

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

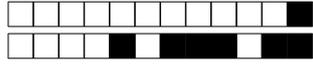
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+1/2/59+



Teste 1 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 1$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 0$.
- D) $a \neq 1$.
- E) $a = 0$.



Teste 3 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B) $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C) $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.



Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

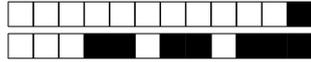
- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A** $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B** $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C** (x, y, z) .
- D** $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E** $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

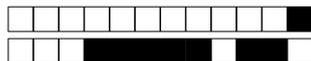
- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(3, 3, 3)$.
- B** $(1, 1, 1)$.
- C** $(6, 6, 6)$.
- D** $(3, 6, 9)$.
- E** $(4, 4, 4)$.



Teste 10 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 12 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 2 e -3 .
- B) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D) 1, 4 e 5.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = \frac{1}{5}$.
- B) $a = 2$.
- C) $a \neq -1$.
- D) $a = \frac{4}{5}$.
- E) $a = 1$.



Teste 14 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

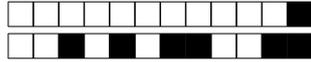
- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 11.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 7.$
- E $11t^2 + s^2 = 1.$

Teste 15 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$



Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 1.
- C) 6.
- D) 13.
- E) 11.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

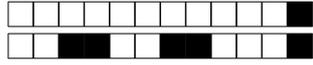
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

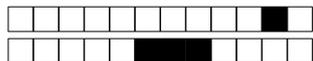
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+1/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

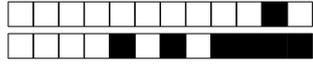
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

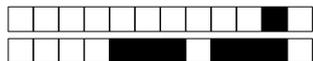
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+2/2/47+



Teste 1 Assinale a alternativa correta:

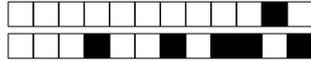
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 3 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 4.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 7.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1.$
- B $a \neq 1$ e $b = 2.$
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0.$
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2.$
- E $a \neq 0$ e $b = 1.$



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 4 e 5.
- B $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E 1, 2 e -3.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

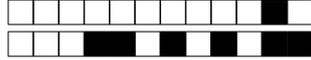
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(1, 1, 1)$.
- B** $(3, 6, 9)$.
- C** $(4, 4, 4)$.
- D** $(6, 6, 6)$.
- E** $(3, 3, 3)$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

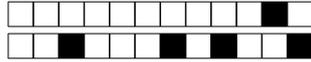
- A) 1.
- B) 13.
- C) 3.
- D) 11.
- E) 6.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- D) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.



Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = 0$.
- D $a \neq 1$.
- E $a = 1$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a = 2$.
- E $a = 1$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

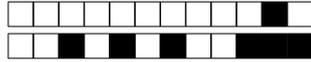
- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B é semelhante a C .



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

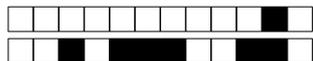
- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 16 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

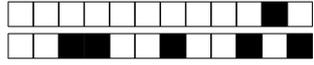
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

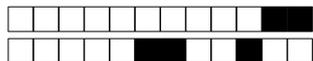
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+2/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+3/2/35+



Teste 1 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

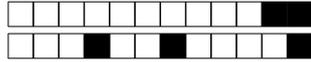
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.

Teste 2 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 11$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 2$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.



Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

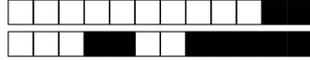
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 8 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 9 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

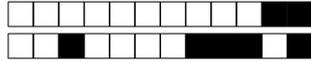
- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, 2$ e -3 .
- D) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E) $1, 4$ e 5 .



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

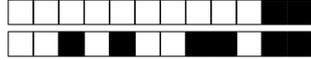
- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 3, 3)$.
- B $(3, 6, 9)$.
- C $(6, 6, 6)$.
- D $(4, 4, 4)$.
- E $(1, 1, 1)$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

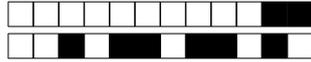
$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 1.
- C 13.
- D 11.
- E 3.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

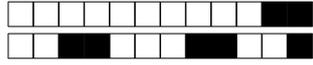
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

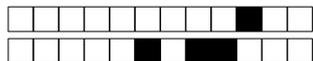
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+3/12/25+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

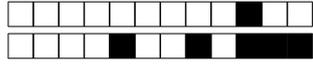
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

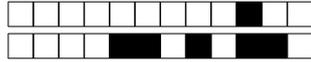
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+4/2/23+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

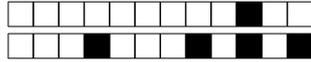
- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(3, 6, 9)$.
- (B) $(6, 6, 6)$.
- (C) $(3, 3, 3)$.
- (D) $(4, 4, 4)$.
- (E) $(1, 1, 1)$.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) todas as afirmações são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

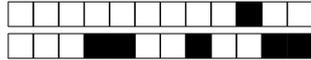
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

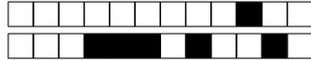
- A 3.
- B 6.
- C 13.
- D 11.
- E 1.

Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

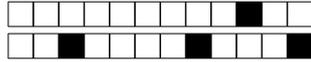
- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.



Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, 4$ e 5 .

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

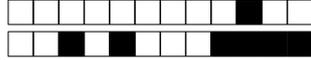
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

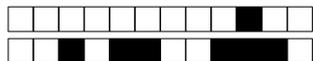


Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

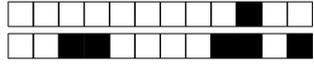
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

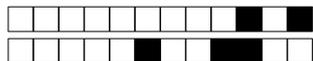
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+4/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

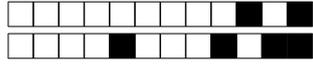
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+5/2/11+



Teste 1 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

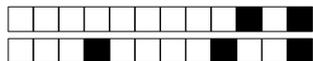
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 1.
- C) 6.
- D) 11.
- E) 13.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

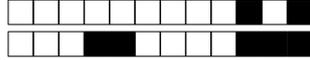
- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = 1$.
- D $a = \frac{4}{5}$.
- E $a = 2$.

Teste 6 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.



Teste 7 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

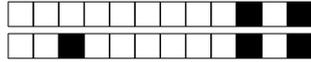
- A $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 2 e -3 .
- B 1, 4 e 5.
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 11 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3].$
- B $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3].$
- C $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3].$
- D $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3].$
- E $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3].$



Teste 13 Considere as matrizes:

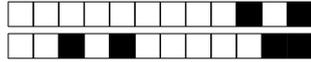
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .

Teste 14 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

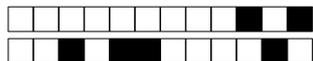
- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (3, 6, 9).
- B) (4, 4, 4).
- C) (6, 6, 6).
- D) (3, 3, 3).
- E) (1, 1, 1).



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

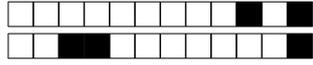
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

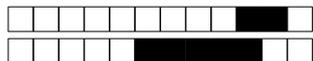
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+5/12/1+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

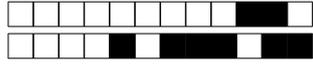
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+6/2/59+



Teste 1 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 4.$
- D $11t^2 + s^2 = 7.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- C $2e^{2t} \cos(3t).$
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t).$
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t).$



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

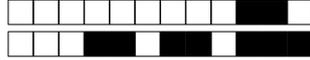
- A $a = 2$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 6 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = -1$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = 0$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 3, 3)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(1, 1, 1)$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) $1, 2$ e -3 .
- E) $1, 4$ e 5 .



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

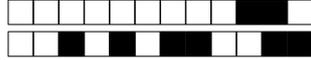
- A) 3.
- B) 13.
- C) 6.
- D) 11.
- E) 1.

Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.



Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

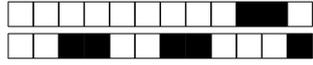
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

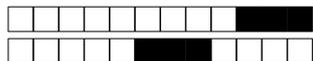
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+6/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

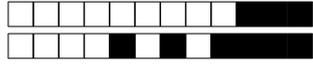
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+7/2/47+



Teste 1 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 2 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

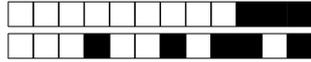
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a \neq 1$.
- B** $a = 0$.
- C** $a = 1$.
- D** $a \neq 0$.
- E** $a = -1$.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

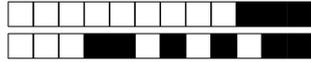
$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 3.$
- C $11t^2 + s^2 = 4.$
- D $11t^2 + s^2 = 1.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z).$
- B $(x, y, z).$
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z).$
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z).$
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z).$



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 2$.
- B) $a = \frac{4}{5}$.
- C) $a = \frac{1}{5}$.
- D) $a = 1$.
- E) $a \neq -1$.



Teste 11 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

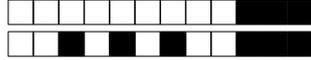
- A) (6, 6, 6).
- B) (3, 3, 3).
- C) (4, 4, 4).
- D) (3, 6, 9).
- E) (1, 1, 1).

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 13.
- D) 1.
- E) 11.

Teste 15 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

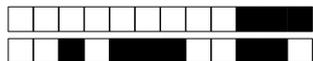


Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

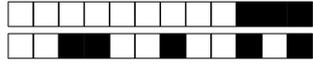
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

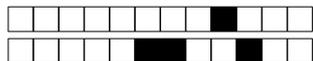
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+7/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

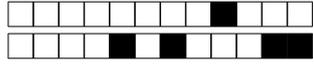
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+8/2/35+



Teste 1 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

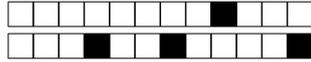
$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq 1$.

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

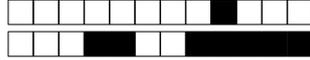
- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(6, 6, 6)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(3, 3, 3)$.
- E) $(3, 6, 9)$.

Teste 6 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

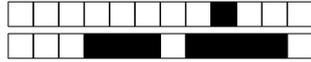
- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 8 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 1$.
- D $11t^2 + s^2 = 3$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

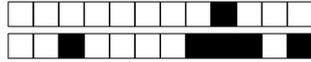
- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 2$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 12 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 13 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

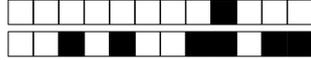
- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 14 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) 13.
- C) 1.
- D) 3.
- E) 11.

Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

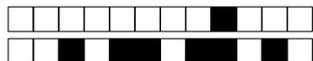
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

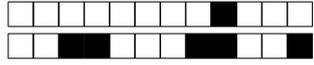
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

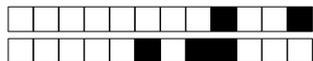
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+8/12/25+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

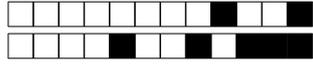
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

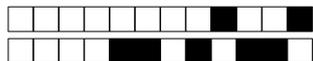
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+9/2/23+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(3, 3, 3)$.
- (B) $(6, 6, 6)$.
- (C) $(4, 4, 4)$.
- (D) $(3, 6, 9)$.
- (E) $(1, 1, 1)$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) todas as afirmações são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C) (x, y, z) .
- D) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 5 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

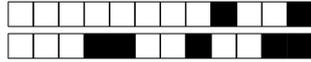
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 6 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A** $11t^2 + s^2 = 7$.
- B** $11t^2 + s^2 = 3$.
- C** $11t^2 + s^2 = 1$.
- D** $11t^2 + s^2 = 4$.
- E** $11t^2 + s^2 = 11$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

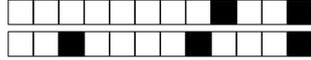
- A) 6.
- B) 13.
- C) 1.
- D) 3.
- E) 11.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- D) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 2 e -3 .
- B) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) 1, 4 e 5.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C) $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 13 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

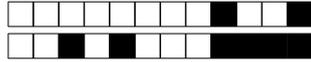
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 2$.
- B) $a = 1$.
- C) $a = \frac{4}{5}$.
- D) $a \neq -1$.
- E) $a = \frac{1}{5}$.



Teste 15 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

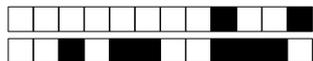
- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = -1$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

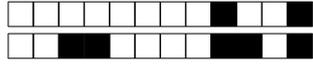
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

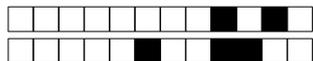
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+9/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

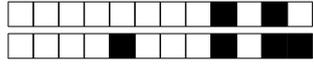
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

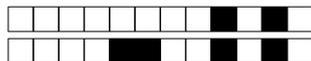
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+10/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 13.
- B) 6.
- C) 3.
- D) 11.
- E) 1.

