que estão em circulação dois questionários, um destinado aos professores que acompanharam a participação de seus alunos na primeira edição da *Liga Promat* e outro para os alunos participantes. Buscamos, no primeiro caso, obter informações sobre a formação acadêmica dos educadores, sobre estratégias de ensino e materiais didáticos usados nas aulas de Matemática e conhecer como eles avaliam a participação de seus alunos na primeira fase da competição, como também seu conhecimento sobre a metodologia de Resolução de Problemas e se implementa práticas de RP em suas aulas. No caso dos alunos, procuramos saber como foi a experiência, bem como expectativas e opiniões sobre os problemas propostos na Liga e sobre a participação das equipes.

Com as respostas dos questionários, esperamos aumentar nosso conjunto de dados a ser analisado e poder continuar com a implementação das outras etapas de nossa metodologia.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este texto teve por objetivo apresentar as bases do projeto de uma pesquisa de Mestrado em desenvolvimento, destacando seu objetivo, justificativa e fundamentos teórico-metodológicos. Desta forma, por meio da sistematização dos caminhos a seguir durante a investigação iniciada, procuraremos alcançar os objetivos estabelecidos e contribuir de forma efetiva com a comunidade acadêmica da área de Educação Matemática e também com comunidades escolares, incentivando o debate sobre o tema abordado.

## **REFERÊNCIAS**

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência**. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 1º e 2º ciclos**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 3º e 4º ciclos**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1998.

ECHEVARRIA, M. D. P. P; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In: POZO, J. I. (org). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

MONTERO, I.; LEÓN, O. Clasificación y descripción de las metodologías de investigación en psicología. **International Journal of Clinical and Health Psychology**, Granada, v. 2, n. 3, p. 505-510, jul. 2002.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. *In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). Educação matemática: pesquisa e movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, Rio claro, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006.

# Ensino de variáveis estatísticas a partir de uma abordagem de currículo em espiral

Diana Simões Ferreira <sup>1</sup>, Viviana Giampaoli <sup>2</sup>, Elisete da Conceição Quintaneiro Aubin <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Mestranda do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP - diana.ferreira@usp.br

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Estatística do IME-USP e orientadora - vivig@ime.usp.br

<sup>3</sup> Docente do Departamento de Estatística do IME-USP e co-orientadora - aubin@ime.usp.br

**RESUMO:** O presente trabalho tem como principal objetivo mostrar, por meio de uma atividade, como se pode abordar o ensino de estatística em currículo em espiral. Com o intuito de proporcionar maior embasamento ao leitor, foi destinada uma sessão para abordar as ideias de Bruner, que afirmam que qualquer assunto pode ser ensinado a uma criança levando-se em conta as etapas do desenvolvimento cognitivo do aluno. Apresentamos um exemplo que pode ser aplicado em sala de aula, o qual se inicia coletando, como informação uma característica do aluno, que trata-se de uma variável estatística e, gradativamente, e em diferentes níveis de profundidade, tenta-se fazer com que o aluno adquira a noção de variável aleatória.

**Palavras-chave:** Estatística. Currículo. Espiral. Variável aleatória. Ensino Fundamental.

**ABSTRACT:** The main objective of this study is to show by means of an activity, by which one can approach the teaching of statistics in a spiral curriculum. In order to provide a better foundation for the reader, a session was designed to address Bruner's ideas, which state that any subject can be to a child by taking into account the stages of the student's cognitive development. We present an example that can be applied in the classroom, which begins by collecting, as information, a characteristic of the student which is a statistical variable and gradually, and at different levels of depth, if the student acquires the notion of a random variable.

**Keywords:** Statistic. Curriculum. Spiral. Random variable. Elementary School.

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino de estatística não pode se resumir ao tratamento usual, que consiste em demonstrar teoremas e realizar cálculos, ele vai além, por exemplo, com a descrição de experimentos, análise dos dados provenientes de pesquisas, realizando conexões com o processo geral que gerou as hipóteses ou questionamentos. Outro agravante é que, no geral, nos livros, a estatística e probabilidade são quase sempre apresentadas como

relacionadas a jogos de azar e não se baseiam em dados de situações cotidianas, em que os próprios alunos poderiam estudar segundo seus próprios interesses. Espera-se que o ensino de estatística se torne mais presente durante as aulas de matemática do ensino básico. Estando destacada sua finalidade em diversos documentos oficiais desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), nos quais a Estatística estava considerada apenas como fazendo parte do bloco de conteúdo chamado Tratamento da Informação tendo apenas uma finalidade de demanda social.

Nos Guias Nacionais do Livro Didático para os anos finais do fundamental, a Estatística e Probabilidade aparece como um campo da Matemática somente no ano 2011. No Guia mais recente de 2017 para estes anos pode-se ler o trecho a seguir.

No campo da **estatística** e da **probabilidade**, lidamos com questões cada vez mais relevantes sobre os dados da realidade natural ou social, que precisam ser coletados, selecionados, organizados, apresentados e interpretados criticamente. Fazer inferências com base em informações qualitativas ou dados numéricos e saber lidar com a ideia de incerteza também são competências importantes. O desenvolvimento dessas competências pode ser realizado desde cedo, a partir de atividades que envolvem a coleta e a organização de dados e recorrendo-se a diferentes tabelas e gráficos, de uso tão frequente no mundo atual. (BRASIL, 1998, p. 12) – Grifo nosso.

