

MAT0349 - Introdução à Lógica - IME - 2007
Prof. Gláucio Terra

T1

DATA LIMITE PARA ENTREGA: 01/10/2007

1- (PRINCÍPIO DA DUALIDADE)

(a) Seja A uma fórmula do cálculo proposicional, na qual figuram apenas os conectivos \neg, \wedge, \vee . Seja A' a fórmula obtida a partir de A , substituindo-se, respectivamente, \wedge por \vee , e \vee por \wedge . Mostre que A é uma tautologia se, e somente se, $\neg A'$ é uma tautologia. Conclua que, se $A \rightarrow B$ é uma tautologia, então $B' \rightarrow A'$ é uma tautologia.

(b) Seja A uma fórmula do cálculo proposicional, na qual figuram apenas os conectivos \neg, \wedge, \vee . Seja A^* a fórmula obtida a partir de A , substituindo-se, respectivamente, \wedge por \vee , e \vee por \wedge , e cada letra proposicional por sua negação. Mostre que A^* é logicamente equivalente a $\neg A$.

2- Uma proposta deve ser votada por um comitê de três membros. Cada um dos membros, A, B e C , vota “sim” ao apertar um botão. A proposta é aprovada se houver pelo menos dois votos a favor.

(a) Escreva uma fórmula do cálculo proposicional, em forma normal disjuntiva, nas letras proposicionais A, B e C , que descreva a sentença “a proposta foi aprovada”.

(b) Desenhe um circuito com interruptores para a fórmula do item anterior.

3- Sejam x e y dois números inteiros, cujas representações na base 2 são, respectivamente, $x_2 x_1 x_0$ e $y_2 y_1 y_0$ (ou seja, $x = \sum_{i=0}^2 x_i 2^i$ e $y = \sum_{i=0}^2 y_i 2^i$, com $x_i, y_i \in \{0, 1\}$). Sejam $z = x + y$ e $z_3 z_2 z_1 z_0$ a representação de z na base 2. Escreva os dígitos z_i , $0 \leq i \leq 3$, através de fórmulas do cálculo proposicional, em forma normal disjuntiva, nas letras proposicionais x_k, y_k , $0 \leq k \leq 2$.

4- Seja L a teoria formal axiomática do cálculo proposicional, descrita em aula. Demonstre (em L) os seguintes teoremas:

(a) $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

(b) $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$