Teste 2 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

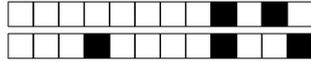
$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 4$.
- B) $11t^2 + s^2 = 11$.
- C) $11t^2 + s^2 = 7$.
- D) $11t^2 + s^2 = 1$.
- E) $11t^2 + s^2 = 3$.

Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 4 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a \neq -1$.



Teste 6 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

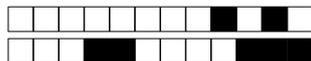
$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
 B $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
 C $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
 D $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
 E $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A** (x, y, z) .
 B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
 C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
 D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
 E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 8 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

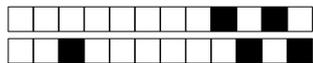
- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 11 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.

Teste 13 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

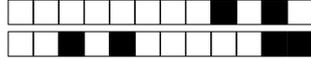
- A) (6, 6, 6).
- B) (1, 1, 1).
- C) (4, 4, 4).
- D) (3, 3, 3).
- E) (3, 6, 9).

Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- D) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.

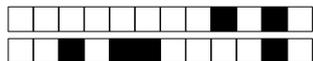


Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a \neq 1$.
- B** $a = 0$.
- C** $a = -1$.
- D** $a \neq 0$.
- E** $a = 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

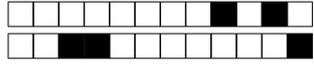
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

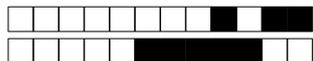
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+10/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

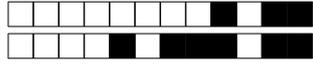
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+11/2/59+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 2 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.



Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (3, 6, 9).
- B) (4, 4, 4).
- C) (1, 1, 1).
- D) (6, 6, 6).
- E) (3, 3, 3).

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

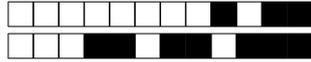
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



Teste 8 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.

Teste 9 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7$.
- B $11t^2 + s^2 = 11$.
- C $11t^2 + s^2 = 4$.
- D $11t^2 + s^2 = 3$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.

Teste 11 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = -1$.
- D $a = 0$.
- E $a = 1$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.



Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

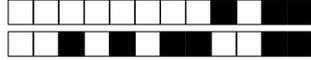
- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 13.
- D) 3.
- E) 11.



Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

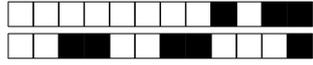
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

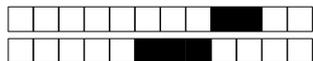
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+11/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

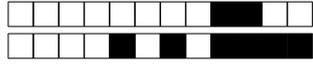
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+12/2/47+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(1, 1, 1)$.
- B $(3, 3, 3)$.
- C $(3, 6, 9)$.
- D $(6, 6, 6)$.
- E $(4, 4, 4)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a = 2$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.



Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

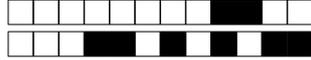
- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, 2$ e -3 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1+i) = (0, 1, 1+i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B 6.
- C 1.
- D 13.
- E 11.



Teste 9 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 4.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 1.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 10 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3].$
- B $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3].$
- C $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3].$
- D $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3].$
- E $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3].$



Teste 11 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- D) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 12 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

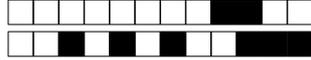
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

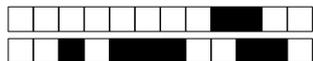
- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a = -1$.
- E $a = 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

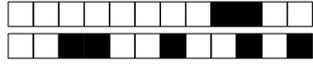
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

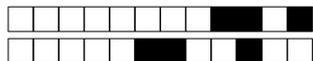
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+12/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

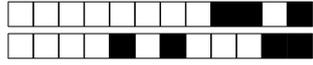
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+13/2/35+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

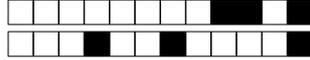
- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 6, 9)$.
- B $(6, 6, 6)$.
- C $(4, 4, 4)$.
- D $(3, 3, 3)$.
- E $(1, 1, 1)$.



Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

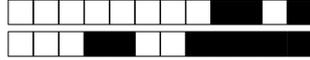
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 11.
- C) 6.
- D) 13.
- E) 3.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

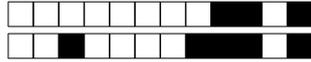
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = \frac{1}{5}$.
- B) $a = 1$.
- C) $a = 2$.
- D) $a \neq -1$.
- E) $a = \frac{4}{5}$.



Teste 11 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B é semelhante a C e A não é semelhante a C.
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C.
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C.
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

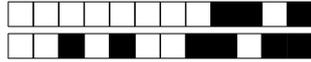
- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.

Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

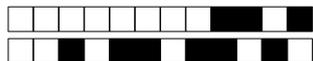
- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, 4$ e 5 .

Teste 16 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V, w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

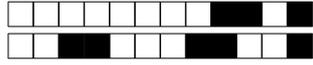
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

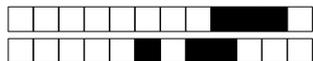
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+13/12/25+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

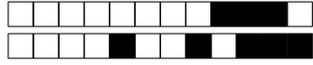
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+14/2/23+



Teste 1 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E A é semelhante a C e B não é semelhante a C .

Teste 2 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

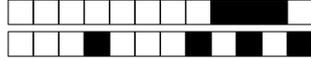
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = -1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = 1$.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(3, 3, 3)$.
- E) $(6, 6, 6)$.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

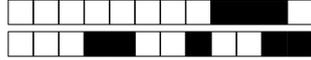
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 4 e 5.
- B) 1, 2 e -3 .
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 13.
- D) 3.
- E) 11.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

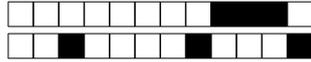
- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7$.
- B $11t^2 + s^2 = 1$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 11$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

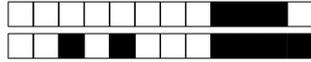
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

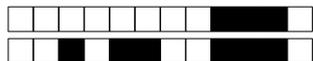
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 2$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

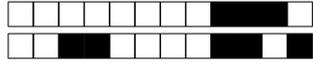
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

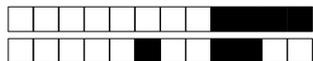
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+14/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

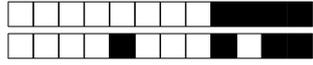
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

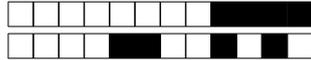
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+15/2/11+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

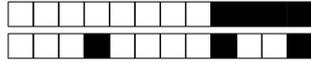
- A $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a \neq -1$.
- B** $a = 1$.
- C** $a = 2$.
- D** $a = \frac{4}{5}$.
- E** $a = \frac{1}{5}$.



Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

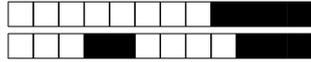
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 11.
- B 13.
- C 1.
- D 3.
- E 6.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (3, 6, 9).
- B) (1, 1, 1).
- C) (4, 4, 4).
- D) (3, 3, 3).
- E) (6, 6, 6).

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D) (x, y, z) .
- E) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 9 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

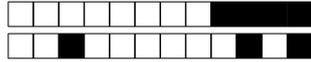
- A $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 11 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7$.
- B $11t^2 + s^2 = 11$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.

Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

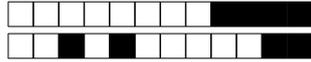
- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, 2$ e -3 .



Teste 15 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

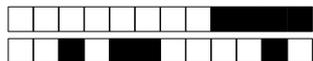
- A B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

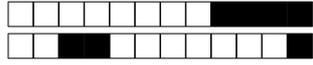
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

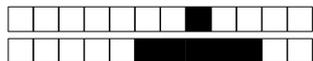
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+15/12/1+



+16/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

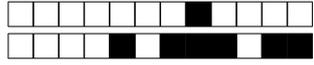
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+16/2/59+



Teste 1 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

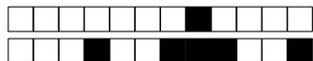
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** todas as afirmações são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

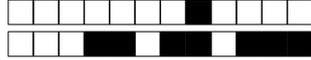
$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 4 e 5.
- B $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E 1, 2 e -3.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(3, 3, 3)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(4, 4, 4)$.

Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- B) $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

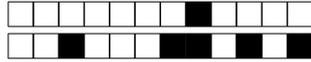
- A) 11.
- B) 3.
- C) 6.
- D) 13.
- E) 1.

Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 1$.
- B) $11t^2 + s^2 = 7$.
- C) $11t^2 + s^2 = 3$.
- D) $11t^2 + s^2 = 4$.
- E) $11t^2 + s^2 = 11$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = 2$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 12 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E A é semelhante a C e B não é semelhante a C .



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

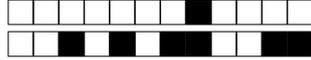
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a \neq 0$.
- B** $a = -1$.
- C** $a = 0$.
- D** $a \neq 1$.
- E** $a = 1$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

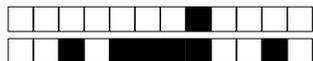
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

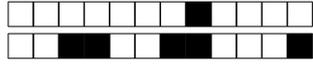
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

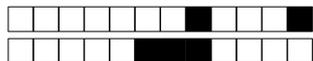
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+16/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

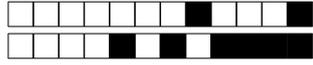
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+17/2/47+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 2 e -3.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C) 1, 4 e 5.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) 13.
- C) 1.
- D) 11.
- E) 3.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = -1$.
- B) $a = 0$.
- C) $a \neq 0$.
- D) $a = 1$.
- E) $a \neq 1$.



Teste 5 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

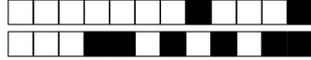
- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B (x, y, z) .
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.



Teste 9 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t).$
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t).$
- D $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- E $2e^{2t} \cos(3t).$



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (3, 3, 3).
- B) (1, 1, 1).
- C) (6, 6, 6).
- D) (4, 4, 4).
- E) (3, 6, 9).

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = 2$.

Teste 14 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

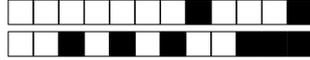
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 15 Assinale a alternativa correta:

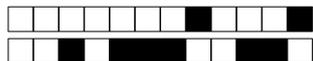
- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E** $a \neq 0$ e $b = 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

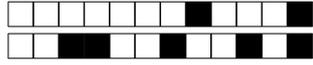
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

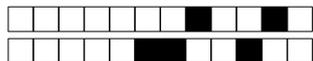
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+17/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

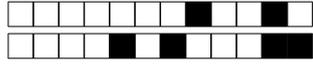
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+18/2/35+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

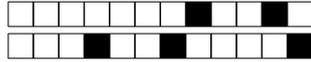
- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 2$.
- E $a = 1$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.

Teste 4 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 11$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

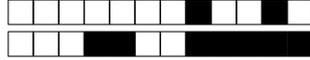
- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, 2$ e -3 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A** (x, y, z) .
- B** $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C** $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D** $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E** $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

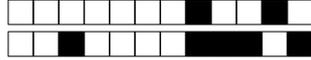
- A) 11.
- B) 6.
- C) 3.
- D) 13.
- E) 1.

Teste 10 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

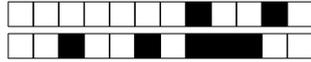
$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

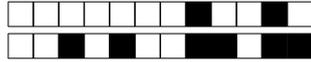
- A $a = -1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = 0$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 3, 3)$.
- B) $(3, 6, 9)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(1, 1, 1)$.
- E) $(6, 6, 6)$.

Teste 16 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

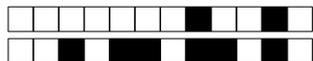
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

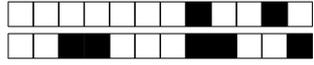
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

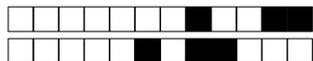
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+18/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

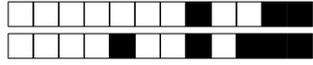
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+19/2/23+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

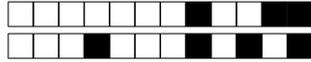
- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Considere as matrizes:

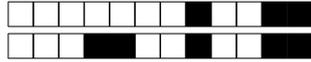
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B) (x, y, z) .
- C) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.



Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

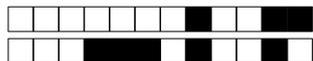
$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = -1$.

Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

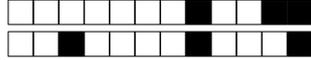
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a = \frac{4}{5}$.
- B** $a = 2$.
- C** $a \neq -1$.
- D** $a = 1$.
- E** $a = \frac{1}{5}$.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 12 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A** $11t^2 + s^2 = 3$.
- B** $11t^2 + s^2 = 1$.
- C** $11t^2 + s^2 = 11$.
- D** $11t^2 + s^2 = 4$.
- E** $11t^2 + s^2 = 7$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

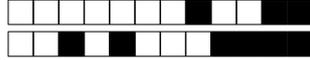
- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(6, 6, 6)$.
- D) $(3, 3, 3)$.
- E) $(3, 6, 9)$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 4 e 5.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E) 1, 2 e -3.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

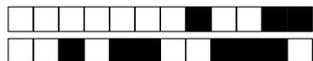
- A) 3.
- B) 11.
- C) 13.
- D) 6.
- E) 1.

Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

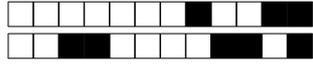
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

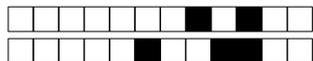
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+19/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

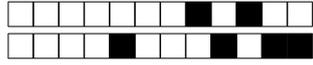
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+20/2/11+



Teste 1 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

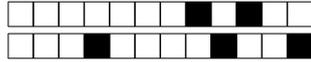
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

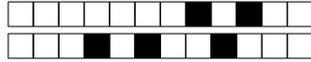
- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = 0$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

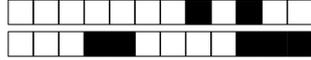
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = 1$.
- D $a = \frac{4}{5}$.
- E $a = 2$.



Teste 7 Assinale a alternativa correta:

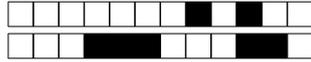
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

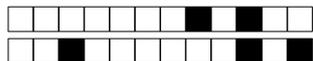
- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, 2$ e -3 .

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 11.
- B) 13.
- C) 1.
- D) 3.
- E) 6.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1,1,1) = (3,3,3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1,2,3)$ é igual a:

- A) $(1,1,1)$.
- B) $(4,4,4)$.
- C) $(6,6,6)$.
- D) $(3,3,3)$.
- E) $(3,6,9)$.



Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

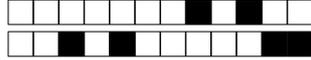
- A** $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.

Teste 14 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A** $11t^2 + s^2 = 11$.
- B** $11t^2 + s^2 = 1$.
- C** $11t^2 + s^2 = 3$.
- D** $11t^2 + s^2 = 4$.
- E** $11t^2 + s^2 = 7$.



Teste 15 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

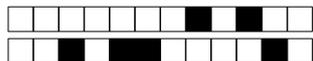
$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

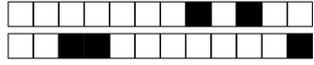
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

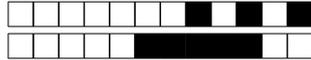
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+20/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

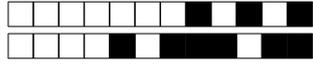
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+21/2/59+



Teste 1 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

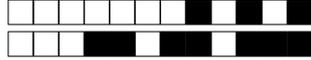
$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (4, 4, 4).
- B) (1, 1, 1).
- C) (6, 6, 6).
- D) (3, 3, 3).
- E) (3, 6, 9).

Teste 6 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 7 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 9 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

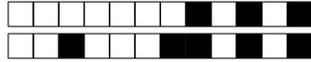
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = 2$.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E $1, 4$ e 5 .

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V, w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

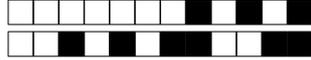
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 13.
- B) 11.
- C) 1.
- D) 3.
- E) 6.

Teste 16 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 11$.
- B) $11t^2 + s^2 = 4$.
- C) $11t^2 + s^2 = 7$.
- D) $11t^2 + s^2 = 1$.
- E) $11t^2 + s^2 = 3$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

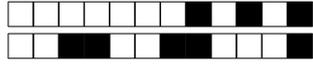
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

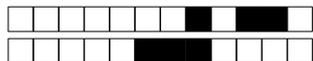
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+21/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

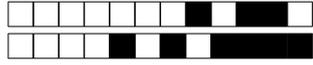
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+22/2/47+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 11.
- B) 3.
- C) 6.
- D) 13.
- E) 1.

Teste 2 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 4$.
- B) $11t^2 + s^2 = 3$.
- C) $11t^2 + s^2 = 7$.
- D) $11t^2 + s^2 = 11$.
- E) $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a \neq 1$.
- E $a = -1$.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

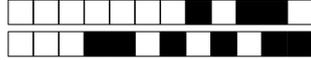
- (A) $(3, 6, 9)$.
- (B) $(4, 4, 4)$.
- (C) $(1, 1, 1)$.
- (D) $(3, 3, 3)$.
- (E) $(6, 6, 6)$.

Teste 6 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- (C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A** $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- B** $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C** $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D** $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E** $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a \neq -1$.
- B) $a = 2$.
- C) $a = \frac{4}{5}$.
- D) $a = 1$.
- E) $a = \frac{1}{5}$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 12 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 13 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

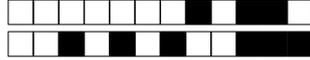
- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .

Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E) $a \neq 0$ e $b = 1$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

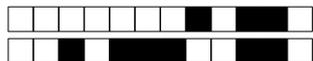
- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B (x, y, z) .
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

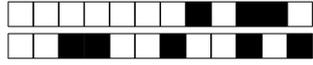
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

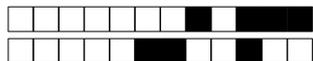
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+22/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

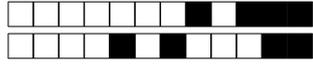
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+23/2/35+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.



Teste 5 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

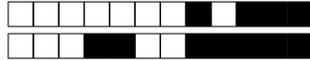
$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 13.
- B 11.
- C 6.
- D 3.
- E 1.



Teste 7 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

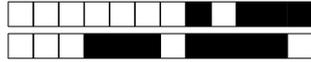
- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 11.$
- C $11t^2 + s^2 = 4.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

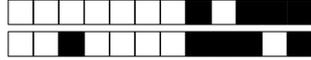
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = 2$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.



Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

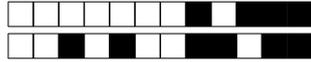
- A $a = 1$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, 2$ e -3 .



Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

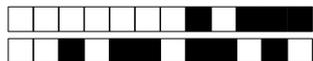
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 3, 3)$.
- B $(1, 1, 1)$.
- C $(4, 4, 4)$.
- D $(3, 6, 9)$.
- E $(6, 6, 6)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

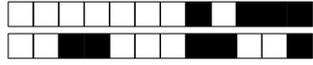
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

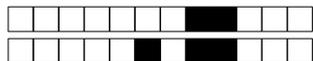
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+23/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

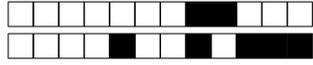
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+24/2/23+



Teste 1 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

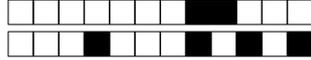
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B** não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C** B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D** A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E** A é semelhante a C e B não é semelhante a C .



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

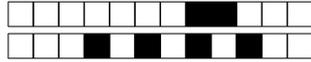
- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(3, 3, 3)$.

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- E) $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

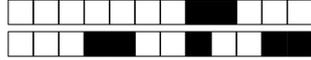
- A) 11.
- B) 13.
- C) 1.
- D) 3.
- E) 6.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

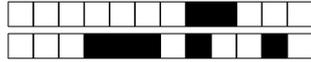
- A $a = 1$.
- B $a = 2$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 9 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 10 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

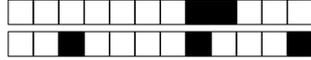
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

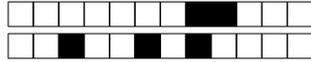
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 0$.



Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

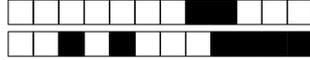
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 15 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

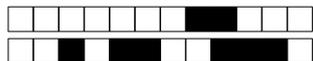
$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 11.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

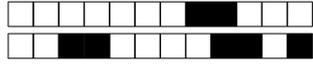
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

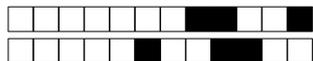
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+24/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

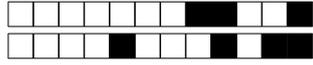
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

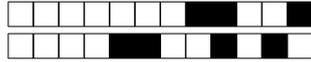
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+25/2/11+



Teste 1 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

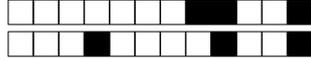
- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 2 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, 4$ e 5 .
- D) $1, 2$ e -3 .
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

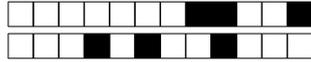
- A $a = -1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq 0$.

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 3.
- D) 11.
- E) 13.

Teste 6 Considere as seguintes afirmações:

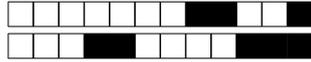
- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B) (x, y, z) .
- C) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 8 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

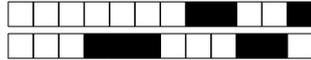
- A $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

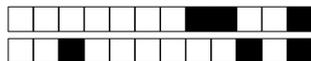
- A $a = 2$.
- B $a = 1$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 11 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 1$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (3, 6, 9).
- B) (6, 6, 6).
- C) (4, 4, 4).
- D) (1, 1, 1).
- E) (3, 3, 3).

Teste 13 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 14 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 15 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

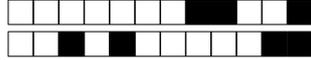
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

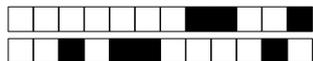
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

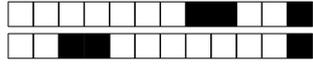
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

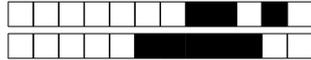
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+25/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

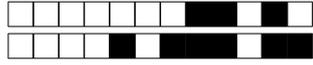
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+26/2/59+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

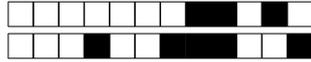
$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B é semelhante a C e A não é semelhante a C.
- C é semelhante a B e B não é semelhante a C.
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C.
- E A é semelhante a B e B é semelhante a C.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = 1$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a \neq -1$.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

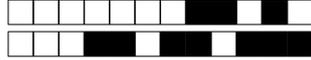
- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 3.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t).$
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t).$
- D $2e^{2t} \cos(3t).$
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t).$



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 9 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(4, 4, 4)$.
- B $(3, 6, 9)$.
- C $(3, 3, 3)$.
- D $(6, 6, 6)$.
- E $(1, 1, 1)$.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A** 13.
- B** 3.
- C** 6.
- D** 11.
- E** 1.



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

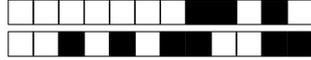
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B** todas as afirmações são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = -1$.
- D $a \neq 1$.
- E $a = 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

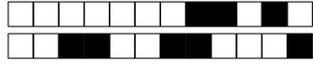
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

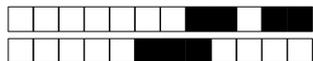
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+26/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

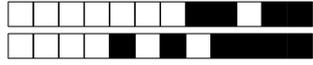
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+27/2/47+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (4, 4, 4).
- B) (3, 3, 3).
- C) (3, 6, 9).
- D) (6, 6, 6).
- E) (1, 1, 1).

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 11.
- D) 1.
- E) 13.



Teste 5 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

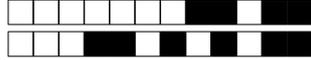
- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 0$.
- E $a = -1$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

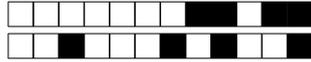
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = 1$.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 11 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 12 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 1$.
- D $11t^2 + s^2 = 11$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
 B $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
 C $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
 D $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
 E $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 14 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

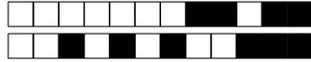
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

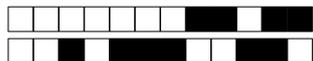
- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, 4$ e 5 .

Teste 16 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V, w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

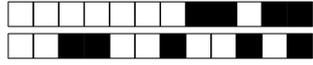
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

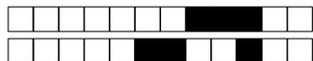
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+27/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

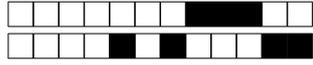
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

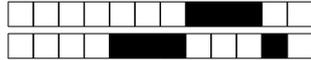
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+28/2/35+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B é semelhante a C .