## 2 OBJETIVOS

A articulação dos conceitos do campo da estatística e probabilidade e destes com outras áreas pode representar uma barreira para o professor de matemática. Neste trabalho apresentamos um exemplo de atividade de acordo com o modelo de currículo em espiral proposto por Bruner (1973). O objetivo principal é mostrar que é possível desenvolver atividades que contemplem o currículo em espiral e que, a partir de ideias intuitivas, é possível chegarmos em pensamentos analíticos, sempre retomando os temas abordados anteriormente considerando diversas representações em diferentes graus de profundidade.

### 3 CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

A aprendizagem em espiral compreende no mesmo conteúdo sendo apresentado mais de uma vez, mas em diferentes níveis de aprofundamento segundo a etapa do desenvolvimento do aluno. Para elaborarmos a atividade apresentada adiante nos apoiamos em Bruner (1973) e em Heitele (1975), que se apoiou nas ideias de Bruner, para afirmar que a ideia central do ensino de probabilidade e estatística fosse a variável aleatória.

Segundo Bruner (1973) é possível ensinar qualquer assunto, de uma maneira intelectualmente honesta, a qualquer criança em qualquer estágio de desenvolvimento desde que seja levado em conta as diversas etapas do desenvolvimento intelectual do aluno. Ele ainda afirma que “um currículo, à medida que se desenvolve, deve voltar repetidas vezes a essas ideias básicas, elaborando e reelaborando-as, até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática”. Cada conteúdo é abordado, a princípio, em sua essência, com suas características mais importantes para, finalmente, ser explorado em outros contextos, na maioria deles como ferramenta para resolver parte de uma situação-problema mais complexa, servindo como uma das bases que irão sustentar um novo conceito.

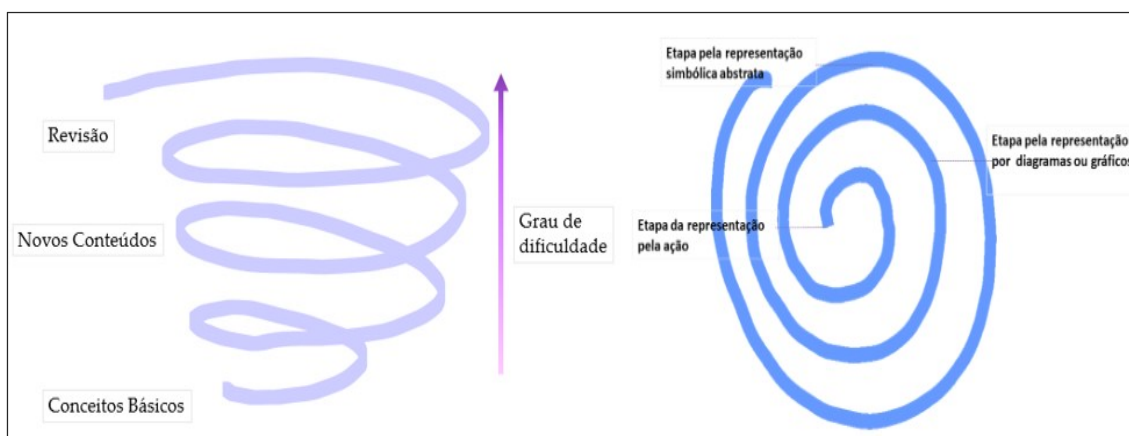
A cada retomada a determinado conteúdo, é importante que as atividades propostas pelo professor proporcionem situações que estimulem o aluno a refletir, conjecturar, inferir, estimar, demonstrar, provar, relacionar, analisar, e não apenas calcular e efetuar. A maior preocupação deve estar focada em como os conteúdos serão apresentados ao aluno e ao tipo de metodologia que o professor irá utilizar, pois por meio do pensamento intuitivo o aluno poderá chegar a soluções que não conseguiria usando apenas o pensamento analítico, no entanto, uma vez conseguido que o aluno chegue à solução pelo pensamento intuitivo, de maneira gradual e de acordo com as possibilidades, a solução deve ser verificada por métodos analíticos.

Através do pensamento intuitivo, o indivíduo poderá, muitas vezes, chegar a soluções para problemas que não conseguiria alcançar de modo algum ou, quando muito, só mais lentamente, através do pensamento analítico. Uma vez conseguidas por métodos intuitivos, essas soluções deverão, se possível, ser verificadas por métodos analíticos, sendo ao mesmo tempo respeitadas como hipóteses válidas para tal verificação. Realmente, o pensador intuitivo pode até mesmo

inventar ou descobrir problemas que o analista não descobriria. Poderá ser, contudo, o analista, quem irá dar aos problemas o formalismo conveniente. (BRUNER, 1973, p. 54).

Note que Bruner (1973) enfatiza a ideia de que os pensamentos intuitivo e analítico se completam. Ele não aponta nenhuma ordem como começar do intuitivo e chegar ao analítico, mas sim uma harmonia entre ambos. Bruner destaca ainda a importância da linguagem adequada no processo de ensino, no entanto, afirma que a linguagem não é apenas o meio de comunicação e sim um instrumento que possibilita organizar e ordenar o meio. A seguir, dois esquemas que resumem o modelo do Currículo em Espiral.

**Figura 1** – Esquema representando currículo em espiral



Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

### **Exemplo de atividade: Mês de Aniversário**

Refletindo sobre o modelo de currículo em espiral e no que Heitele afirma, decidimos apresentar a noção de variável aleatória por meio de uma atividade para o Ensino Fundamental 2. Para o primeiro exemplo utilizaremos os dados da seguinte turma fictícia, apresentados na Tabela 1 por ordem alfabética com a data de seu nascimento.



