

①

Gabarito da P2
MAT 3458

Q1 (I) Sejam $Tv = \lambda v$ e $Tw = \mu w$

Seja $T(v+w) = \tau(v+w) = \tau v + \tau w = \lambda v + \mu w$.

Se $v+w$ é vetor próprio então $v+w \neq 0$

Como também $v \neq 0$ e $w \neq 0$ temos as seguintes alternativas

(a) $\{v, w\}$ é LI.

Neste caso $\tau = \lambda = \mu$

(b) $\{v, w\}$ é LD

Neste caso

$w = \alpha v$, com $\alpha \neq 0$ e $\mu w = \mu \alpha v = \alpha \lambda v = \lambda \alpha v = \lambda w \Rightarrow \lambda = \mu$.

(II) Seja $T: V \rightarrow V$ bijetora e

seja v um vetor próprio de V
cujo valor próprio associado seja $\lambda \neq 0$.

Então $Tv = \lambda v$.

Seja $w = Tv$.

$w \neq 0$ e

Como T é bijetora

$T^{-1}w = T^{-1}(Tv) = v = \lambda^{-1}w$