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(6, 6, 6)$.
- B $(3, 3, 3)$.
- C $(3, 6, 9)$.
- D $(1, 1, 1)$.
- E $(4, 4, 4)$.



Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

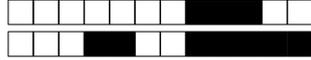
- A $a = -1$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq 0$.

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7$.
- B $11t^2 + s^2 = 11$.
- C $11t^2 + s^2 = 1$.
- D $11t^2 + s^2 = 3$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

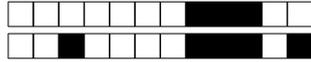
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 11 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 3.
- D) 11.
- E) 13.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

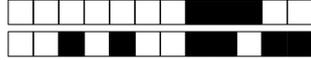
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

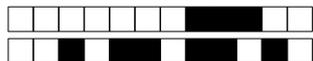
- A $a \neq -1$.
- B $a = 2$.
- C $a = 1$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

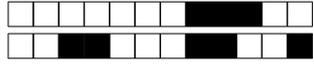
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

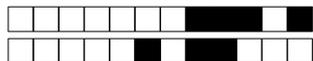
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+28/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

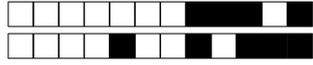
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+29/2/23+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

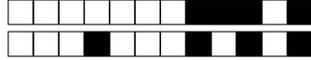
- A $a = 2$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E) (x, y, z) .



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

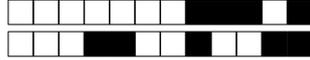
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1+i) = (0, 1, 1+i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A** 13.
- B** 3.
- C** 11.
- D** 1.
- E** 6.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

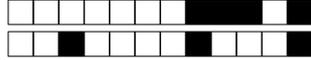
- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A** $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B** $1, 2$ e -3 .
- C** $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D** $1, 4$ e 5 .
- E** $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

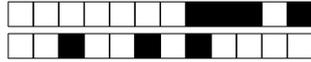
- A $a \neq 1$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = -1$.
- E $a = 0$.

Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

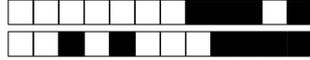
- (A) (3, 6, 9).
- (B) (4, 4, 4).
- (C) (1, 1, 1).
- (D) (3, 3, 3).
- (E) (6, 6, 6).

Teste 14 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 15 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

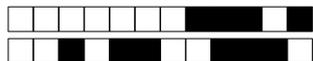
- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 4.$
- C $11t^2 + s^2 = 7.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 16 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

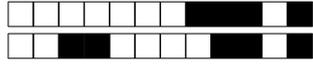
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

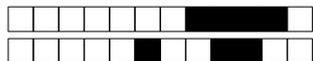
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+29/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

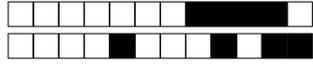
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+30/2/11+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

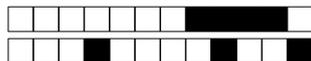
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 2$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a \neq -1$.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B 13.
- C 6.
- D 3.
- E 11.



Teste 3 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

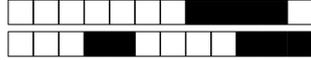
- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(6, 6, 6)$.
- B** $(3, 3, 3)$.
- C** $(1, 1, 1)$.
- D** $(4, 4, 4)$.
- E** $(3, 6, 9)$.



Teste 7 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 1.$

Teste 8 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

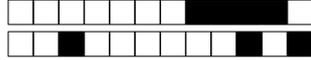
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 10 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B** A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C** não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D** A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E** A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 11 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = -1$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq 0$.

Teste 12 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

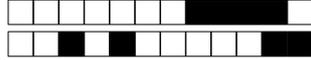
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

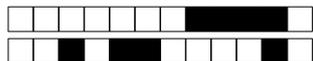
- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

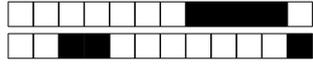
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

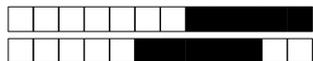
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+30/12/1+



+31/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

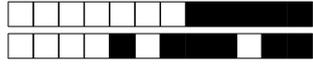
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+31/2/59+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

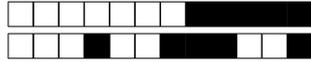
- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 4 e 5.
- B) 1, 2 e -3.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 4 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

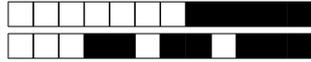
- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 3.$
- C $11t^2 + s^2 = 4.$
- D $11t^2 + s^2 = 7.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B 1.
- C 6.
- D 13.
- E 11.

Teste 7 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 1$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 3, 3)$.
- B $(1, 1, 1)$.
- C $(6, 6, 6)$.
- D $(3, 6, 9)$.
- E $(4, 4, 4)$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 14 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = 1$.
- D $a = -1$.
- E $a = 0$.



Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

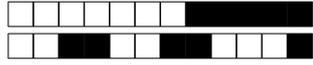
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+31/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

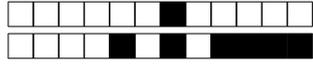
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+32/2/47+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

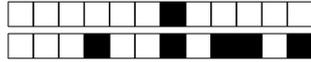
- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 4$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 1$.
- E $11t^2 + s^2 = 7$.



Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 0$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = \frac{4}{5}$.
- E $a = 2$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



Teste 7 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

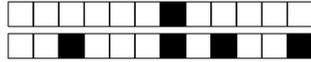
- A 1, 4 e 5.
- B 1, 2 e -3.
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(1, 1, 1)$.
- (B) $(6, 6, 6)$.
- (C) $(3, 6, 9)$.
- (D) $(3, 3, 3)$.
- (E) $(4, 4, 4)$.

Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 14 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 11.
- B) 3.
- C) 6.
- D) 1.
- E) 13.



Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E** $a \neq 1$ e $b = 2$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

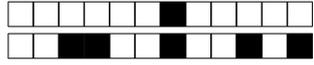
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+32/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

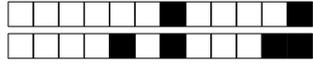
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+33/2/35+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

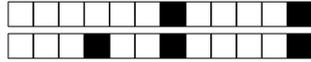
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 2$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 3 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 6, 9)$.
- B) $(3, 3, 3)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(1, 1, 1)$.



Teste 5 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

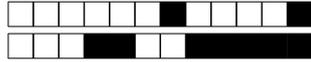
- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B) $1, 4$ e 5 .
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, 2$ e -3 .
- E) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 7 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

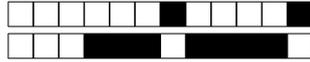
- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = -1$.
- D $a \neq 1$.
- E $a \neq 0$.



Teste 9 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

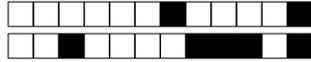
$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 11 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

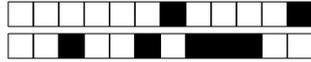
- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 12 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E A é semelhante a C e B não é semelhante a C .



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

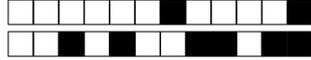
- A) 3.
- B) 11.
- C) 1.
- D) 6.
- E) 13.

Teste 14 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 15 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

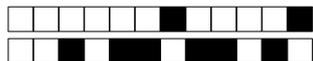
- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 16 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A** $11t^2 + s^2 = 3$.
- B** $11t^2 + s^2 = 4$.
- C** $11t^2 + s^2 = 11$.
- D** $11t^2 + s^2 = 1$.
- E** $11t^2 + s^2 = 7$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

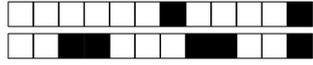
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+33/12/25+



+34/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

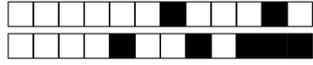
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

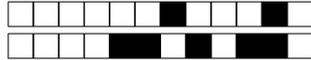
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+34/2/23+



Teste 1 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

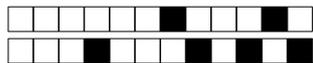
- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 11.$
- C $11t^2 + s^2 = 7.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

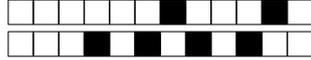
- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

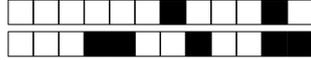
- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

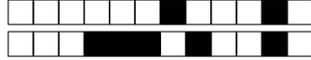
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 2$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = 1$.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

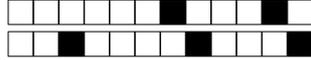
- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(1, 1, 1)$.
- B** $(3, 6, 9)$.
- C** $(3, 3, 3)$.
- D** $(6, 6, 6)$.
- E** $(4, 4, 4)$.



Teste 11 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\operatorname{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\operatorname{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B $\operatorname{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\operatorname{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C $\operatorname{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\operatorname{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- D $\operatorname{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\operatorname{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- E $\operatorname{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\operatorname{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.



Teste 13 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

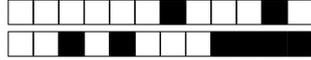
- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a \neq 1$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 0$.
- D) $a = 0$.
- E) $a = 1$.



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 1.
- D) 11.
- E) 13.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

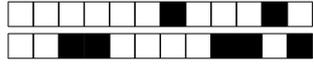
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

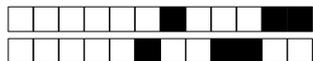
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+34/12/13+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

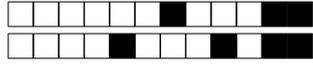
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

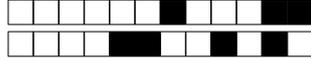
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+35/2/11+



Teste 1 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Seja $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

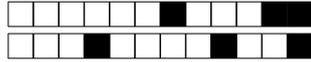
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 1$.
- B) $a \neq -1$.
- C) $a = \frac{1}{5}$.
- D) $a = \frac{4}{5}$.
- E) $a = 2$.



Teste 3 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a = 0$.
- B** $a = -1$.
- C** $a \neq 1$.
- D** $a \neq 0$.
- E** $a = 1$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(6, 6, 6)$.
- B) $(1, 1, 1)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(3, 6, 9)$.
- E) $(3, 3, 3)$.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

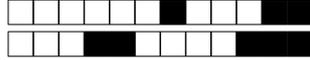
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 1.$
- E $11t^2 + s^2 = 4.$

Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

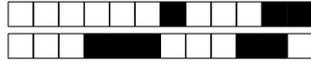
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3].$
- B $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3].$
- C $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3].$
- D $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3].$
- E $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3].$



Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

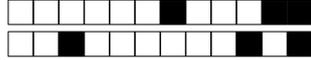
- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C $1, 2$ e -3 .
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 10 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 11 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

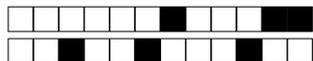
- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- B) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.



Teste 13 Considere as matrizes:

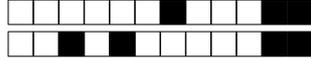
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .

Teste 14 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 3.
- C) 13.
- D) 6.
- E) 11.



Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

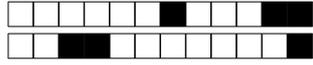
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+35/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

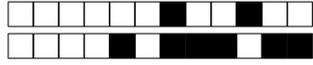
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+36/2/59+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a = 0$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 1$.
- E $a \neq 0$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

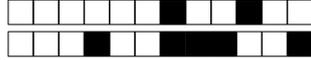
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq -1$.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** todas as afirmações são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.

Teste 6 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A** $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B** $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C** $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D** $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E** $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E) $a \neq 1$ e $b = 2$.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

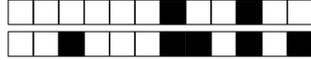
- A) 3.
- B) 1.
- C) 13.
- D) 6.
- E) 11.

Teste 10 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 11 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .

Teste 12 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, 4$ e 5 .
- E) $1, 2$ e -3 .



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 14 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) (4, 4, 4).
- B) (6, 6, 6).
- C) (3, 3, 3).
- D) (1, 1, 1).
- E) (3, 6, 9).

Teste 16 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 3$.
- B) $11t^2 + s^2 = 7$.
- C) $11t^2 + s^2 = 1$.
- D) $11t^2 + s^2 = 4$.
- E) $11t^2 + s^2 = 11$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

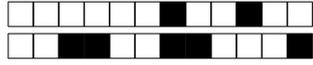
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+36/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

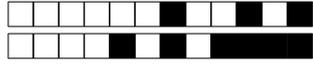
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+37/2/47+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

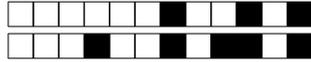
- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 4 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 11$.
- B) $11t^2 + s^2 = 7$.
- C) $11t^2 + s^2 = 1$.
- D) $11t^2 + s^2 = 4$.
- E) $11t^2 + s^2 = 3$.



Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B (x, y, z) .
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.



Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

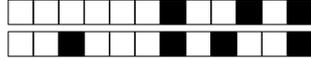
- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\operatorname{Ker}(T)) = 450$, então $\operatorname{Im}(T)$ estará contida em $\operatorname{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a = 2$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B 6.
- C 13.
- D 1.
- E 11.



Teste 13 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

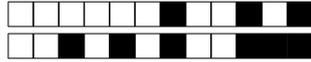
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.



Teste 15 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(1, 1, 1)$.
- B $(3, 6, 9)$.
- C $(3, 3, 3)$.
- D $(6, 6, 6)$.
- E $(4, 4, 4)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

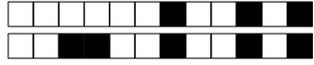
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+37/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

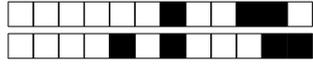
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+38/2/35+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a = 2$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

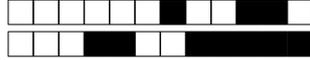
- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.

Teste 6 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4$.
- B $11t^2 + s^2 = 3$.
- C $11t^2 + s^2 = 1$.
- D $11t^2 + s^2 = 11$.
- E $11t^2 + s^2 = 7$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

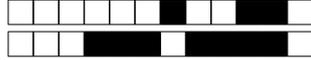
- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(4, 4, 4)$.
- B** $(6, 6, 6)$.
- C** $(3, 3, 3)$.
- D** $(1, 1, 1)$.
- E** $(3, 6, 9)$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

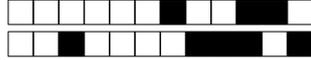
- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

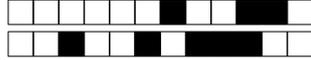
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A** $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B** $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C** $1, 4$ e 5 .
- D** $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E** $1, 2$ e -3 .



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

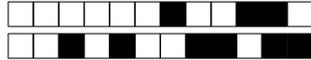
- A) 13.
- B) 1.
- C) 6.
- D) 11.
- E) 3.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 0$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 1$.
- D) $a \neq 0$.
- E) $a = 1$.



Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

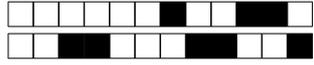
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

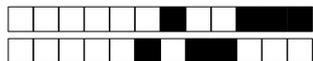
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+38/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

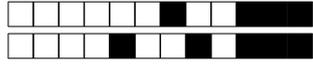
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+39/2/23+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

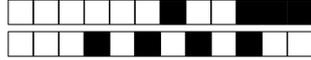
- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

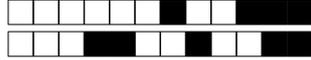
- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E (x, y, z) .

Teste 7 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.



Teste 8 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

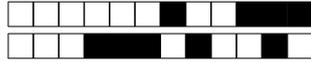
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 11.
- B 1.
- C 3.
- D 6.
- E 13.



Teste 10 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

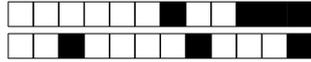
- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C .

Teste 11 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 12 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Seja $a \in \mathbb{R}$ e $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

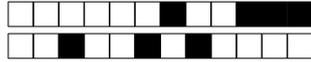
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a = 2$.
- B** $a = \frac{4}{5}$.
- C** $a = 1$.
- D** $a \neq -1$.
- E** $a = \frac{1}{5}$.



Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

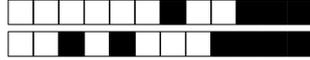
- A $a \neq 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a = 0$.
- E $a = -1$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(4, 4, 4)$.
- B $(6, 6, 6)$.
- C $(3, 6, 9)$.
- D $(3, 3, 3)$.
- E $(1, 1, 1)$.



Teste 16 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

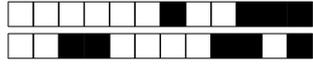
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

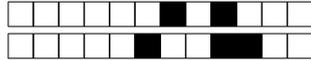
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+39/12/13+



+40/1/12+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

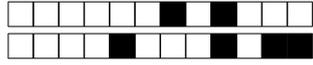
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

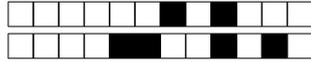
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+40/2/11+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

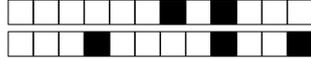
- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 3, 3)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(1, 1, 1)$.
- D) $(3, 6, 9)$.
- E) $(6, 6, 6)$.

Teste 4 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

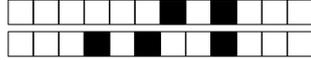
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

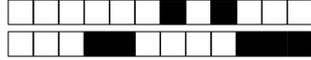
- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B** A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C** A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D** A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E** não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.



Teste 7 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

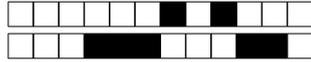
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 11.
- B 3.
- C 13.
- D 1.
- E 6.



Teste 9 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

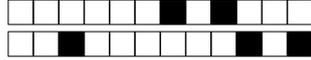
- A 1, 4 e 5.
- B 1, 2 e -3.
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3$.
- B $11t^2 + s^2 = 11$.
- C $11t^2 + s^2 = 7$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 11 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 12 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

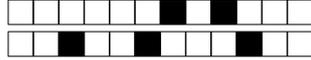
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

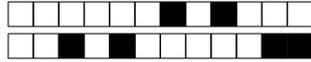
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = 2$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 0$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 1$.
- D) $a = 1$.
- E) $a \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

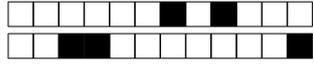
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+40/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

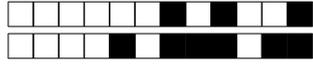
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+41/2/59+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 0$.
- C $a = -1$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq 1$.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a C e B não é semelhante a C .



Teste 3 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 6, 9)$.
- B $(3, 3, 3)$.
- C $(4, 4, 4)$.
- D $(6, 6, 6)$.
- E $(1, 1, 1)$.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 11.$
- C $11t^2 + s^2 = 7.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 1.$

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $(x, y, z).$
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z).$
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z).$
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z).$
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z).$



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 2 e -3 .
- B 1, 4 e 5.
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 9 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

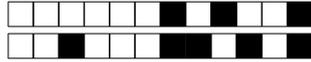
- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 13 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 14 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 11.
- C) 13.
- D) 6.
- E) 3.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 2$.
- B) $a = \frac{1}{5}$.
- C) $a \neq -1$.
- D) $a = \frac{4}{5}$.
- E) $a = 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

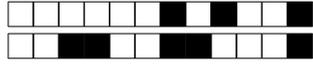
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+41/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

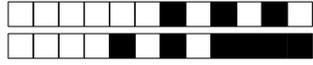
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+42/2/47+



Teste 1 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

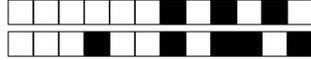
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- E) $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 2 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) 3.
- C) 11.
- D) 13.
- E) 1.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(3, 6, 9)$.
- (B) $(4, 4, 4)$.
- (C) $(6, 6, 6)$.
- (D) $(3, 3, 3)$.
- (E) $(1, 1, 1)$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (C) todas as afirmações são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 5 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, 2$ e -3 .
- D) $1, 4$ e 5 .
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 7 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B (x, y, z) .
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 10 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

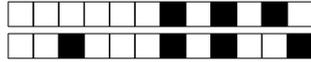
$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.



Teste 11 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 12 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 13 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 11.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 14 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq -1$.

Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 0$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

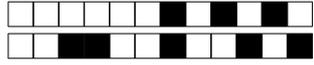
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+42/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

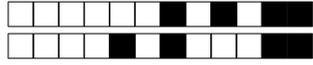
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+43/2/35+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 11.
- D) 3.
- E) 13.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

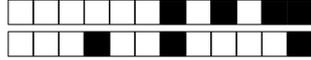
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 1$.
- B) $a \neq -1$.
- C) $a = 2$.
- D) $a = \frac{4}{5}$.
- E) $a = \frac{1}{5}$.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

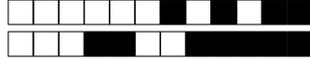
- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 7 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

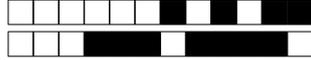
- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

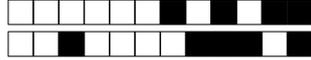
- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(3, 6, 9)$.
- C) $(3, 3, 3)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(4, 4, 4)$.

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 0$.
- B) $a = 1$.
- C) $a \neq 1$.
- D) $a \neq 0$.
- E) $a = -1$.



Teste 11 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 12 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

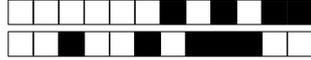
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

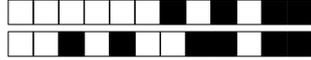
- A $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \text{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \text{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \text{sen}(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \text{sen}(3t)$.



Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 16 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 3$.
- C $11t^2 + s^2 = 7$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

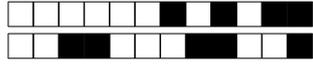
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

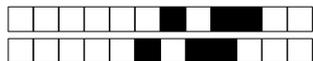
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+43/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

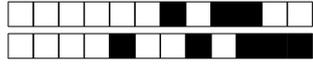
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

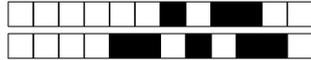
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+44/2/23+



Teste 1 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

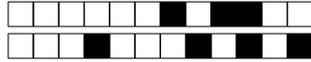
- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 1.$

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1.$
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2.$
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0.$
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1.$
- E $a \neq 1$ e $b = 2.$



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

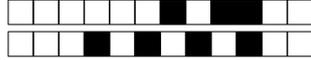
- A $a = 1$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 1$.

Teste 4 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E A é semelhante a C e B não é semelhante a C .



Teste 5 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

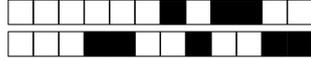
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

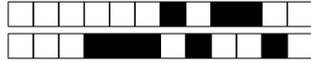


Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 11.
- B 3.
- C 1.
- D 13.
- E 6.



Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

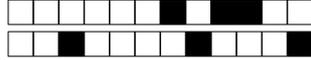
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

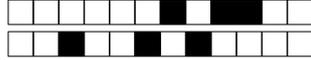
- A) 1, 4 e 5.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C) 1, 2 e -3.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E) $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

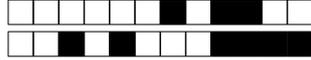
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = \frac{1}{5}$.
- B) $a = 1$.
- C) $a = 2$.
- D) $a \neq -1$.
- E) $a = \frac{4}{5}$.



Teste 15 Assinale a alternativa correta:

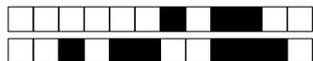
- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(3, 6, 9)$.
- B** $(1, 1, 1)$.
- C** $(4, 4, 4)$.
- D** $(3, 3, 3)$.
- E** $(6, 6, 6)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

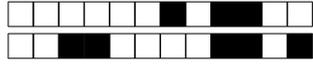
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

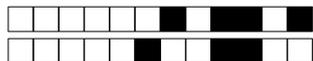
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+44/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

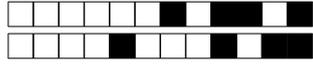
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

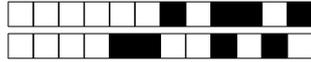
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+45/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 3.
- C) 11.
- D) 6.
- E) 13.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

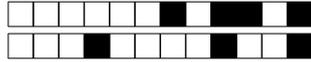
- A) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E) (x, y, z) .

Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 6, 9)$.
- B) $(3, 3, 3)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(1, 1, 1)$.



Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

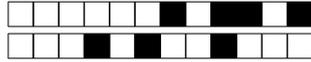
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = 1$.

Teste 5 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.



Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, 4$ e 5 .

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

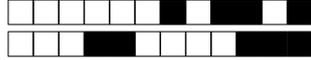
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.



Teste 8 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

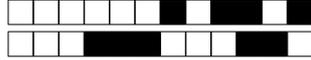
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 3.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 11 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

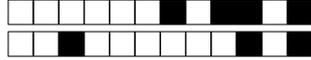
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 12 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

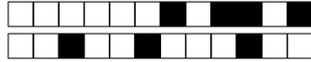
- A $a = -1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = 1$.

Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.



Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

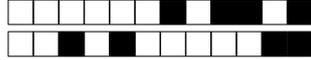
- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .

Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B) $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E) $a \neq 0$ e $b = 1$.



Teste 16 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

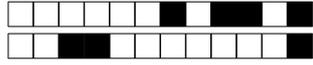
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+45/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

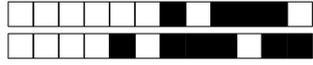
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+46/2/59+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 3 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = -1$.