**Tabela 1-** Lista de nomes e data de aniversário de 40 alunos de uma turma fictícia de 6º. ano

Primeiro Nome	Data de nascimento	Primeiro Nome	Data de nascimento
4. ALEXANDRE	02/04/2007	21. ISABELA	09/06/2007
5. ALEXSANDRO	18/02/2007	22. IZABELLI	08/05/2007
6. ALICE	11/12/2006	23. JOAO	11/12/2006
7. ANA	30/10/2005	24. KAMILLY	04/10/2006
5. ANA	10/06/2007	25. KAUAN	06/10/2006
6. ANTONIO	14/10/2006	26. KAUE	06/07/2006
7. ARTHUR	11/07/2006	27. KAYLLANE	12/11/2006
8. BEATRIZ	20/02/2007	28. LARISSA	13/04/2007
9. BEATRIZ	12/05/2007	29. LEONARDO	16/06/2007
10. BIANCA	12/05/2007	30. LUCAS	14/05/2007
11. CLARA	08/06/2007	31. LUCAS	24/06/2007
12. EDUARDO	17/11/2006	32. LUIZA	31/05/2006
13. EVELYN	22/02/2007	33. MARIA	10/07/2006
14. FRANCISCO	26/10/2006	34. MICAEL	28/11/2005
15. GABRIEL	20/07/2006	35. MIKAELLA	14/11/2006
16. GABRIEL	22/01/2007	36. NICOLAS	17/05/2007
17. GABRIELA	29/01/2007	37. RAISSA	30/03/2007
18. GABRIELLI	14/10/2006	38. REBECA	21/09/2006
19. GEOVANNA	13/10/2006	39. SAMARA	27/05/2006
20. IGOR	11/04/2007	40. THYAGO	29/05/2007

Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

Para realizar esta atividade o professor deverá providenciar um calendário grande, de qualquer ano com 12 meses, para colar no mural e duas fichas para cada aluno com o desenho de um bolo (uma para colar no calendário e outra para construir um gráfico), que representará o dia e o mês da data de nascimento.

Neste caso, será necessário destacar que há alunos que nasceram no mesmo dia, Antonio e Gabrielli, e Beatriz e Bianca, então haverá bolos sobrepostos. O professor, inicialmente, pode pedir para que cada aluno diga o dia e o mês em que nasceu e que cole no calendário a ficha bolo em cima do dia e mês que nasceu. Observe que se trata de um calendário qualquer, o objetivo é apenas que o aluno possa, visualmente, identificar o mês com o maior número de nascimentos (considerando somente a turma

da sala de aula dele). A partir das informações da Tabela 1 a representação obtida no calendário será similar à Figura 2. Veja um exemplo:

Figura 2: Calendário com dias e meses de aniversários marcados



Inicialmente, vamos considerar esta atividade para uma turma de 6º ano, mas o professor terá a liberdade de usá-la em anos anteriores ou posteriores segundo as características da turma e os conteúdos de estatística proposto no currículo adotado.

Este é um estudo descritivo, pois todos alunos da turma estão sendo questionados em relação à sua data de nascimento, mas está se considerando apenas o mês de aniversário, assim, esta característica é a variável de interesse, que será chamada de variável estatística, e trata-se de uma variável de tipo qualitativo. Resulta interessante fazer questionamentos como: qual mês apresentou mais nascimentos para esta sala? Qual mês apresentou menos nascimentos? Qual foi a desvantagem da representação anterior com o calendário?

A contagem pode não ter sido tão simples e houve bolos sobrepostos. Na etapa a seguir, o professor pode propor que os alunos construam um gráfico de pontos, como o apresentado na Figura 3, com as fichas que receberam. Posteriormente, registrar as informações numa tabela. Isto permitirá ao aluno a leitura do gráfico e construção da Tabela 2, que é chamada de tabela de frequência absoluta. A seguir um modelo de como ficaria o gráfico e a tabela para nosso exemplo.

**Figura 3** – Gráfico de Pontos



Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

**Tabela 2** – Tabela representando a quantidade de alunos que nasceram em cada mês na sala X

Mês de nascimento	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Número de alunos	2	3	1	3	8	5	4	0	1	7	4	2

Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

A seguir o professor pode perguntar se um aluno da turma é sorteado, em que mês acham que ele possa fazer aniversário?

Sabemos que o conceito de variável aleatória está diretamente relacionado ao de probabilidade, o professor poderá fazer algumas perguntas, como por exemplo: quantos alunos estão presentes na sala? Desses alunos, quantos nasceram no mês de janeiro? E no mês de março?

O professor poderá perguntar: se se sorteia uma criança no Brasil, em que mês ele poderá fazer aniversário? É preciso realizar o sorteio para saber todas as possibilidades? Com este último questionamento estará trabalhando a noção de espaço amostral, sem chegar a formalizar o mesmo, nem se quer fazer um registro, apenas as respostas serão de maneira oral.

O próximo passo ou avanço será que o aluno possa quantificar a incerteza que pode surgir diante de uma pergunta tal como: um aluno desta sala tem mais probabilidade de nascer em junho ou novembro? Da simples observação da tabela de frequências ele possivelmente responderá junho. Nesse caso a ideia de

equiprobabilidade, isto é, a probabilidade é a mesma para qualquer mês, estará presente de maneira implícita.

Este pode ser o momento em que seja apresentada a noção de variabilidade, incerteza e amostra, com questionamentos tais como: será que os resultados serão os mesmos se considerarmos os alunos de outra escola? De outro período? Propor a seguinte questão: se sortearmos um aluno ao acaso da turma da série seguinte, é mais provável que ele faça aniversário em qual mês? Pedir que o aluno tente elaborar uma justificativa para a resposta que ele der.

Agora pode-se propor que se faça o seguinte experimento, que chamaremos de aleatório: sortear 5 alunos da turma e repetir o experimento 3 vezes. Os resultados obtidos em cada repetição do experimento aleatório foram os mostrados nas Tabelas 3, 4 e 5.

<b>Tabela 3 - Repetição 1</b>		<b>Tabela 4 - Repetição 2</b>		<b>Tabela 5 - Repetição 3</b>	
MICAEL	28 de novembro	ALICE	11 de dezembro	SAMARA	27 de maio
LUIZA	31 de maio	BEATRIZ	20 de fevereiro	EDUARDO	17 de novembro
ANTONIO	14 de outubro	ISABELA	9 de junho	RAISSA	30 de março
FRANCISCO	26 de outubro	IGOR	11 de abril	NICOLAS	17 de maio
MIKAELLA	14 de novembro	LEONARDO	16 de junho	THYAGO	29 de maio

Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

As tabelas de frequência para a variável mês de aniversário, para cada uma das repetições do experimento estão apresentadas a seguir na Tabela 6.

**Tabela 6** – Tabela representando a quantidade de alunos que nasceram em cada mês, nas 3 repetições do experimento aleatório

Mês de nascimento	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Repetição 1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2	0
Repetição 2	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	0	1
Repetição 3	0	0	1	0	3	0	0	0	0	0	1	0
Total	0	1	1	1	4	2	0	0	0	2	3	1

Fonte: elaborado pelas autoras (FERREIRA; GIAMPAOLI; AUBIN, 2018).

O professor pode motivar a reflexão sobre a variação dos resultados segundo a repetição, perguntando o mês com um número maior de aniversários é o mesmo em todas repetições? Na turma, maio foi o mês com um maior número de aniversários (8), por que isto não ocorreu nas repetições 1 e 2?

Assim, o professor poderá, com esta atividade, apresentar a noção de censo, quando se considera todos os alunos da turma, e de amostra, ao realizar o experimento de maneira repetida. Poderá trabalhar a ideia de variabilidade, como também associar as diferentes frequências com que uma variável de interesse, no caso mês de aniversário, se apresenta quando se considera um experimento aleatório.

De acordo com a BNCC, espera-se que os alunos de 6º ano já trabalhem com frações e consigam representar a fração em número decimal. Poderá então ser considerado como próximo passo, apresentar as noções iniciais de probabilidade frequentista e clássica.

Consideremos primeiro a definição clássica de probabilidade, em que se tem mesma probabilidade para cada resultado (equiprobabilidade), dada pelo número de casos favoráveis em relação ao número de casos possíveis. Suponhamos que se considera a turma uma amostra aleatória de alunos, se um aluno é sorteado ao acaso, a probabilidade de que ele tenha nascido no mês de junho será  $5/40=0,125$ . Mas se suspeitasse que a restrição de equiprobabilidade não é verdadeira, seria preciso repetir o sorteio várias vezes, isto é, repetir o experimento, e então deverá ser abordada a concepção frequentista de probabilidade. Assim, a partir da Tabela 6, pode-se calcular que a frequência relativa observada para o mês de junho, considerando as três amostras selecionadas, foi  $2/15=0,1333$ .

Logo, sorteado um aluno – experimento – pode-se atribuir a cada mês – elemento do espaço amostral – uma probabilidade (ainda que não esteja definida a maneira como). Portanto, temos definido uma variável aleatória, a partir de uma característica qualitativa do aluno.

## 4 PRÓXIMOS PASSOS

Pretendemos continuar estudando a abordagem de currículo em espiral considerando outro tipo de variáveis aleatórias como de tipo discreto e contínuo. Isto será realizado sempre dando destaque a que conteúdos de probabilidade e estatística estejam sendo tratados para auxiliar o professor na sua tarefa.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propomos neste trabalho mostrar, por meio de uma atividade de simples execução, como é possível apresentar, utilizando um currículo em espiral, o conceito de variável estatística para gradativamente apresentar a noção de variável aleatória.

Neste processo mostramos como é possível apresentar também, gradualmente e de forma adequada, além dos conteúdos, suas representações. Abordagens simples de conceitos como aleatoriedade e espaço amostral podem ser apresentados sem formalizações, que podem resultar pouco adequadas para o nível de escolaridade. Desde o início da atividade, isto é, no decorrer do fazer, o aluno poderá ser capaz de resolver problemas, conjecturar, discutir sobre um assunto.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **PNLD 2017 guia de livros didáticos: Matemática – ensino fundamental anos finais**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 27 set. 2018.

BRUNER, J. S. Organization of early skilled action. **Child Development**, v. 44, n. 1, p. 1-11, mar. 1973.

HEITELE, D. An epistemological view on fundamental stochastic ideas. **Educational Studies in Mathematics**, n. 6, p. 187-205, 1975.

# Área e perímetro: um estudo sobre falsas concepções de alunos concluintes da educação básica

Fernando Siqueira Vieira Lima <sup>1</sup>, Vera Helena Giusti de Souza <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME-USP

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Matemática do IME-USP e orientador - vhgusti@ime.usp.br

**RESUMO:** Pretende-se investigar falsas concepções, relacionadas às ideias de área e de perímetro de figuras planas, de um grupo de alunos brasileiros concluintes da Educação Básica. Pesquisas como a de Facco (2003), D'Amore e Fandiño (2007) e Ferreira (2010) mostram que alunos apresentam equívocos relacionados a essas ideias, como utilizar a fórmula do perímetro para calcular a área e vice-versa. Há também os que, ao serem questionados sobre relações entre área e perímetro, tendem a concordar que se aumentarmos (ou diminuirmos) a área de uma figura plana, seu perímetro necessariamente irá aumentar (ou diminuir) e vice-versa. Como suporte teórico, foram escolhidas as ideias de Parsysz (2006) e de Tall (1981), que irão orientar tanto a elaboração como a análise das questões utilizadas para a coleta de dados. Essas questões deverão ser tais que permitam analisar concepções que o grupo participante tem, individualmente, de área e de perímetro e da relação entre eles. Com isso, espera-se responder duas questões de pesquisa "O conjunto de imagens individuais é suficientemente rica para que não confundam área e perímetro de figuras planas?", "Os participantes articulam bem uma geometria de observação e uma geometria proto-axiomática?"