Teste 4 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1+i) = (0, 1, 1+i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 13.
- B 11.
- C 1.
- D 3.
- E 6.



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 8 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1,0), (2,1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x,y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x,y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x,y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x,y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x,y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

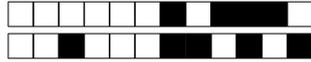
- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(1, 1, 1)$.
- B** $(6, 6, 6)$.
- C** $(4, 4, 4)$.
- D** $(3, 3, 3)$.
- E** $(3, 6, 9)$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.

Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 13 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 14 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7$.
- B $11t^2 + s^2 = 11$.
- C $11t^2 + s^2 = 3$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

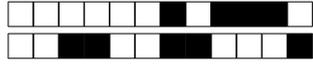
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+46/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

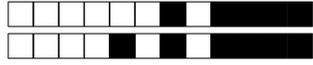
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+47/2/47+



Teste 1 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

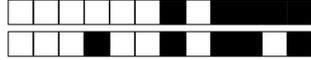
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.

Teste 4 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 1$.
- B $11t^2 + s^2 = 7$.
- C $11t^2 + s^2 = 11$.
- D $11t^2 + s^2 = 3$.
- E $11t^2 + s^2 = 4$.



Teste 5 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

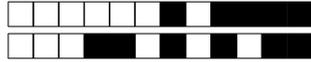
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a \neq -1$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 1$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, 4$ e 5 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

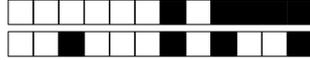
- A) (6, 6, 6).
- B) (1, 1, 1).
- C) (4, 4, 4).
- D) (3, 3, 3).
- E) (3, 6, 9).

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 3.
- C) 11.
- D) 6.
- E) 13.

Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C) (x, y, z) .
- D) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 12 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 13 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.



Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a = -1$.
- C $a = 1$.
- D $a = 0$.
- E $a \neq 1$.

Teste 15 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

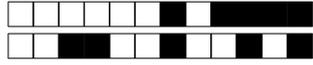
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

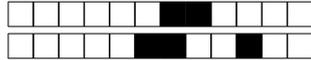
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+47/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

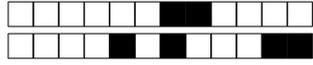
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+48/2/35+



Teste 1 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

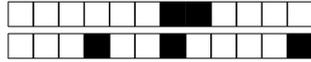
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 2 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 3 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B** todas as afirmações são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

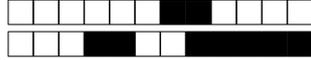
- A $11t^2 + s^2 = 7.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 11.$
- E $11t^2 + s^2 = 4.$

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(4, 4, 4).$
- B $(3, 3, 3).$
- C $(1, 1, 1).$
- D $(3, 6, 9).$
- E $(6, 6, 6).$



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, 2$ e -3 .
- E) $1, 4$ e 5 .



Teste 9 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B 13.
- C 6.
- D 3.
- E 11.



Teste 13 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

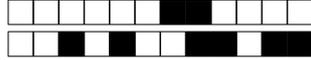
- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 14 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = -1$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq 0$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

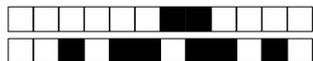
$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = 2$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a = 1$.
- E $a \neq -1$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

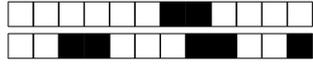
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+48/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

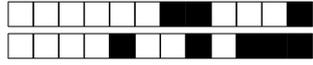
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

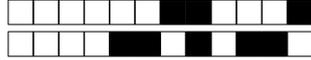
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+49/2/23+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = 1$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B (x, y, z) .
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 4 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B** A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C** A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D** B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E** não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 13.
- C) 6.
- D) 11.
- E) 1.

Teste 6 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 7 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

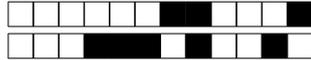
- A $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 8 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4$.
- B $11t^2 + s^2 = 3$.
- C $11t^2 + s^2 = 7$.
- D $11t^2 + s^2 = 1$.
- E $11t^2 + s^2 = 11$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

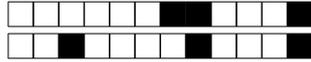
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{4}{5}$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 2$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A** $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \text{sen}(3t)$.
- B** $2 \cos(3t) + 2 \text{sen}(3t)$.
- C** $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D** $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \text{sen}(3t)$.
- E** $2e^t \cos(3t) + 2e^t \text{sen}(3t)$.



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

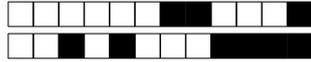
- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- D** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 14 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A** 1, 2 e -3.
- B** $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C** 1, 4 e 5.
- D** $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E** $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 6, 9)$.
- B) $(1, 1, 1)$.
- C) $(4, 4, 4)$.
- D) $(3, 3, 3)$.
- E) $(6, 6, 6)$.

Teste 16 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

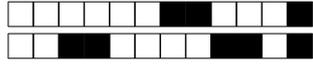
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+49/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

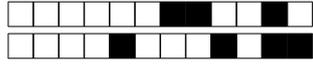
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+50/2/11+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 0$.
- B $a = 0$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 3$.
- C $11t^2 + s^2 = 4$.
- D $11t^2 + s^2 = 7$.
- E $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

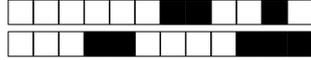
- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 1$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(4, 4, 4)$.
- B $(3, 6, 9)$.
- C $(3, 3, 3)$.
- D $(1, 1, 1)$.
- E $(6, 6, 6)$.



Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 4 e 5.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) 1, 2 e -3 .
- E) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 9 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

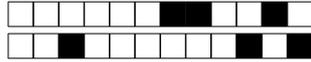
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 11.
- B) 1.
- C) 3.
- D) 13.
- E) 6.

Teste 12 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B) $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- C) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- D) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- E) $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

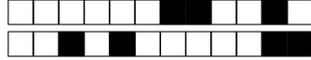
- A) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.

Teste 14 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 15 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 16 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

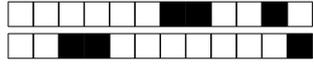
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+50/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

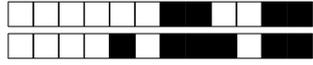
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+51/2/59+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 2 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(6, 6, 6)$.
- (B) $(1, 1, 1)$.
- (C) $(3, 6, 9)$.
- (D) $(4, 4, 4)$.
- (E) $(3, 3, 3)$.

Teste 4 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- (D) todas as afirmações são verdadeiras.
- (E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 5 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A** (x, y, z) .
- B** $\frac{1}{3}(x-2y+2z, -2x+y+2z, 2x+2y+z)$.
- C** $\frac{1}{3}(2x-y+z, -x+2y+z, x+y+2z)$.
- D** $\frac{1}{3}(4x+y-z, x+4y-z, -x-y+4z)$.
- E** $\frac{1}{3}(4x+y-z, -x+2y+z, 2x+2y+z)$.



Teste 7 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} , e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = -1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = 0$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 4 e 5.
- B 1, 2 e -3.
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

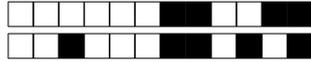
- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 11 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 4.$
- D $11t^2 + s^2 = 11.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 12 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 13 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 1$.
- E $a = 2$.



Teste 15 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 6.
- C) 13.
- D) 11.
- E) 3.

Teste 16 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

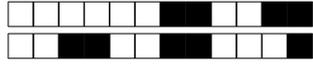
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+51/12/49+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

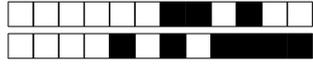
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+52/2/47+



Teste 1 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** todas as afirmações são verdadeiras.
- E** apenas a afirmação (I) é verdadeira.



Teste 3 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = -1$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a \neq 1$.
- E $a = 0$.



Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(1, 1, 1)$.
- B) $(4, 4, 4)$.
- C) $(3, 3, 3)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(3, 6, 9)$.

Teste 6 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 4$.
- B) $11t^2 + s^2 = 3$.
- C) $11t^2 + s^2 = 11$.
- D) $11t^2 + s^2 = 1$.
- E) $11t^2 + s^2 = 7$.



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) (x, y, z) .
- B) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 1.
- B) 11.
- C) 3.
- D) 6.
- E) 13.



Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.

Teste 11 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

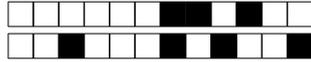
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 12 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .

Teste 13 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 2 e -3 .
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) 1, 4 e 5.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 14 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 16 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

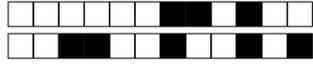
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+52/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

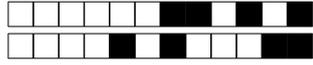
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+53/2/35+



Teste 1 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 1$.
- B $a \neq 1$.
- C $a = 0$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 0$.

Teste 2 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 4 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .



Teste 5 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

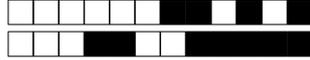
$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 6 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.



Teste 7 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

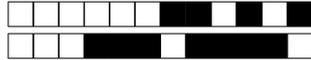
- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- D $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- E $a \neq 1$ e $b = 2$.

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A 1, 4 e 5.
- B $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C 1, 2 e -3 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.



Teste 9 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

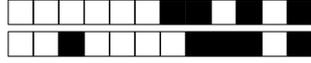
$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 1.
- B 13.
- C 6.
- D 3.
- E 11.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(6, 6, 6)$.
- B** $(4, 4, 4)$.
- C** $(3, 6, 9)$.
- D** $(3, 3, 3)$.
- E** $(1, 1, 1)$.



Teste 13 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

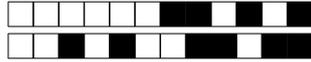
- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

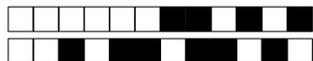
- A $a = 2$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a \neq -1$.
- D $a = 1$.
- E $a = \frac{1}{5}$.

Teste 16 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

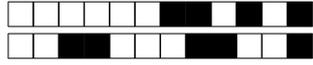
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+53/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

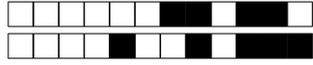
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+54/2/23+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

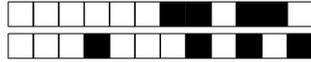
- A) 13.
- B) 6.
- C) 3.
- D) 11.
- E) 1.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D) $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E) $a \neq 1$ e $b = 2$.



Teste 3 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 4 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C** todas as afirmações são verdadeiras.
- D** apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 5 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

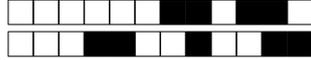
- A $a = 0$.
- B $a \neq 1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 1$.
- E $a = -1$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 7 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

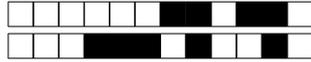
- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 10 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

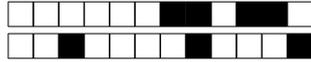
- A) $(3, 3, 3)$.
- B) $(1, 1, 1)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(4, 4, 4)$.

Teste 11 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 11$.
- B) $11t^2 + s^2 = 3$.
- C) $11t^2 + s^2 = 7$.
- D) $11t^2 + s^2 = 4$.
- E) $11t^2 + s^2 = 1$.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 13 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 4 e 5.
- B) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- E) 1, 2 e -3.



Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

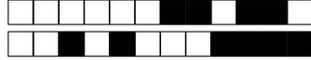
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = 2$.
- B) $a = 1$.
- C) $a \neq -1$.
- D) $a = \frac{4}{5}$.
- E) $a = \frac{1}{5}$.



Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

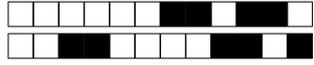
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+54/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

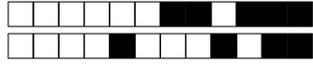
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+55/2/11+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.

B $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

C $1, 2$ e -3 .

D $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

E $1, 4$ e 5 .

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

A $a \neq 0$.

B $a = 0$.

C $a \neq 1$.

D $a = -1$.

E $a = 1$.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a = 2$.
- B** $a \neq -1$.
- C** $a = 1$.
- D** $a = \frac{1}{5}$.
- E** $a = \frac{4}{5}$.



Teste 5 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 1.$
- D $11t^2 + s^2 = 3.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 6 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

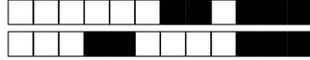
$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas a afirmação (II) é verdadeira.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 9 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

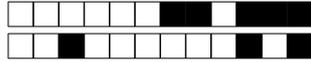
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- B** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.

Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A** 11.
- B** 3.
- C** 6.
- D** 1.
- E** 13.



Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(3, 3, 3)$.
- B) $(3, 6, 9)$.
- C) $(1, 1, 1)$.
- D) $(6, 6, 6)$.
- E) $(4, 4, 4)$.

Teste 13 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

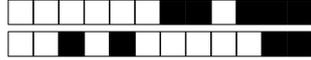
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 16 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

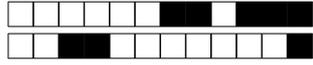
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

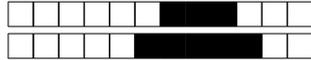
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+55/12/1+



+56/1/60+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

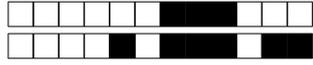
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+56/2/59+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ e $b = 2$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ e $b = 1$.



Teste 3 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 7.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 4 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

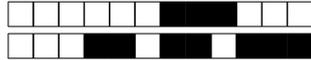
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a = \frac{1}{5}$.
- B $a = 2$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq -1$.
- E $a = \frac{4}{5}$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- (A) $(3, 3, 3)$.
- (B) $(3, 6, 9)$.
- (C) $(1, 1, 1)$.
- (D) $(4, 4, 4)$.
- (E) $(6, 6, 6)$.

Teste 8 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- (B) todas as afirmações são verdadeiras.
- (C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- (D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- (E) apenas a afirmação (II) é verdadeira.



Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a+b+c$ será igual a:

- A** 13.
- B** 3.
- C** 6.
- D** 1.
- E** 11.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B) (x, y, z) .
- C) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- D) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 13 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.



Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B** A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- C** A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D** B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E** A é semelhante a B e B não é semelhante a C .

Teste 15 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a = -1$.
- B** $a \neq 0$.
- C** $a \neq 1$.
- D** $a = 1$.
- E** $a = 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

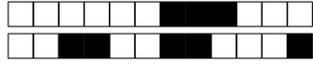
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+56/12/49+



IDENTIFICAÇÃO

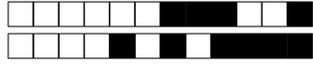
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+57/2/47+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

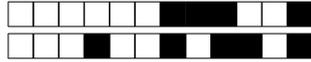
- A $a = 1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = \frac{1}{5}$.
- D $a = 2$.
- E $a \neq -1$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(6, 6, 6)$.
- B $(3, 3, 3)$.
- C $(1, 1, 1)$.
- D $(3, 6, 9)$.
- E $(4, 4, 4)$.



Teste 3 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- E) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.

Teste 4 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- C) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- E) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.



Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 6 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

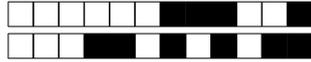
$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.



Teste 7 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 3.$
- B $11t^2 + s^2 = 4.$
- C $11t^2 + s^2 = 11.$
- D $11t^2 + s^2 = 1.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 8 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 10 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- E $1, 4$ e 5 .



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 13.
- B 6.
- C 1.
- D 3.
- E 11.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a = 0$.
- B $a = 1$.
- C $a \neq 1$.
- D $a = -1$.
- E $a \neq 0$.



Teste 16 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- B) todas as afirmações são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

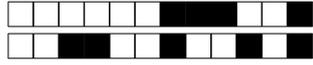
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+57/12/37+



MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

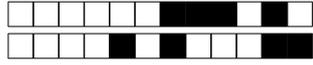
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+58/2/35+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

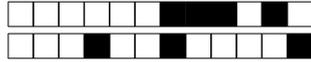
- A) 1, 2 e -3 .
- B) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- D) 1, 4 e 5.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

Teste 2 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 0$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 1$.
- D) $a = 1$.
- E) $a \neq 0$.



Teste 3 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C) todas as afirmações são verdadeiras.
- D) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Teste 4 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A) $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B) $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C) $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D) $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E) $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 5 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

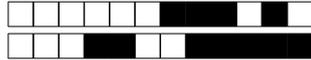
- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 7 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A) $(6, 6, 6)$.
- B) $(1, 1, 1)$.
- C) $(3, 6, 9)$.
- D) $(4, 4, 4)$.
- E) $(3, 3, 3)$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

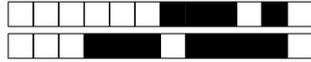
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a = \frac{4}{5}$.
- B) $a \neq -1$.
- C) $a = 2$.
- D) $a = \frac{1}{5}$.
- E) $a = 1$.



Teste 9 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- B A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 10 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 11 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A** $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B** (x, y, z) .
- C** $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D** $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E** $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 13 Assinale a alternativa correta:

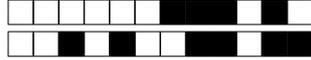
- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.

Teste 14 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A** $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B** $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C** $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D** $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E** $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 15 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 11.$
- C $11t^2 + s^2 = 7.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 3.$

Teste 16 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 6.
- B 11.
- C 3.
- D 1.
- E 13.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

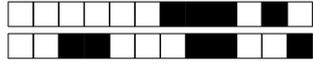
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

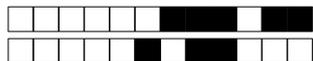
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+58/12/25+



IDENTIFICAÇÃO

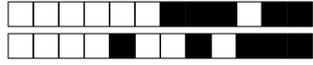
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

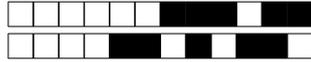
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+59/2/23+



Teste 1 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A (x, y, z) .
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.

Teste 2 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 1$.
- B $11t^2 + s^2 = 4$.
- C $11t^2 + s^2 = 11$.
- D $11t^2 + s^2 = 7$.
- E $11t^2 + s^2 = 3$.

Teste 3 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 3.
- B 1.
- C 13.
- D 11.
- E 6.



Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{1}{5}$.
- C $a = \frac{4}{5}$.
- D $a = 2$.
- E $a = 1$.

Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

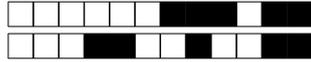
- A) (3, 6, 9).
- B) (1, 1, 1).
- C) (3, 3, 3).
- D) (6, 6, 6).
- E) (4, 4, 4).

Teste 7 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A) 1, 2 e -3 .
- B) $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- C) $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D) 1, 4 e 5.
- E) $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.



Teste 8 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

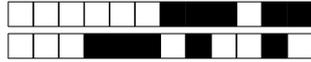
- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.

Teste 9 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 10 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

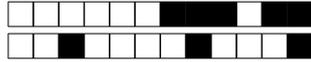
- A $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 11 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.



Teste 12 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 13 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

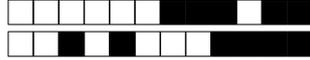
- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 15 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

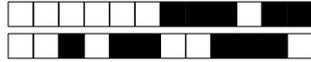
Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A $a \neq 1$.
- B $a = 0$.
- C $a = 1$.
- D $a \neq 0$.
- E $a = -1$.



Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

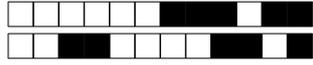
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

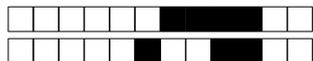
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+59/12/13+



IDENTIFICAÇÃO

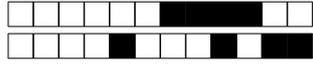
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

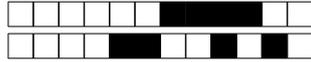
1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+60/2/11+



Teste 1 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 2 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(4, 4, 4)$.
- B $(6, 6, 6)$.
- C $(3, 6, 9)$.
- D $(1, 1, 1)$.
- E $(3, 3, 3)$.



Teste 3 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 1.$
- B $11t^2 + s^2 = 7.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 4.$
- E $11t^2 + s^2 = 11.$

Teste 4 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}.$
- B $1, 4$ e $5.$
- C $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}.$
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}.$
- E $1, 2$ e $-3.$

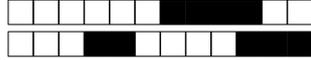


Teste 5 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 13.
- B 3.
- C 11.
- D 6.
- E 1.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a = \frac{4}{5}$.
- B** $a = \frac{1}{5}$.
- C** $a \neq -1$.
- D** $a = 1$.
- E** $a = 2$.



Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

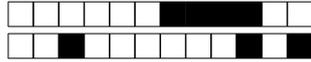
- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C todas as afirmações são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- B $a \neq 0$ e $b = 1$.
- C $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.
- D $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.



Teste 11 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E) $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 13 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

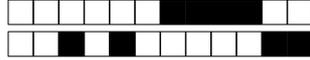
- A $a \neq 1$.
- B $a = -1$.
- C $a \neq 0$.
- D $a = 0$.
- E $a = 1$.

Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- B A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- C não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- D A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 15 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2 \cos(3t) + 2 \operatorname{sen}(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \operatorname{sen}(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \operatorname{sen}(3t)$.

Teste 16 Assinale a alternativa correta:

- A existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- D existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\operatorname{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

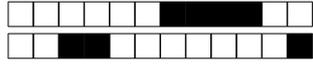
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

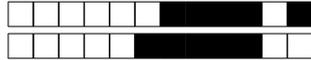
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+60/12/1+



IDENTIFICAÇÃO

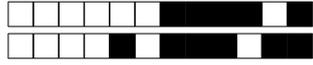
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+61/2/59+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.
- B $1, 4$ e 5 .
- C $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, 2$ e -3 .

Teste 2 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V, w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A todas as afirmações são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.



Teste 3 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- B $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- D (x, y, z) .
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.



Teste 5 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 6 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A** $11t^2 + s^2 = 11$.
- B** $11t^2 + s^2 = 4$.
- C** $11t^2 + s^2 = 7$.
- D** $11t^2 + s^2 = 1$.
- E** $11t^2 + s^2 = 3$.



Teste 7 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- B) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- C) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- D) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 8 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & a-1 & 2a-1 \\ -a-1 & a+2 & 2a+1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t-1)^2(t-2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A) $a = 1$.
- B) $a = -1$.
- C) $a \neq 1$.
- D) $a = 0$.
- E) $a \neq 0$.



Teste 9 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que B e C são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$B = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad C = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.

Teste 10 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.



Teste 11 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A) todas as afirmações são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A) $a \neq -1$.
- B) $a = 2$.
- C) $a = \frac{4}{5}$.
- D) $a = 1$.
- E) $a = \frac{1}{5}$.



Teste 13 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1,1,1) = (2,1,5)$ e que $T(0,1,1+i) = (0,1,1+i)$. Se $T(1,2,3) = (a,b,c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 6.
- B) 11.
- C) 13.
- D) 1.
- E) 3.

Teste 14 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1,1,1) = (3,3,3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1,2,3)$ é igual a:

- A) (6,6,6).
- B) (3,6,9).
- C) (4,4,4).
- D) (3,3,3).
- E) (1,1,1).



Teste 15 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 0$ e $b = 1$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 16 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- D $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t)$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

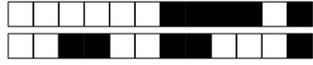
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+61/12/49+



+62/1/48+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

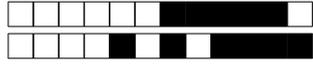
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+62/2/47+



Teste 1 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 2 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A) $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- B) $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C) $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D) $a \neq 1$ e $b = 2$.
- E) $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1-t+t^2-t^3, 1+t-t^2-t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t-t^2+t^3, -t+t^2+t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1+t, 1+t+t^2+t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1+t+t^2, t-t^3]$.

Teste 4 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1,0), (2,1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A** $H(x,y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- B** $H(x,y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- C** $H(x,y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- D** $H(x,y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- E** $H(x,y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.



Teste 5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, 2$ e -3 .
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

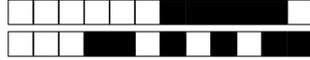
$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 1$.



Teste 7 Assinale a alternativa correta:

- A** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.
- B** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1+t+t^2) = 2+3t+99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.

Teste 8 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 2+i)$ for um autovetor de T , então $(1-i, 2-i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1+i, 1+i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A** apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B** apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C** apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- D** apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E** todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 9 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A) A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B) B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- C) A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- D) não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E) A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 10 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A) $11t^2 + s^2 = 7$.
- B) $11t^2 + s^2 = 1$.
- C) $11t^2 + s^2 = 4$.
- D) $11t^2 + s^2 = 3$.
- E) $11t^2 + s^2 = 11$.



Teste 11 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 3.
- B) 6.
- C) 11.
- D) 1.
- E) 13.

Teste 12 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A) $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.
- B) $2e^{2t} \cos(3t)$.
- C) $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- D) $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E) $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.

Teste 13 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A) $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- B) $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C) (x, y, z) .
- D) $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- E) $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.



Teste 14 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A** $(4, 4, 4)$.
- B** $(3, 6, 9)$.
- C** $(6, 6, 6)$.
- D** $(1, 1, 1)$.
- E** $(3, 3, 3)$.



Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a \neq 1$.
- B** $a = 0$.
- C** $a = -1$.
- D** $a = 1$.
- E** $a \neq 0$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

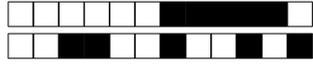
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

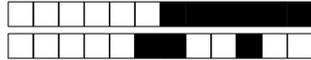
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+62/12/37+



IDENTIFICAÇÃO

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+63/2/35+



Teste 1 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 4.$
- B $11t^2 + s^2 = 1.$
- C $11t^2 + s^2 = 3.$
- D $11t^2 + s^2 = 11.$
- E $11t^2 + s^2 = 7.$

Teste 2 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}.$
- B $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}.$
- C $1, 2$ e $-3.$
- D $1, 4$ e $5.$
- E $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}.$



Teste 3 Assinale a alternativa correta:

- A** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- B** existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- C** existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- D** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E** existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 4 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a \neq 1$.
- B** $a = 0$.
- C** $a = -1$.
- D** $a = 1$.
- E** $a \neq 0$.



Teste 5 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

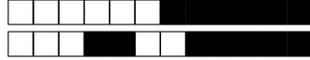
$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 0$ e $b = 1$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- C $a \neq 1$ e $b = 2$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 6 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A 11.
- B 13.
- C 1.
- D 3.
- E 6.



Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

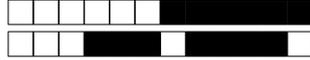
- A** $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.

Teste 8 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E** $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.



Teste 9 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

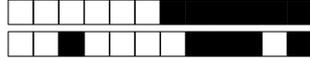
- A apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.

Teste 10 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

- A $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- B $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- C $2e^{2t} \cos(3t)$.
- D $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.



Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- C (x, y, z) .
- D $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- E $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.

Teste 12 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 6, 9)$.
- B $(6, 6, 6)$.
- C $(1, 1, 1)$.
- D $(4, 4, 4)$.
- E $(3, 3, 3)$.



Teste 13 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

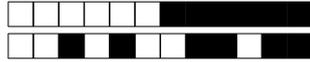
- A $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 14 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- B A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a B e B é semelhante a C .
- D não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- E B é semelhante a C e A não é semelhante a C .



Teste 15 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- B todas as afirmações são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Teste 16 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A $a \neq -1$.
- B $a = \frac{4}{5}$.
- C $a = 2$.
- D $a = \frac{1}{5}$.
- E $a = 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

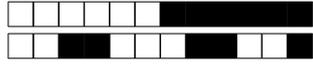
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

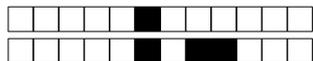
Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+63/12/25+



+64/1/24+

MAT-3458 — Álgebra Linear para Engenharia II — EP-USP — Prova Sub. — 05/12/2019

IDENTIFICAÇÃO

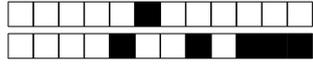
Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame.** Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permanecer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h40min.
4. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho.
5. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando a última coluna em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento.**
6. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo.** Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
7. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
8. **Não destaque nenhuma folha de sua prova.**

Assinatura: _____

BOA PROVA!



+64/2/23+



Teste 1 Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (x + 3y + 2z, -2y - 2z, x + 2y + 3z),$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Temos que os autovalores de T são:

- A $1, \frac{1+\sqrt{27}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{27}}{2}$.
- B $1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
- C $1, 4$ e 5 .
- D $1, 2$ e -3 .
- E $1, \frac{1+\sqrt{97}}{2}$ e $\frac{1-\sqrt{97}}{2}$.

Teste 2 Considere as seguintes afirmações:

- (I) se V for um espaço vetorial real de dimensão 2 munido de um produto interno, $T : V \rightarrow V$ for um operador linear simétrico, $v \neq 0$ for um autovetor de T e $w \in V$ for um vetor não nulo ortogonal a v , então w será um autovetor de T ;
- (II) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 2 + i)$ for um autovetor de T , então $(1 - i, 2 - i)$ também será um autovetor de T ;
- (III) se $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ for um operador linear e $(1 + i, 1 + i)$ for um autovetor de T , então $(1, 1)$ também será um autovetor de T .

Assinale a alternativa correta:

- A apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
- C apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- E todas as afirmações são verdadeiras.



Teste 3 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{B} e \mathcal{C} são as bases de $P_3(\mathbb{R})$ dadas por:

$$\mathcal{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2, 1+t+t^2+t^3\} \quad \text{e} \quad \mathcal{C} = \{1, 1-t, 1-t^2, 1-t^3\}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A** $\text{Ker}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$.
- B** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t - t^2 + t^3, -t + t^2 + t^3]$.
- C** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$.
- D** $\text{Ker}(T) = [1 - t + t^2 - t^3, 1 + t - t^2 - t^3]$ e $\text{Im}(T) = [t, t^3]$.
- E** $\text{Ker}(T) = [1 + t, 1 + t + t^2 + t^3]$ e $\text{Im}(T) = [1 + t + t^2, t - t^3]$.

Teste 4 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^2 munido do seu produto interno usual. Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear tal que

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

em que \mathcal{B} é a base de \mathbb{R}^2 dada por:

$$\mathcal{B} = \{(1, -2), (1, -1)\}.$$

Temos que o operador T será simétrico se, e somente se:

- A** $a = \frac{4}{5}$.
- B** $a = 2$.
- C** $a \neq -1$.
- D** $a = \frac{1}{5}$.
- E** $a = 1$.



Teste 5 Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 37 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Assinale a alternativa correta:

- A não há duas matrizes distintas semelhantes em $\{A, B, C\}$.
- B A é semelhante a B e B não é semelhante a C .
- C A é semelhante a C e B não é semelhante a C .
- D B é semelhante a C e A não é semelhante a C .
- E A é semelhante a B e B é semelhante a C .

Teste 6 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual. Dado $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, temos que a projeção ortogonal de (x, y, z) no subespaço $[(1, 1, 2), (2, 0, 2)]$ é igual a:

- A $\frac{1}{3}(4x + y - z, x + 4y - z, -x - y + 4z)$.
- B $\frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$.
- C $\frac{1}{3}(4x + y - z, -x + 2y + z, 2x + 2y + z)$.
- D $\frac{1}{3}(2x - y + z, -x + 2y + z, x + y + 2z)$.
- E (x, y, z) .



Teste 7 Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno e seja W um subespaço de V de dimensão finita. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $v \in V$, $w \in W$ e $z \in W^\perp$, se $v = w + z$, então w será igual à projeção ortogonal de v em W ;
- (II) se \mathcal{B} for uma base ortonormal de W e se aplicarmos o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt à base \mathcal{B} , então o resultado obtido será a própria base \mathcal{B} ;
- (III) se $\dim(V) = 555$ e se $T : V \rightarrow V$ for um operador linear tal que $\dim(\text{Ker}(T)) = 450$, então $\text{Im}(T)$ estará contida em $\text{Ker}(T)$.

Assinale a alternativa correta:

- A) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
- B) apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- C) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- D) todas as afirmações são verdadeiras.
- E) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

Teste 8 Assinale a alternativa correta:

- A) existem infinitos operadores lineares diagonalizáveis $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$.
- B) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições é diagonalizável.
- C) existe um único operador linear $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, o único operador T satisfazendo essas duas condições não é diagonalizável.
- D) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, nenhum desses operadores é diagonalizável.
- E) existem infinitos operadores lineares $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tais que $\text{Ker}(T)$ é igual a $[t, t^2]$ e $T(1 + t + t^2) = 2 + 3t + 99t^2$ e, além do mais, apenas um desses operadores é diagonalizável.

Teste 9 Seja $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ um operador linear que é representado na base canônica de \mathbb{C}^3 por uma matriz real. Assuma que $T(1, 1, 1) = (2, 1, 5)$ e que $T(0, 1, 1 + i) = (0, 1, 1 + i)$. Se $T(1, 2, 3) = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- A) 13.
- B) 1.
- C) 11.
- D) 3.
- E) 6.



Teste 10 Sejam a e b números reais, \mathcal{B} uma base de \mathbb{R}^3 , \mathcal{C} uma base de $P_3(\mathbb{R})$ e $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que:

$$[T]_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Temos que T será injetora se, e somente se:

- A $a \neq 1$ e $b = 2$.
- B $a \neq 1$ ou $b \neq 0$.
- C $a \neq 0$ e $b = 1$.
- D $a \neq 1$ ou $b \neq 2$.
- E $a \neq 0$ ou $b \neq 1$.

Teste 11 Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 munido do seu produto interno usual e seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear simétrico. Assuma que

$$T(1, 1, 1) = (3, 3, 3)$$

e que zero seja uma raiz do polinômio característico de T de multiplicidade 2. Temos que $T(1, 2, 3)$ é igual a:

- A $(3, 6, 9)$.
- B $(3, 3, 3)$.
- C $(4, 4, 4)$.
- D $(1, 1, 1)$.
- E $(6, 6, 6)$.



Teste 12 Considere a base $\mathcal{B} = \{(1, 0), (2, 1)\}$ de \mathbb{R}^2 e a base

$$\mathcal{C} = \{798 + 991t, 11 + 7777t\}$$

de $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $T : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_1(\mathbb{R})$ as transformações lineares tais que

$$[T]_{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [S]_{\mathcal{E}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

em que \mathcal{E} denota a base canônica de \mathbb{R}^2 . Se $H = T \circ (2S)$, então:

- A $H(x, y) = (-4y, 8x + 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- B $H(x, y) = (8x - 16y, -16x - 4y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- C $H(x, y) = (-16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- D $H(x, y) = (-4y, 8x - 16y)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- E $H(x, y) = (16x - 4y, 8x)$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Teste 13 Sabe-se que $(1, 3)$ é um autovetor da matriz simétrica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Seja fixado um sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ no plano, com \mathcal{B} uma base ortonormal. Considere a cônica de equação:

$$2x^2 + 10y^2 + 6xy + \frac{\sqrt{10}}{5}(3x - y) = 3.$$

Assinale a alternativa contendo uma equação reduzida para essa cônica:

- A $11t^2 + s^2 = 11$.
- B $11t^2 + s^2 = 1$.
- C $11t^2 + s^2 = 7$.
- D $11t^2 + s^2 = 4$.
- E $11t^2 + s^2 = 3$.



Teste 14 Se $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ forem a solução do sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t), \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

satisfazendo as condições $x(0) = 1$ e $y(0) = 1$, então, para todo $t \in \mathbb{R}$, temos que $x(t) + y(t)$ será igual a:

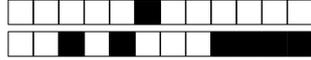
- A $2e^{2t} \cos(3t)$.
- B $2e^{2t} \cos(3t) - e^{2t} \sin(3t)$.
- C $2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$.
- D $2e^t \cos(3t) + 2e^t \sin(3t)$.
- E $2e^{2t} \cos(3t) + e^{2t} \sin(3t)$.

Teste 15 Considere o espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ com o produto interno $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, para quaisquer $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, em que $\text{tr}(X)$ denota o traço de uma matriz quadrada X , isto é, a soma dos elementos na diagonal principal de X . Aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

obtemos os vetores ortogonais $B_1, B_2, B_3 \in M_2(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa correta:

- A $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- B $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- C $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- D $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- E $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_3 = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

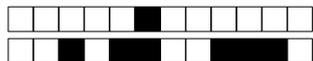


Teste 16 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 - a & a - 1 & 2a - 1 \\ -a - 1 & a + 2 & 2a + 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabe-se que o polinômio característico de A é $p_A(t) = -(t - 1)^2(t - 2)$. Temos que A será diagonalizável sobre \mathbb{R} se, e somente se:

- A** $a = 1$.
- B** $a = -1$.
- C** $a = 0$.
- D** $a \neq 0$.
- E** $a \neq 1$.



2019 – MAT-3458 – Prova Substitutiva– Folha de Respostas

Identificação

Nome: _____ NUSP: _____ Turma: _____

Preencha seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha só 7 dígitos, deixa a última coluna em branco.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Respostas

Teste 1: A B C D E

Teste 2: A B C D E

Teste 3: A B C D E

Teste 4: A B C D E

Teste 5: A B C D E

Teste 6: A B C D E

Teste 7: A B C D E

Teste 8: A B C D E

Teste 9: A B C D E

Teste 10: A B C D E

Teste 11: A B C D E

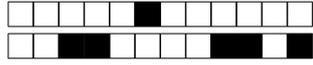
Teste 12: A B C D E

Teste 13: A B C D E

Teste 14: A B C D E

Teste 15: A B C D E

Teste 16: A B C D E



+64/12/13+