**Palavras-chave:** Área. Perímetro. Imagem de conceito. Geometria de observação. Geometria proto-axiomática.

**ABSTRACT:** It is intended to investigate false conceptions of a Brazilian students group, at the end of High School, related to area and perimeter of bi-dimensional figures ideas. Researchers such as Facco (2003), D'Amore and Fandiño (2007) and Ferreira (2010) show that students present misunderstandings related to these ideas, such as using the perimeter formula to calculate the area and vice versa. There are also those who make mistakes when asked about relationships between them and tend to agree that if we increase (or decrease) the area of a bi-dimensional figure, its perimeter will necessarily increase (or decrease) and vice versa. Parsysz's (2006) and Tall's (1981) ideas were chosen as theoretical support to guide elaboration and analysis of a set of questions used to collect data. Those questions must be proposed in such a way that allows individuals analysis of participants conceptions about area and perimeter and the relationship between them. With this, one is expected to answer two research questions: "Is the set of individual images rich enough allowing participants not to confuse area and perimeter of bi-dimensional figures?", "Do participants articulate well a observation geometry and a proto-axiomatic geometry?"

**Keywords:** Area. Perimeter. Concept image. Observation geometry. Proto-axiomatic geometry.

## 1 JUSTIFICATIVA

Desde 2.000 a.C os Babilônios sabiam calcular a área de figuras retangulares e de triângulos isósceles. Em 1.000 a.C, no Antigo Egito, os estiradores de corda demarcavam terrenos à margem do rio Nilo. Apesar do Homem conhecer, há tanto tempo, o cálculo de área e de perímetro, a aprendizagem desses conceitos, ao longo do Ensino Fundamental, tem apresentado dificuldades vivenciadas por professores e educadores de Matemática, assim como mostram pesquisas feitas por Facco (2003), D'Amore e Fandiño (2007) e Ferreira (2010), motivando a busca por abordagens e instrumentos inovadores, na tentativa de viabilizar e tornar mais eficiente o processo de ensino e, conseqüentemente, o da aprendizagem, ou seja, todo o processo de sala de aula.

Um tipo de dificuldade recorrente, relatado por Facco (2003), está ligado à troca de área por perímetro e vice-versa, feita por alunos da Escola Básica, isto é, ao pedir para um aluno calcular a área de uma figura plana, este acaba calculando o perímetro e o mesmo vale quando solicitado para que este calcule o perímetro. Há ainda aqueles que apresentam falsas convicções sobre a relação entre esses dois conceitos, afirmando, por exemplo, que ao modificarmos uma figura plana de maneira a aumentar (diminuir) sua área, seu perímetro necessariamente irá aumentar (diminuir) (D'AMORE; FANDINO, 2007).

Com essas dificuldades em mente, desenvolvemos, em 2015, um projeto relacionado ao ensino e à aprendizagem de área e de perímetro de figuras planas, como parte da disciplina MAT0451, do programa de Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo e este foi submetido a uma banca examinadora.

Durante a elaboração desse projeto, fomos apresentados a um conjunto de questionamentos, propostos por D'Amore e Fandiño (2007) que, além de desafiadores, atraíram pela forma e pelas estratégias com as quais alunos da Escola Básica poderiam respondê-las, como na questão: Encontre duas figuras planas de maneira que, de uma para outra:

1. o perímetro aumenta e a área diminui;
2. o perímetro diminui e a área aumenta;



### 3. a área e o perímetro permanecem iguais.

Facco (2003) revela que, ao aplicar uma atividade referente ao cálculo da área e do perímetro de um retângulo, em uma turma de 5ª série (atual 6º ano) do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual, 55% dos participantes utilizou a fórmula do perímetro para calcular a área do retângulo dado. Concordamos com a seguinte reflexão de Ferreira (2010): se um aluno associar a área de uma figura plana à medida de uma superfície, ao mudar a forma dessa superfície, terá em mente que a área também poderá sofrer mudanças, se trabalhadas a composição e a decomposição de figuras, mas quando o aluno associa área apenas a um número positivo, este só mobiliza concepções numéricas (FERREIRA, 2010, p. 16).

Na pesquisa de D'Amore e Fandiño (2007), 107 alunos italianos de diversos níveis escolares e 57 professores (entre escola primária e universidade) de Matemática foram questionados quanto a algumas possíveis relações entre área e perímetro, como por exemplo “Seja dado um polígono  $F$ , com determinado perímetro  $p$  e área  $A$ . Modificamos  $F$ : se  $p$  tende a aumentar, necessariamente  $A$  também aumentar (vice-versa)”. Do total de 83 entrevistados, mais de 90% concordou com essa afirmação. Segundo os autores, essas concepções errôneas estão ligadas ao fato de que quase sempre, nos livros didáticos de Matemática, ou em sala de aula, são trabalhados exemplos de área e de perímetro com polígonos convexos regulares, não dando espaço para figuras não convexas. Ainda segundo os autores, quando se fala em aumentar o perímetro de uma figura geométrica plana, espontaneamente pensa-se numa homotetia, que aumenta o contorno e, portanto, o perímetro. (D'AMORE et al., 2015, p. 123).

Quando um estudante não consegue distinguir a área de uma figura plana de seu perímetro, podemos dizer que possui uma ideia pobre sobre esses dois objetos geométricos, uma vez que a área está ligada à medida de uma superfície e o perímetro à do contorno dessa superfície, o que evidencia que se tratam de objetos geométricos de dimensões diferentes e com estratégias distintas para obtenção de sua medida. Parece-nos razoável imaginar que se essas ideias ficarem claras aos alunos, estes aceitem que a área e o perímetro de uma figura plana não variem necessariamente no mesmo sentido.

Entendemos a importância do ensino e da aprendizagem de área e de perímetro na Escola Básica e colocamos como objetivo de nossa Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, investigar quais os conceitos que um grupo de estudantes tem de área e de perímetro de figuras planas, bem como da relação entre eles. Pretendemos também analisar se as imagens que esses participantes tem,

individualmente, é suficientemente rica, isto é, se cada um deles consegue associar a área à medida de uma superfície plana, o perímetro à medida do contorno dessa superfície e se entende que a área e o perímetro estão associados a objetos geométricos com dimensões diferentes e, portanto, podem variar em sentidos diferentes. E ainda se conseguem articular uma geometria de observação e uma geometria proto-axiomática, entendidas de acordo com as ideias de Bernard Parsysz (2006), que pretendemos utilizar como fundamentação teórica e que discorreremos no que segue.

*a) Ideias de Bernard Parsysz sobre o ensino e a aprendizagem de Geometria na Educação Básica*

Segundo Parsysz (2006), a Geometria ensinada na França, da Escola Primária à Universidade, deveria partir de uma “geometria de observação” para uma “geometria de demonstração”. A geometria de observação é caracterizada pelo uso de materiais concretos para justificar alguma propriedade da geometria euclideana ou resolver algum tipo de problema geométrico que, em nosso caso, esteja relacionado com área e perímetro. Na geometria proto-axiomática, os objetos são abstratos e as validações são baseadas em postulados, definições, axiomas, proposições e teoremas da geometria euclideana. Ainda segundo o autor, o desenvolvimento do pensamento geométrico deve transitar entre o pensamento não-axiomático (concreto e espaço-gráfico) e o pensamento axiomático (proto-axiomático e axiomático). Para Parsysz (2006), a resolução de um problema de geometria elementar consiste, ainda que implicitamente, em idas e vindas entre esses dois tipos de geometria e o desenho é um elemento importante nesse “passeio”.

De acordo com o autor, essa evolução pode ser caracterizada e explicada por quatro paradigmas, denominados G0, G1, G2 e G3. Tais paradigmas são propostos por Parsysz (2006) com base nos trabalhos e teorias de Henry (1999), Van Hiele (2002), Houdement, Kuzniak e DIDIREM (2003). Esse quadro teórico pode ser resumido na **Tabela 1**.

**Tabela 1** – Quadro teórico proposto por Parzysz

Geometrias não axiomáticas			Geometrias axiomáticas	
Tipo de geometria	Concreta* (G0)	Espaço gráfico (G1)	Proto-axiomática (G2)	Axiomática (G3)
Objetos	Físicos		Abstratos	
Validações	Perceptivo-dedutivas		Hipotético-dedutivas	

Fonte: PARSYSZ, 2006, p. 130.

Para o pensamento não axiomático, temos dois paradigmas, G0 e G1. No paradigma G0, a ideia de geometria é primitiva e confundida com o espaço físico. Os objetos de estudo são concretos e as validações feitas são perceptivo-dedutivas, isto é, feitas pelo olhar, pelo toque, pela manipulação, pela comparação.

No paradigma G1, os objetos são representados numa folha de papel ou na tela de um computador. É a chamada geometria espaço-gráfica. As validações são perceptivo-dedutivas também, porém se utilizam instrumentos de medida como régua graduada, compasso, esquadro. Tanto em G0 como em G1, uma caixa de sapatos é um prisma, uma bola é uma esfera, uma folha de papel sulfite é um retângulo. As comprovações feitas em G1 partem de situações concretas e são apoiadas em uma figura particular.

No pensamento axiomático (proto-axiomático e axiomático), Parsysz (2006) define os paradigmas, G2 e G3. Em G2, as validações são baseadas em resultados formais de geometria euclideana, como postulados, definições, axiomas, proposições e teoremas e, portanto, são hipotético-dedutivas. Nesse paradigma, os objetos são teóricos, as validações são hipotético-dedutivas e podem ser auxiliadas por algum tipo de figura não particular. No paradigma G3, denominado geometria axiomática, os objetos geométricos são abstratos, os resultados são obtidos a partir de postulados, definições, axiomas, proposições e teoremas da Geometria estudada, por um raciocínio hipotético-dedutivo, sem nenhum auxílio de representações gráficas. Esse paradigma é trabalhado em cursos Universitários.

Segundo Parsysz (2006), na Escola Básica, os paradigmas G1 e G2 são

importantes para a construção do conhecimento geométrico. Em G1, utilizam-se instrumentos de medida (percepção instrumental) para resolver alguma tarefa e as validações são feitas por meio de observações visuais ou superposições. Em G2, a mesma tarefa é resolvida utilizando-se a noção de reta, ponto, segmento, círculo, cuja existência é garantida por definições, axiomas, propriedades e essa resolução é feita de forma dedutiva, com base nos axiomas e teoremas que fazem parte do conhecimento geométrico. Ainda segundo o autor, o desenho é um objeto comum tanto em G1 quanto em G2, é ele que fará com que o pensamento geométrico do estudante evolua de uma geometria de observação para uma de demonstração.

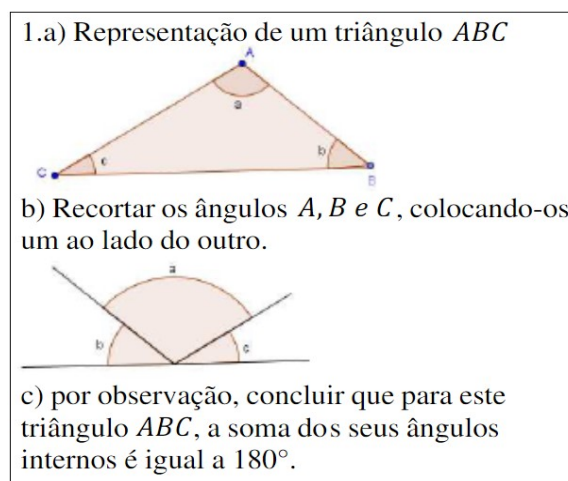
Em Kawamoto (2016, p. 51), encontramos uma atividade que consiste em mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ . Para mostrar esse resultado no paradigma G1, os alunos poderiam apresentar a seguinte solução (**Figura 1**):

Desenhar um triângulo qualquer  $ABC$  e marcar os três ângulos.

Recortar os ângulos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , colocando-os um ao lado do outro sem sobreposição.

Por observação, pode-se concluir que, para este triângulo  $ABC$ , a soma dos seus ângulos internos é igual a  $180^\circ$ .

**Figura 1** – Resolução no paradigma G1



Fonte: KAWAMOTO, 2016, p. 51.

Uma possível solução, no paradigma G2-G1, poderia obedecer a seguinte ideia:

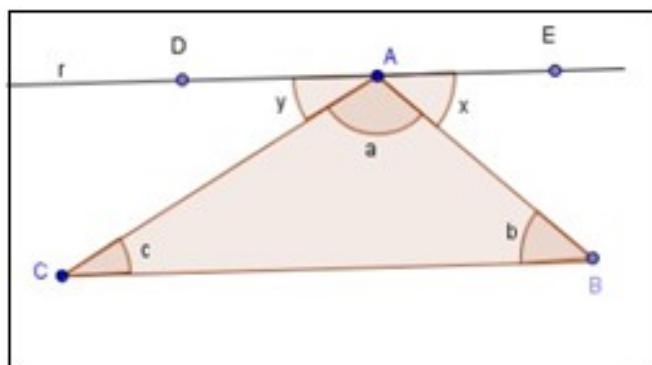
Considere um triângulo  $ABC$  qualquer.

Pelo vértice  $A$ , oposto ao lado  $BC$ , traçar uma reta  $r$  paralela à reta  $BC$ , reta suporte ao lado  $BC$ , cuja existência e unicidade são garantidas por axioma.

Para um melhor entendimento, necessitamos de uma representação gráfica e assim recorreremos ao paradigma G1 para continuar a demonstração (**Figura 2**).

Com o auxílio do desenho, podemos seguir da seguinte forma: o ângulo externo com vértice em  $A$  e lado  $AC$  e o ângulo  $c$  são congruentes. Da mesma forma, o ângulo externo com vértice em  $A$  e lado  $AB$  e o ângulo  $b$  são congruentes.

**Figura 2** - Recurso a uma representação gráfica para a resolução



Fonte: KAWAMOTO, 2016, p. 51

Apresentamos a seguir um exemplo em que é possível explorar as relações entre área e perímetro. Sejam  $A$  e  $B$  duas figuras geométricas planas quaisquer. Decida se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e dê um argumento que justifique sua resposta: “Se o perímetro de  $A$  é menor do que o perímetro de  $B$ , então a área de  $A$  é menor do que a área de  $B$ ”.

Uma possível solução, em G1, seria apresentar duas figuras planas  $A$  e  $B$ , de modo que o perímetro de  $A$  seja menor do que o perímetro de  $B$  e a área de  $A$  seja maior do que a área de  $B$ , mostrando que se trata de uma afirmação falsa.

Inicialmente, podemos construir dois retângulos congruentes, um deles denominamos  $A$  e no outro fazemos um recorte com formato de triângulo, chamando-o de figura  $B$  (a **Figura 3** apresenta as duas figuras,  $A$  e  $B$ ).

**Figura 3** – Retângulo (A) e Pentágono irregular (B)

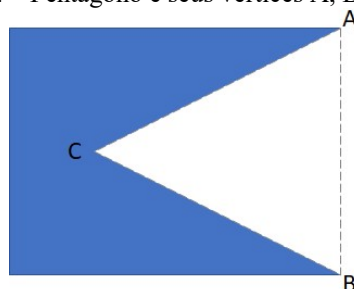


Fonte: elaborado pelo autor (LIMA, 2018).

Utilizando uma régua para medir ambos os perímetros, pode-se afirmar que o perímetro de A é menor do que o perímetro de B mas, claramente, a área de A é maior do que a área de B. Sendo assim, a afirmação feita é falsa.

Em G2, podemos apresentar as mesmas figuras, e assim, os alunos trabalham em G2 e em G1, porém mostrando que três dos vértices do pentágono formam um triângulo e portanto, a medida de AB, é menor que a soma das medidas de AC e CB, como representado na **Figura 4**.

**Figura 4** – Pentágono e seus vértices A, B e C



Fonte: elaborado pelo autor (LIMA, 2018).

Embora o contraexemplo para a afirmação inicial pareça simples, requer a quebra de alguns paradigmas, nos quais alunos da Educação Básica possam estar presos. Segundo D'Amore e Fandiño (2007), alunos da Escola Básica Italiana, bem como professores, tendem a dizer que se trata de uma afirmação verdadeira e uma das possíveis causas dessa concepção está ligada a dois fatores. A pobreza de um repertório figural que não contempla polígonos não convexos e o costume de trabalhar com transformações homotéticas. Por exemplo, os que pensam em polígonos convexos e pensam em modificá-los por meio de uma homotetia tendem a achar a afirmação verdadeira pois, nesse caso particular, ao aumentar a área de uma figura plana, como o quadrado por exemplo, o perímetro também aumentará. O mesmo vale para diminuir.

Dessa forma, como produto final de nossa Dissertação de Mestrado Profissional, teremos uma pesquisa com análise qualitativa de dados, na qual procuraremos investigar quais as concepções que um grupo de estudantes tem de área e de perímetro de figuras planas, assim como da relação entre eles. Analisando, ainda, se o repertório de imagens individuais dos participantes é suficientemente rica, isto é, se cada estudante pesquisado consegue associar a área à medida de uma superfície plana, o perímetro à medida do contorno dessa superfície e se entende que a área e o perímetro estão associados a objetos geométricos que possuem dimensões diferentes e, portanto, podem variar em sentidos diferentes. Parece-nos razoável esperar que os participantes consigam articular bem uma geometria de observação e uma geometria proto-axiomática, entendidas de acordo com as ideias de Bernard Parsysz (2006).

#### *b) Imagem de Conceito e definição de Conceito*

Segundo Tall e Vinner (1981), a **imagem de conceito** é a estrutura cognitiva mental individual total de um indivíduo, associada a um conceito. É constituída de todas as imagens mentais, representações visuais, verbalizações e impressões associadas ao conceito, é construída ao longo da vida com as experiências vivenciadas e pode mudar conforme o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece. A **definição de conceito** é o texto escrito em palavras pelo qual um indivíduo “define” um conceito. Esta definição pode ou não ser coerente com a definição formal, aceita pela comunidade matemática.

Ainda segundo os autores, a compreensão de um conceito está ligada a formação de uma imagem de conceito associada ao objeto de conhecimento. Quando se apresenta um conceito matemático por meio de uma definição formal, é esperado que o aprendiz construa imagens conceituais associadas a essa definição e assim verificar se houve ou não assimilação do conhecimento.

Assim como descrito anteriormente, um dos objetivos de nosso trabalho é analisar as imagens de conceito e as definições de conceito de um grupo de alunos finalistas da Educação Básica, no que se refere à área e ao perímetro de figuras bidimensionais.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA C. P. **Desenvolvendo o pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental:** uma proposta de ensino para professores e formadores de professores. 2011. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

D'AMORE, B. *et al.* **Primeiros elementos de semiótica:** sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. I. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Relime**, México, v. 10, n. 1, p. 39-68, mar. 2007.

FACCO, S. R. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental:** estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. F. D. **Conceito de área:** uma proposta sob a ótica de ensino-aprendizagem. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

HENRY, M. L'introduction des probabilités au lycée: un processus de modélisation comparable à celui de la géométrie. **Repères-IREM**, n. 36, p. 15-34, 1999.

HOUEMENT, C.; KUZNIAK, A.; DIDIREM Paris. Quand deux droites sont «à peu près» parallèles ou le versant géométrique du «presque» égal. **Petit x**, n. 61, p. 61-74, 2003.

KAWAMOTO, M. **Habilidades de visualização em geometria espacial:** um diagnóstico com alunos de 3º ano do Ensino Médio. 2016. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista - SBEM**, Florianópolis, vol. 4, p. 3-13, jan./jun., 1995.

PARZYSZ, B. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs deS écoles: de quoi s'agit-it? **Quaderni di Ricerca in Didattica**, Palermo, Italia, n. 17, p. 128-151, 2006.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, n. 2, p. 151-169, maio, 1981.



VAN HIELE, P. M. Similarities and differences between the theory of learning and teaching of Skemp and the Van Hiele levels of thinking. **Intelligence, Learning and Understanding – A Tribute to Richard Skemp**, p. 27-47, 2002.

Padrões geométricos em pavimentações do plano: uma experiência com professores de matemática.....	6
<i>Vitor dos Santos, Ana Paula Jahn</i>	
O vídeo como recurso didático no ensino de probabilidade.....	14
<i>Thiago Picos de Moraes, Marcos Nascimento Magalhães</i>	
Uma proposta de introdução ao conceito de igualdade para o ensino de equações com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem .....	23
<i>Carolina Cavalheiro Crittelli, Cláudia Cueva Candido</i>	
O currículo de Matemática no Estado de São Paulo (2008): uma construção histórica .....	32
<i>Rodrigo Batista de Oliveira, Antônio Carlos Brolezzi</i>	
Competições matemáticas baseadas em resolução de problemas: contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica .....	36
<i>Adriana Martinez, Ana Paula Jahn</i>	
Ensino de variáveis estatísticas a partir de uma abordagem de currículo em espiral .....	44
<i>Diana Simões Ferreira, Viviana Giampaoli, Elisete da Conceição Quintaneiro Aubin</i>	
Área e perímetro: um estudo sobre falsas concepções de alunos concluintes da educação básica .....	54
<i>Fernando Siqueira Vieira Lima, Vera Helena Giusti de Souza</i>	



IME-USP

ISBN 978-85-88697-33-1

